Prof. Dr.-Ing. Rainer Ose **Elektrotechnik für Ingenieure** **– Grundlagen –** **4. Auflage, 2008**	**Fachhochschule Braunschweig/Wolfenbüttel** -University of Applied Sciences-

Aufgabenstellung zur Übungsaufgabe ÜA_1_5.5.C: **3. Auflage: ÜA_1_5.4.C:**

a) Diese Übungsaufgabe soll zunächst in Kombination von Maschensatz, Überlagerungssatz und Zweipoltheorie gelöst werden. Gesucht ist die Spannungsquellen-Ersatzschaltung.

b) In einer zweiten Lösungsvariante ist für beide Analyseverfahren das vollständige Koeffizientenschema aufzustellen. Es ist eine Entscheidung über das optimale Lösungsverfahren für den Fall abzuleiten, dass die vollständige Leistungsbilanz gemäß c) zu erstellen ist.

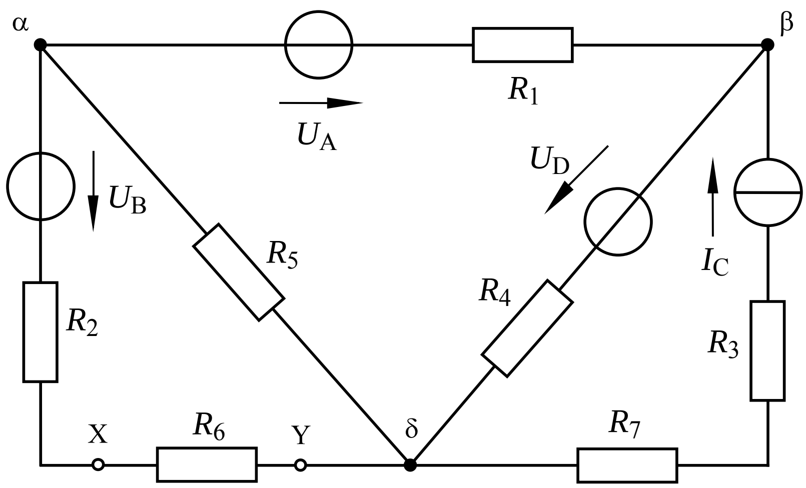
c) Zur Probe ist: c1) eine vollständige Leistungsbilanz aufzustellen

c2) eine sinnvolle PSPICE-Simulation anzusetzen.

---

a) Rechnen Sie das Netzwerk mit dem Maschensatz und dem Überlagerungssatz für die angegebene Trennstelle X – Y in die Spannungsquellen-Ersatzschaltung um. Der Lastwiderstand R_a ist gleich R_6.

Gesucht ist eine allgemeine Lösung: $U_L = f(U_A; U_B; I_C; U_D; R)$ bzw.: $R_i = f(R)$.



Geg.:

$U_q = 10$ V

$U_A = U_B = U_q$

$I_C \cdot R = U_D = U_q$

alle $R = 1$ kΩ

Bild ÜA_1_5.5.C

b1) Stellen Sie für das vorgegebene Netzwerk das vollständige Koeffizientenschema über die Umlaufanalyse auf und berechnen Sie daraus den Strom durch den Widerstand R_1.

Gesucht ist eine allgemeine Lösung: $I_1 = f(U_A; U_B; I_C; U_D; R)$.

b2) Ermitteln Sie über die Knotenanalyse unter Verwendung der angegebenen Bauelementewerte die Potentiale aller angegebenen Knoten.

c) Stellen Sie die vollständige Leistungsbilanz auf.

Zu a) **Zweipoltheorie** (in Kombination mit dem Maschensatz und dem Überlagerungssatz):

- Innenwiderstand: $R_i = R_2 + R_5 // (R_1 + R_4) = 1{,}\overline{6}\,R$
- Maschensatz: $U_L(\rightarrow) = U_{XY} = I_5 R_5 - U_B = U_5(\downarrow) - U_B$
- Überlagerungssatz: $I_5 = I_{5A} + I_{5D} + I_{5C}$ ($I_{5B} = 0$, weil U_B im Leerlauf)

$$I_5 = \frac{U_A}{R_1 + R_4 + R_5} + \frac{U_D}{R_1 + R_4 + R_5} + I_C \frac{R_4}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{U_A + U_D + I_C R}{3R}$$

- Leerlaufspannung: $U_L = \dfrac{U_A + U_D + I_C R}{3R} R - U_B = \dfrac{U_A - 3U_B + I_C R + U_D}{3}$

Zu b) • **Allgemeine Netzwerkanalyse:** $z = 5$; $(k - 1) = 2$; $m = 3$

• **Koeffizientenschema über die Umlaufanalyse** (Maschenströme siehe Graph):

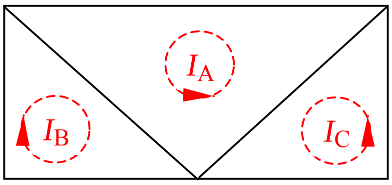


Bild ÜA_1_5.5.C_1: Graph zur UA

Tabelle ÜA_1_5.5.C_1: Koeffizientenschema für die UA

	$I_A = I_1$	$I_B = I_{26}$	$I_C = I_{37}$	*Abs.*
(1)	$R_1 + R_4 + R_5$	R_5	$-R_4$	$U_A + U_D$
(2)	R_5	$R_2 + R_5 + R_6$	0	U_B
(3)	$-R_4$	0	$R_3 + R_4 + R_7$	$U_C - U_D$

• **Koeffizientenschema über die Knotenanalyse** (Bezugsknoten δ):

Tabelle ÜA_1_5.5.C_2: Koeffizientenschema für die KA mit $\varphi_\delta = 0$

	φ_α	φ_β	*Abs.*
(1)	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2 + R_6}$	$-\frac{1}{R_1}$	$\frac{U_A}{R_1} + \frac{U_B}{R_2 + R_6}$
(2)	$-\frac{1}{R_1}$	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}$	$-\frac{U_A}{R_1} + I_C + \frac{U_D}{R_4}$

• **Optimales Analyseverfahren** (Variantenvergleich):

a) Umlaufanalyse: $m = 3$ (abzügl. 1 Gleich. für I_C) $\Rightarrow$ 2 Gleichungen
b) Knotenanalyse: $(k - 1) = 2$ (keine ideale Spannungsquelle) $\Rightarrow$ 2 Gleichungen

Beide Verfahren erfordern (formal gesehen) den gleichen Rechenaufwand !

Zu b1) • Berechnung des Stromes I_1 über die Umlaufanalyse (Koeffizientenschema siehe b):

(1) $3R \cdot I_A + R \cdot I_B = U_A + U_D + I_C R$

(2) $R \cdot I_A + 3R \cdot I_B = U_B$ $\Rightarrow$ $I_B = \frac{U_B}{3R} - \frac{I_A}{3}$

---

(2) in (1) einsetzen: $3R \cdot I_A + \frac{U_B}{3} - \frac{I_A \cdot R}{3} = U_A + U_D + I_C R$

$$\frac{8}{3} R \cdot I_A = U_A + U_D + I_C R - \frac{U_B}{3}$$

$$I_A = \frac{U_A + U_D + I_C R - \frac{U_B}{3}}{\frac{8}{3} R}$$

mit: $U_A = U_B = I_C R = U_D = U_q$

$$I_1 = I_A = \frac{3U_A + 3U_D + 3I_C R - U_B}{8R} = \frac{U_q}{R}$$

Zu b2) • Berechnung der Potentiale aller Knoten mit der Knotenanalyse (Koeffizientenschema siehe b):

(1) $\frac{5}{2R}\varphi_\alpha - \frac{1}{R}\varphi_\beta = \frac{U_A}{R} + \frac{U_B}{2R}$ $\quad\Big|\cdot(2R)$ $\Rightarrow$ $5\varphi_\alpha - 2\varphi_\beta = 2U_A + U_B$

(2) $-\frac{1}{R}\varphi_\alpha + \frac{2}{R}\varphi_\beta = -\frac{U_A}{R} + I_C + \frac{U_D}{R}$ $\quad\Big|\cdot(R)$ $\Rightarrow$ $-\varphi_\alpha + 2\varphi_\beta = -U_A + I_C R + U_D$

---

mit: $U_A = U_B = I_C R = U_D = U_q$

(2) umstellen: $\varphi_\beta = \frac{-U_A + I_C R + U_D + \varphi_\alpha}{2} = \frac{U_q + \varphi_\alpha}{2}$

in (1) einsetzen: $5\varphi_\alpha - U_q - \varphi_\alpha = 2U_A + U_B$

Lösung: $\varphi_\alpha = \frac{4U_q}{4} = U_q = 10\text{ V}$ $\qquad \varphi_\beta = U_q = 10\text{ V}$

Lösung:

$\varphi_\alpha = 10$ V und $\varphi_\beta = 10$ V

• Berechnung der Zweigströme aus den Knotenpotentialen:

$$I_1(\leftarrow) = \frac{U_A - U_{\alpha\beta}}{R_1} = \frac{U_q - \varphi_\alpha + \varphi_\beta}{R} = \frac{10\text{ V}}{1\text{ k}\Omega} = 10\text{ mA}$$

$$I_5(\downarrow) = \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\delta}{R_5} = \frac{\varphi_\alpha}{R} = \frac{U_q}{R} = \frac{10\text{ V}}{1\text{ k}\Omega} = 10\text{ mA}$$

$$I_{26}(\uparrow) = \frac{\varphi_\alpha - U_B}{R_2 + R_5} = \frac{U_q - U_q}{2R} = 0\ \text{A}$$

oder über KP-Satz: $I_{26}(\uparrow) = I_5(\downarrow) - I_1(\leftarrow) = 0\ \text{A}$

$$I_{37}(\uparrow) = I_C(\uparrow) = \frac{U_q}{R} = \frac{10\ \text{V}}{1\ \text{k}\Omega} = 10\ \text{mA}$$

Lösung: $I_1 = I_{37} = I_5 = 10\,\text{mA}; \quad I_{26} = I_4 = 0$

$$I_4(\uparrow) = \frac{\varphi_\beta - U_D}{R_4} = \frac{U_q - U_q}{R} = 0\ \text{A}$$

oder über KP-Satz: $I_4(\uparrow) = I_1(\leftarrow) - I_C(\uparrow) = 0\ \text{A}$

• **Berechnung der Spannung der Stromquelle C über den Maschensatz:**

$$U_{\alpha\delta} = U_C - U_{37} = U_C - I_C(R_3 + R_7) = U_C - I_C \cdot 2R$$

$$U_C = U_{\alpha\delta} + U_{37} = \varphi_\alpha + I_C \cdot 2R = 3U_q = 30\ \text{V}$$

• **Berechnung der Leistungen** (z.B. alle) **im Verbraucher-Zählpfeilsystem:**

Tabelle ÜA_1_5.5.C_3: Leistungsbilanz im V-ZPS

$P_{Vx} = I_x^2 \cdot R_x$	P_{Vx} / mW
$P_1 = I_1^2 \cdot R_1$	100
$P_2 = I_2^2 \cdot R_2$	0
$P_3 = I_C^2 \cdot R_3$	100
$P_4 = I_4^2 \cdot R_4$	0
$P_5 = I_5^2 \cdot R_5$	100
$P_6 = I_6^2 \cdot R_6$	0
$P_7 = I_C^2 \cdot R_7$	100
ΣP_{Vx} :	400

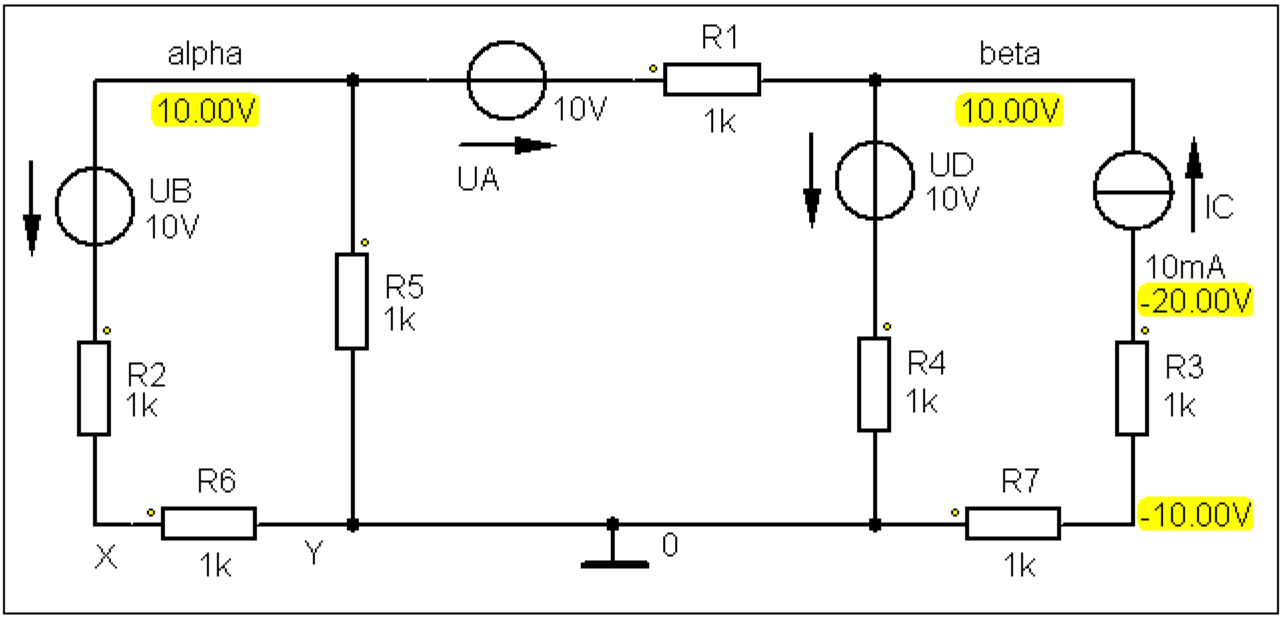
$P_{qx} = U_{qx} \cdot I_{qx}$	P_{qx} / mW =	P_{qx} / mW
$P_A = U_A \cdot I_1$	(+10) · (–10)	– 100
$P_B = U_B \cdot I_{26}$	(+10) · (0)	0
$P_C = U_C \cdot I_C$	(–30) · (+10)	– 300
$P_D = U_D \cdot I_4$	(+10) · (0)	0
ΣP_{qx} :		– 400

Die Quellen A und C geben Leistung an das Netzwerk ab (– im V-ZPS). Die Quellen B und D sind inaktiv, da in diesen Zweigen kein Strom fließt.

• **Vollständige Leistungsbilanz:**

$$\Sigma P = \Sigma P_V + \Sigma P_q = 0\ \ (???) \quad \Rightarrow \quad 400\ \text{mW} - 400\ \text{mW} = 0\ \ (!!!)$$

Zu c2) • **Probe über PSpice** (Kontrolle der Werte von b2):



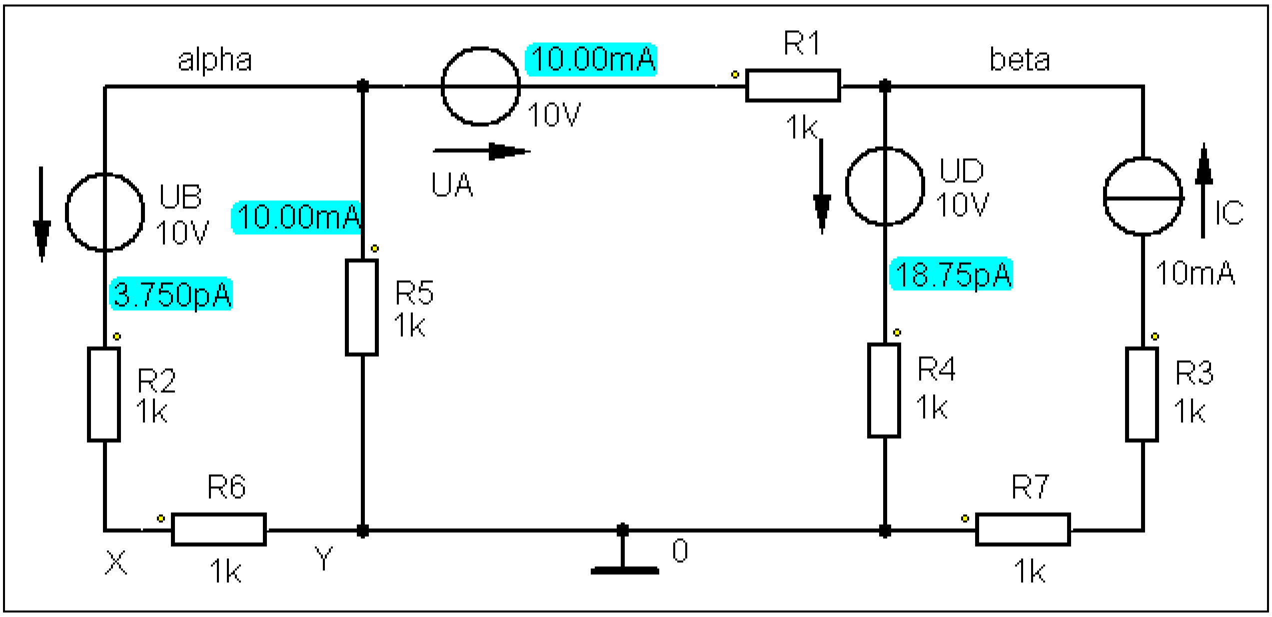


Bild ÜA_1_5.5.C_2: Simulationsergebnisse mit einer DC-Analyse (Arbeitspunkt-Analyse)

Ende dieser Lösung