



# Einführung in die Modellierung

**Dipl.-Ing. Irina Ikkert, M.Eng.**

Salzgitter

Suderburg

Wolfenbüttel

Wolfsburg



- 2 SWS LV: 1 SWS Vorlesung + 1 SWS Übung
- Vorlesung: Montags **11:45 – 13:15, HS E**
- Übung: Montags (jede zweite Woche) 09:45 – 11:15 (P3/P4)  
11:45 – 13:15 (P3/P4)  
Gruppenarbeit : 2 Studenten pro Gruppe.
- Insgesamt 13 Termine: 7 VL + 6 Übung am Rechner
- Ausfälle: keine

Übung 16.10 Betreuung durch Hiwi

- Klausur 9.01, 9:00 – 10:00, im Rechenzentrum  
Hilfsmittel: - Formelsammlung (1 Blatt, handgeschrieben)  
- Vorlesungsfolien (am PC)



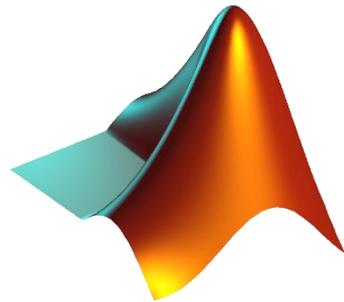
- **Einführung**
  - Erste Schritte
  - Desktop
  - Matlab – Hilfe
- **Definitionen**
  - Zahlen
  - Variablen, Vektoren und Matrizen
  - Strukturen und Cell Arrays
  - Character-Arrays
  - Ein- und Ausgabe
  - Import und Export von Daten
- **Mathematische Berechnungen**
  - Grundrechenarten. Skalar
  - Matrizen und Vektoren
  - Trigonometrische Funktionen
  - Komplexe Zahlen
  - Vergleichsoperatoren
  - Logische Operatoren
- **Grafische Darstellungen, 2D**
  - Grafik zeichnen
  - Grafikeigenschaften
  - Farbwerte, Punkt- und Linientypen
  - Mehrere Kurven in einem Diagramm
  - Diagrammtypen
- **Grafische Darstellungen, 3D**
  - 3D Funktion zeichnen
  - Diagrammtypen
  - Interaktives Plotten
  - 3D Objekte durch Rotation
  - Hilfreiche Befehle
- **Kontrollstrukturen**
  - Definition
  - for – Schleife
  - while – Schleife
  - If-elseif-else – Verzweigung
  - switch-case-otherwise
  - Hilfreiche Befehle



- Funktionen
  - Definition
  - Funktionsaufruf
  - Variable Anzahl der Ausgabeparameter
  - Aufgaben (Fakultät, lineare Funktion)
  - Variable Anzahl der Eingabeparameter (Mittelwert)
  - Funktionen als Eingabeparameter
  - Aufgaben (Grafik, Ableitung)
  - Nullstellen einer Funktion
- Polynome und Interpolation
  - Definition
  - Polynomoperationen
  - Partialbruchzerlegung
  - Interpolation (Lagrange, Chebyshev)
- Differential- und Integralrechnung
  - Numerische Differentiation
  - Symbolische Differentiation
  - Numerische Integration
  - Symbolische Integration
  - Auswertung symbolischer Berechnungen
- Symbolische Berechnung von Gleichungen, GS und DGL's
  - Gleichungen
  - Gleichungssysteme
  - Differentialgleichungen



# Einführung



# MATLAB - Matrix Laboratory

## Installationspfad:

[www.ostfalia.de](http://www.ostfalia.de) → Portal →  
Allgemeine Dienste → Software  
→ MathWorks

MathWorks® Produkte Lösungen Forschung und Lehre Support Community Veranstaltungen

Search MathWorks.com

7 Gründe warum Ingenieure und Wissenschaftler MATLAB bevorzugen

Erfahren Sie mehr

**MATLAB**  
Die Sprache des technischen Rechnens  
» Lernen Sie MATLAB-Produkte kennen

**SIMULINK**  
Simulation und Modellbasierte Entwicklung  
» Lernen Sie Simulink-Produkte kennen

R2016b Alle Neuerungen der aktuellen Version von MATLAB und Simulink Erfahren Sie mehr



Current Folder

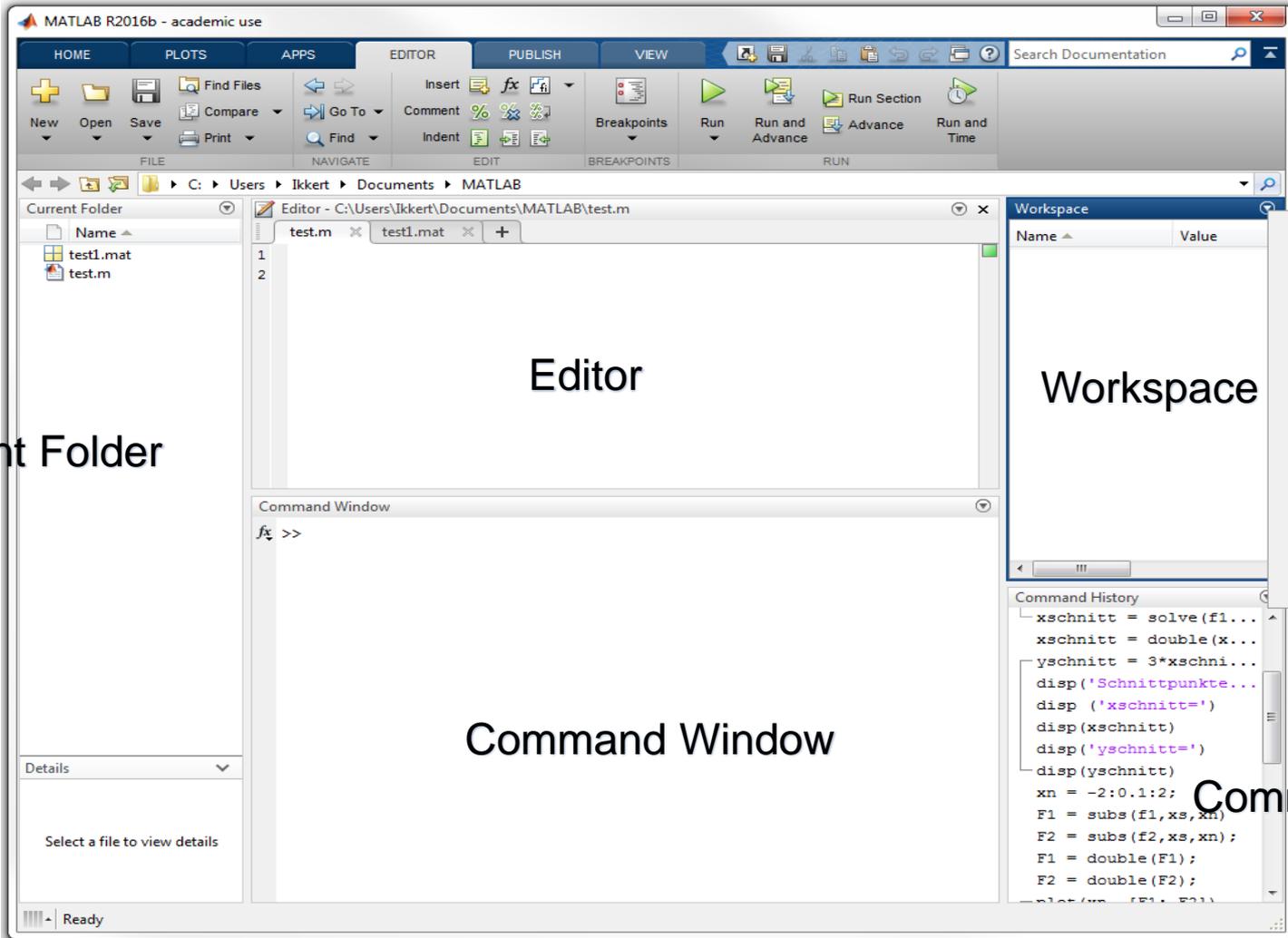
Editor

Workspace

Command Window

Command History

New	Strg+N
Save	Strg+S
Clear Workspace	
Refresh	F5
Choose Columns	
Sort By	
Paste	Strg+V
Select All	Strg+A
Print...	Strg+P
Page Setup...	
Minimize	
Maximize	Strg+Umschalt+M
Undock	Strg+Umschalt+U
Close	Strg+W





## Command Window

Command Window

```
>> a = 2

a =

    2
```

fx >>

Elementary Math  
Arithmetic  
Trigonometry  
fx sin Sine of argument in radians  
fx sind Sine of argument in degrees  
fx asin Inverse sine in radians  
fx asind Inverse sine in degrees  
fx sinh Hyperbolic sine of argument in rad.  
fx asinh Inverse hyperbolic sine  
fx cos Cosine of argument in radians  
fx cosd Cosine of argument in degrees  
fx acos Inverse cosine in radians  
fx acosd Inverse cosine in degrees  
fx acosh Hyperbolic cosine

All installed products

**asin** [More Help...](#)

**Inverse sine in radians**  
This MATLAB function returns the Inverse Sine ( $\sin^{-1}$ ) of the elements of  $x$ .  
 $y = \text{asin}(x)$

- direktes Ausführen von Befehlen
- interaktive Ausgabe der Ergebnisse

<b>clc</b>	löscht den Inhalt des Command Window
<b>clear all</b>	löscht alle Größen aus dem Workspace
<b>clear x y</b>	löscht Variablen x und y aus dem Workspace



## Workspace - aktueller Arbeitsspeicher

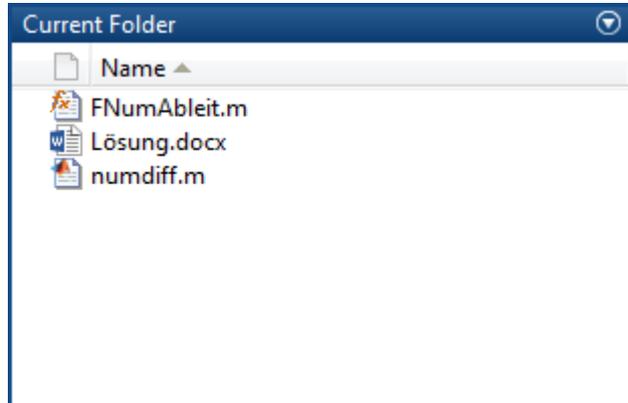
The screenshot shows a software interface with a workspace window and a grid window. The workspace window displays a list of variables with their names, values, sizes, and ranges. The grid window shows a 1x6 double array with values [1, 2, 3, 4, 5, 6]. A red arrow points from the 'A' variable in the workspace to the 'A' tab in the grid window.

Name	Value	Size	Max	Min
a	22	1x1	22	22
b	120	1x1	120	120
A	[1 2 3 4 5 6]	1x6	6	1
s	'Januar'	1x6		

- Liste momentan im Arbeitsspeicher abgelegter Variablen
- Darstellung: Name, Größe, Dimension und Datentyp
- Variablen durch Doppelklick veränderbar
- weitere Eigenschaften über das Kontextmenü

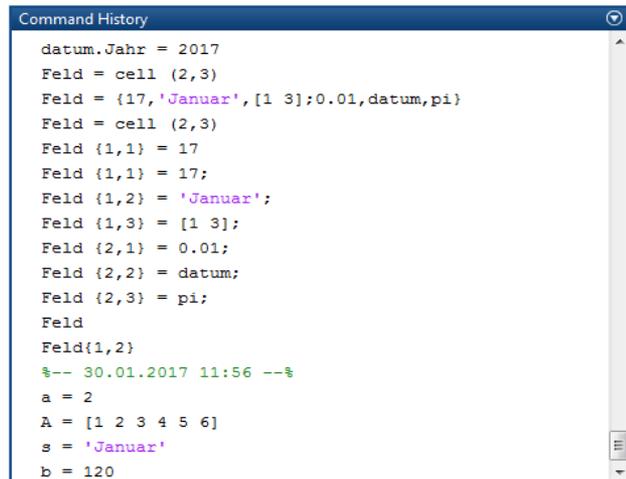


## Current Folder - aktueller Arbeitsverzeichnis



- kann eingesehen oder verändert werden
- ein neues Verzeichnis kann erstellt werden
- erzeugte Matlab Dateien sind sichtbar
- zum Öffnen der Dateien
- zum Ausführen der Funktionen

## Command History – Chronik der Befehle



- speichert eingegebene Befehle geordnet ab
- Befehle können durch Doppelklick wiederholt werden

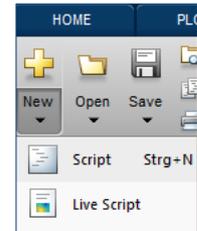


## Editor. M-File.

```
Editor - C:\Users\Ikkert\Documents\MATLAB\test.m
test.m x +
1
2 %
3 % Kommentare
4 %
5
6 clc
7 clear all
```

M-File erstellen:

*Home → New Script*



M-File ausführen:



oder **F5**

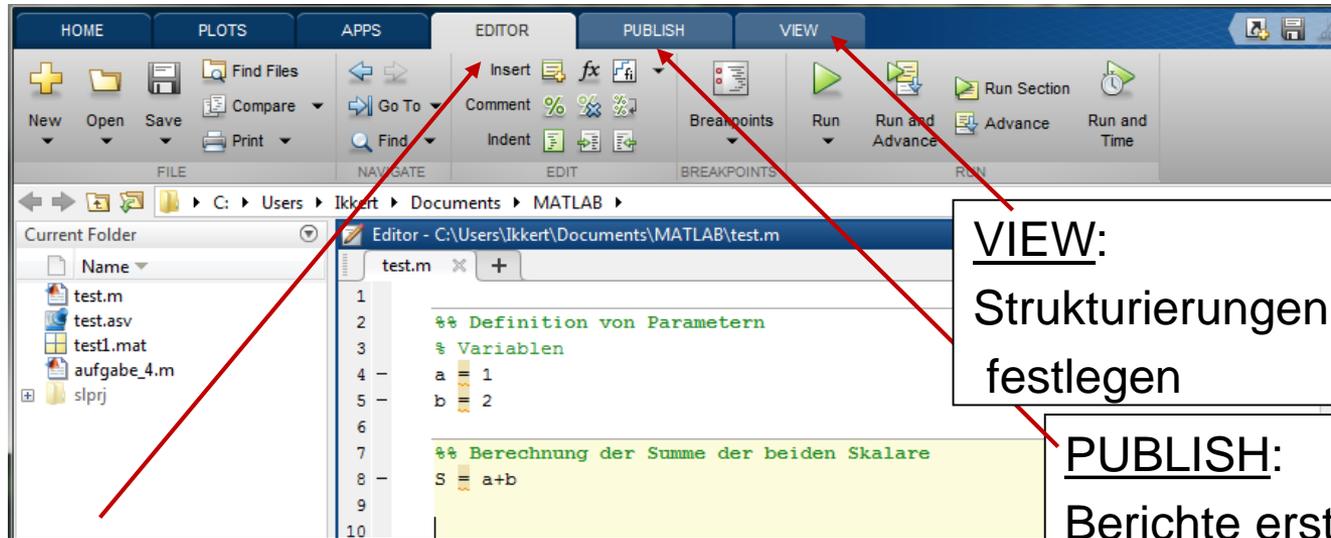
Hier können Skripte und Funktionen erstellt und bearbeitet werden.

### Vorteile:

- Speichern vom Programmcode
- Schrittweise Abarbeitung
- Syntax – Prüfung
- Debuggen von Fehlern
- Arbeiten mit Kommentaren



## Editor. M-File.



### VIEW:

Strukturierungen und Anordnungen festlegen

### PUBLISH:

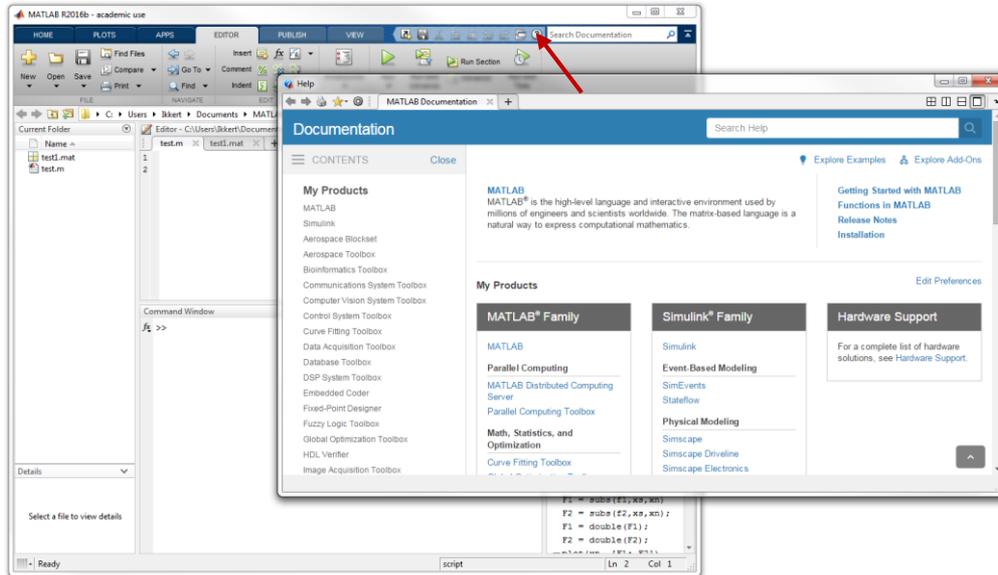
Berichte erstellen

### EDITOR:

- FILE – erstellen, öffnen oder speichern von Dateien
- NAVIGATE – Textsuche und -navigation
- EDIT – Kommentare und Sektionen
- BREAKPOINTS – aufspüren von Laufzeitfehlern
- RUN – ausführen der Datei



- Hilfe - Browser

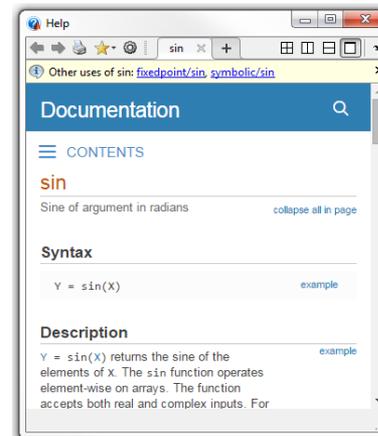


- help (Befehl)

>> help sin  
sin   Sine of argument in radians.  
    sin(X) is the sine of the elements of X.  
  
See also asin, sind.

- doc (Befehl)

>> doc sin





# Definitionen



## Darstellung von Zahlen

Zahlenbereich	$10^{-308}$ bis $10^{308}$
Unendlich $\infty$ ( $<10^{-308}$ oder $> 10^{308}$ )	Inf
Dezimalzahlen	9 -37 0.015 1.2E-20 9e73
Imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$	i oder j
Komplexe Zahlen	$3+6i$ oder $3+6j$
Kreiszahl $\pi$	pi
Eulersche Zahl e	exp(1)
Ungültiges Ergebnis (Not a Number)	NaN

## Datentypen

double(x)	Fließkommazahl, doppelte Genauigkeit (64 bit)
single(x)	Fließkommazahl, einfache Genauigkeit (32 bit)
int8(x); auch 16, 32, 64	8bit Festkommazahl, vorzeichenbehaftet (auch 16,32,64)
uint8(x); auch 16, 32, 64	8bit Festkommazahl, vorzeichenlos (auch 16,32,64)
logical(x)	logisches Ergebnis (1 oder 0)
char(x)	Zeichenkette (16 bit)

### Typumwandlung

- single(a)
- int32(12.65) = 13

### Runden von Fließkommazahlen

fix, round, ceil oder floor



## Zahlenformate

Format	Darstellung der Zahl 1/7
short (short e)	0.1429 (1.4286e-01)
long (long e)	0.142857142857143 (1.428571428571429e-01)
hex	3fc2492492492492
rat	1/7

weitere Formate: bank, loose, compact

### Umwandlung

```
>> format long
>> 1/7
ans = 0.142857142857143
>> format
```

### Umrechnung von Zahlen in andere Formate

- dec2hex(a) bzw. hex2dec('str')
- num2hex(a) bzw. hex2num('str')
- dec2bin(a) bzw. bin2dec('str')
- dec2base(a,basis) bzw. base2dec('str',basis)



mit dem Befehl *format* werden die Standardeinstellungen wiederhergestellt



## Variablen

### Variablenname:

- keine Sonderzeichen (Unterstrich erlaubt)
- Anfangszeichen - immer Buchstabe
- Nicht länger als 63 Zeichen
- Klein- und Großschreibung beachten!

### Vorteile:

- speichern
- überschreiben
- verändern
- weiterverarbeiten

### Wertzuweisung:

- einfach `>> a = 9`  
`a = 9`  
  
`>> a = 9;`
- mehrfach `>> a = 9, b = 12`

Name	Value
a	22
b	120
A	[1 2 3 4 5 6]
s	'Januar'

# Vektoren

<p><b>Spaltenvektor</b></p>	<p>&gt;&gt; <b>v = [1;2;3]</b></p>	<p>v = 1 2 3</p>
<p><b>Zeilenvektor</b></p>	<p>&gt;&gt; <b>v = [1 2 3]</b> oder &gt;&gt; <b>v = [1, 2, 3]</b></p>	<p>v = 1      2      3</p>
<p><b>Zahlenbereich</b> Anfangswert : Schrittweite : Endwert</p>	<p>&gt;&gt; <b>v = 1:5</b> (Schrittweite=1) &gt;&gt; <b>v = 1:2:6</b> &gt;&gt; <b>v = 0:0.1:1;</b> (Schrittweite&lt;1)</p>	<p>v = 1    2    3    4    5 v = 1    3    5 v = 0   0.1   0.2   0.3 ...</p>
<p><b>linear verteilter Wertebereich</b> linspace(Anfangswert, Endwert, Anzahl der Werte)</p>	<p>&gt;&gt; <b>linspace(0,10,6)</b> &gt;&gt; <b>v = linspace(0,10)</b> (autom. 100 Werte)</p>	<p>v = 0   2   4   6   8   10 v = 0 0.101 0.202 0.303.....</p>
<p><b>logarithmisch verteilter Wertebereich, (Basis 10)</b> logspace(Exponent d. Anfangswerts, Exponent d. Endwerts, Anzahl der Werte)</p>	<p>&gt;&gt; <b>v = logspace(-2,2,5)</b></p>	<p>v = 0.01   0.1   1.0   10.0   100.0</p>

# Matrizen

<p><b>Wertzuweisung</b></p>	<pre>&gt;&gt; A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]         oder &gt;&gt; A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]</pre>	<pre>A =     1    2    3     4    5    6     7    8    9</pre>
<p><b>Aus Vektoren bilden</b></p>	<pre>&gt;&gt; v1 = [1;2;3], v2 = [4;5;6]; &gt;&gt; A = [v1 v2]</pre>	<pre>A =     1    4     2    5     3    6</pre>
	<pre>&gt;&gt; v1 = [1 2 3], v2 = [4 5 6]; &gt;&gt; A = [v1; v2]</pre>	<pre>A =     1    2    3     4    5    6</pre>

## Spezielle Matrizen

(m,n): m – Anzahl der Zeilen, n – Anzahl der Spalten

(m): quadratische Matrix mxm

• **Nullmatrix**

A = zeros(m,n) oder (m)

```
>> A = zeros(2,3)
```

```
A =
    0    0    0
    0    0    0
```

• **Einheitsmatrix**

A = eye(m,n) oder (m)

```
>> A = eye(3)
```

```
A =
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

• **Matrix aus Einsen**

A = ones(m,n) oder (m)

```
>> A = ones(3,2)
```

```
A =
    1    1
    1    1
    1    1
```

• **Zufallsmatrix (Wertebereich 0:1)**

A = rand(m,n) oder (m)

```
>> A = rand(2)
```

```
A =
    0.9649    0.9706
    0.1576    0.9572
```



## Zugriff auf einzelne Elemente, Zeilen oder Spalten

Befehl	Bedeutung	Beispiel
$A(x,y)$	Element aus Zeile x und Spalte y	<pre>&gt;&gt; a = A(3,1) a = 7</pre> $A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$
$A(x1:x2,y)$	Elemente x1 bis x2 aus Spalte y	<pre>&gt;&gt; v = A(2:3,3) v = 6     9</pre> $A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$
$A(x,y1:y2)$	Elemente y1 bis y2 aus Zeile x	<pre>&gt;&gt; v = A(2,1:2) v = 4 5</pre> $A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$
$A(:,y)$	Alle Elemente aus Spalte y	<pre>&gt;&gt; v = A(:,1) v = 1     4     7</pre> $A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$
$A(x,:)$	Alle Elemente aus Zeile x	<pre>&gt;&gt; v = A(3,:) v = 7 8 9</pre> $A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$
$A(:)$	Alle Elemente aus Matrix A	Das Ergebnis wird als Spaltenvektor ausgegeben

- Matrix aus Untermatrizen zusammensetzen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

>> **B = [A (A+10); 2\*A -A]**

>> B =

A	1	2	11	12	(A+10)
	3	4	13	14	
2A	2	4	-1	-2	-A
	6	8	-3	-4	

- Untermatrix aus einer Matrix expandieren

>> **C = B(2:3,3:4)**

>> C =

$$\begin{pmatrix} 13 & 14 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

1	2	11	12
3	4	13	14
2	4	-1	-2
6	8	-3	-4

**B(2:3 , 3:4)**  
  
 2 und 3 Zeile  
 3 und 4 Spalte

- Teil einer Matrix überschreiben

>> **A(2,1) = C(1,1)**

>> A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \textcircled{13} & 4 \end{pmatrix}$



## Strukturen

- **struct('name1',wert1,'name2',wert2,.....)**

```
>> daten_beispiel = struct('Vektor', v, 'Matrix', A);
```

```
>> daten_beispiel.Matrix
```

```
ans =
```

```
4 7
```

```
3 6
```

- **mit Punkt (.) als Separator**

```
>> datum.Tag = 27;
```

```
>> datum.Monat = 1;
```

```
>> datum.Jahr = 2017;
```

```
datum =
```

```
struct with fields:
```

```
Tag: 27
```

```
Monat: 1
```

```
Jahr: 2017
```



## Cell Arrays

- **cell(m,n)**

```
>> Feld = cell (2,3)
```

```
Feld =  
2×3 cell array  
[] [] []  
[] [] []
```

```
>> Feld {1,1} = 17; >> Feld {1,2} = 'Januar';  
>> Feld {1,3} = [1 3]; >> Feld {2,1} = 0.01;  
>> Feld {2,2} = datum; >> Feld {2,3} = pi;  
>> Feld
```

```
Feld =  
2×3 cell array  
  
[ 17] 'Januar' [1×2 double]  
[0.0100] [1×1 struct] [ 3.1416]
```

- **Geschweifte Klammern {}**

```
>> Feld = {17,'Januar',[1 3]; 0.01,datum,pi}
```

```
Feld =  
2×3 cell array  
  
[ 17] 'Januar' [1×2 double]  
[0.0100] [1×1 struct] [ 3.1416]
```

```
>> Feld{1,2}
```

```
ans =  
Januar
```

Cell Arrays können Daten  
**unterschiedlicher**  
Datentypen enthalten!



## Text in Matlab

- 'text' – wird mit Hilfe von Anführungszeichen erzeugt

```
>> 'text'
```

```
>> ans = text
```

- string = 'text' – kann Variablen (Zeilenvektor) zugewiesen werden

```
>> string = 'Das ist ein String';
```

```
>> whos string
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
string	1x18	36	char	

- string = ['text1', 'text2'] – kann aus mehreren Texten zusammengesetzt werden

```
>> SommerSemester = ['März ', 'April ', 'Mai ', 'Juni ']
```

```
SommerSemester = März April Mai Juni
```



## Eingabe in Matlab

- Abfrage von Daten : **variable = input(Begleittext)**

```
>> Zahl = input(['Geben Sie eine ganze Zahl ein \n', 'Zahl:']); % Datenabfrage
Geben Sie eine Zahl ein % System - Antwort
Zahl:17 % Zahleneingabe
```

- Abfrage vom Text : **string = input(Begleittext,'s')**

```
>> paritaet = input('Ist diese Zahl gerade oder ungerade? ','s') % Textabfrage
Ist diese Zahl gerade oder ungerade? Ungerade % System – Antwort + Eingabe
```



## Ausgabe in Matlab

### – Ausgabe mit **disp**:

```
>> disp('Die Zahl lautet: ') % Ausgabe eines Textes
>> disp(Zahl) % Ausgabe einer Variable
>> disp('Parität ist: ') % Ausgabe eines Textes
>> disp(paritaet) % Ausgabe einer char-Variable
Die Zahl lautet: 17 %System – Antwort
Parität ist: gerade %System – Antwort
```

### – Formatierte Ausgabe vektorieller Daten:

#### a) **string = sprintf(string,variable)**

```
>> ausgabe = sprintf('Hat die nächste Zahl %d auch eine %s Parität? ',(Zahl+1),paritaet);%Formatierung
>> disp(ausgabe) %Ausgabe
Hat die nächste Zahl 18 auch eine ungerade Parität? %System – Antwort
```

#### b) **num2str(variable,'format')**

```
>> disp(['Hat die nächste Zahl ',num2str(Zahl+1,'%d'),' auch eine ',paritaet,' Parität?'])%Formatierte Ausgabe
Hat die nächste Zahl 18 auch eine ungerade Parität? %System – Antwort
```



Sonderzeichen	Bedeutung	Sonderzeichen	Bedeutung
\n	Zeilenumbruch	%d	Ganze Zahl
\t	Tabulator	%x	Ganze Zahl hexadezimal
\\	Backslash	%f	Fließkomma – Zahl
%%	Prozentzeichen	%e	Exponenten Schreibweise
“	Anführungszeichen	%s	String



	Befehl	Beschreibung
Speichern	<b>save</b> dateiname	Speichern von Workspace Variablen in die Datei dateiname.mat
	<b>save</b> dateiname v1 v2 ...	Speichern v1,v2... Variablen in die Datei dateiname.mat
	<b>save</b> datei.endung –ascii v1 v2	Speichern in ASCII – File datei
	<b>xlswrite</b> (‘datei.xlsx’,[v1 v2])	Speichern in Excel-File
	<b>save Workspace</b> (über Home→Variable)	Interaktives speichern
Laden	<b>load</b> dateiname	Laden von Variablen aus der Datei dateiname.mat
	<b>load</b> dateiname v1 v2 ...	Laden v1,v2... Variablen aus der Datei dateiname.mat
	<b>load</b> datei.endung	Laden aus ASCII – File
	<b>xlsread</b> (‘datei.xlsx’)	Laden aus Excel - File
	<b>Import Data</b> (über Home → Variable)	Interaktives laden



# Mathematische Berechnungen



## Grundrechenarten. Skalar

Operation	Syntax	Beispiel
Addition	$a+b$	>> <b>7+15</b> ans = 22
Subtraktion	$a-b$	>> <b>7-15</b> ans = -8
Multiplikation	$a*b$	>> <b>7*15</b> ans = 105
Division	$a/b$	>> <b>7/15</b> ans = 0.4667
Potenzieren	$a^b$	>> <b>7^15</b> ans = 4.7476e+12
Quadratwurzel	$\text{sqrt}(a)$	>> <b>sqrt(7)</b> ans = 2.6458
Betrag	$\text{abs}(a)$	>> <b>abs(-7)</b> ans = 7
Exponentialfunktion, $e^a$	$\text{exp}(a)$	>> <b>exp(7)</b> ans = 1.0966e+03
Logarithmus, Basis e	$\text{log}(a)$	>> <b>log(7)</b> ans = 1.9459
Logarithmus, Basis 10	$\text{log10}(a)$	>> <b>log10(7)</b> ans = 0.8451



## Matrizen und Vektoren

Wolfenbüttel

$$a = 2 \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

\* Für Vektoren gelten gleiche Regeln wie für die Matrizen

Operation		Syntax	Beispiel
Addition	Matrix+Skalar	$B+a$	>> $B+a = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ >> $A+B = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$
	Matrix+Matrix	$A+B$	
Subtraktion	Matrix-Skalar	$B-a$	>> $B-a = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ >> $A-B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
	Matrix-Matrix	$A-B$	
Multiplikation	Matrix*Skalar	$B*a$	
	Matrix*Matrix	$A*B$	>> $B*a = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$ >> $A*B = \begin{pmatrix} 17 & 57 \\ 13 & 37 \end{pmatrix}$ >> $A.*B = \begin{pmatrix} 8 & 27 \\ 4 & 25 \end{pmatrix}$
	Matrix.*Matrix (elementweise)	$A.*B$	
Division	Matrix/Skalar	$B/a$ aber $a./B$	>> $B/a = \begin{pmatrix} 1 & 1.5 \\ 0.5 & 2.5 \end{pmatrix}$ >> $a./B = \begin{pmatrix} 1 & 0.7 \\ 2 & 0.4 \end{pmatrix}$ >> $A./B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
	Matrix./Matrix (elementweise)	$A./B$	
Potenzieren	Matrix <sup>Skalar</sup>	$A^a$	>> $A^a = [52 \ 81; 36 \ 61]$
	Matrix <sup>Skalar</sup> (el.)	$A.^a$	>> $A.^a = [16 \ 81; 16 \ 25]$

## Matrizen und Vektoren

- Berechnen Sie die Multiplikation zweier Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 9 & 0 \\ 12 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 9 & -6 & 4 & 5 & -2 & 0 \\ 7 & 4 & -1 & -8 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

% A=(4\*2) und B=(2\*6)

% (4\*2)\*(2\*6) = (4\*6)

>> A = [8 6;9 0;12 -2;3 5]; % Matrix A

>> B = [9 -6 4 5 -2 0;7 4 -1 -8 8 9]; % Matrix B

>> A\*B % Matrizenmultiplikation

$$A*B = \begin{pmatrix} 114 & -24 & 26 & -8 & 32 & 54 \\ 81 & -54 & 36 & 45 & -18 & 0 \\ 94 & -80 & 50 & 76 & -40 & -18 \\ 62 & 2 & 7 & -25 & 34 & 45 \end{pmatrix}$$



## Matrizen und Vektoren

- Berechnen Sie die Lösung folgendes linearen Gleichungssystems:

$$10x_1 - 3x_2 = 4$$

$$4x_1 + 5x_2 = 3$$

Matrizenform:

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{(-1)} \cdot A \cdot X = A^{(-1)} \cdot B$$

$$X = A^{(-1)} \cdot B$$

>>  $A = [10 \ -3; 4 \ 5]$  % Koeffizientenmatrix

>>  $B = [4; 3]$  % rechte Seite

>>  $X = A^{(-1)} \cdot B$  % Matrizenmultiplikation

$$\begin{matrix} X = 0.4677 \\ \quad 0.2258 \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} x_1 = 0.4677 \\ x_2 = 0.2258 \end{matrix}$$



## Matrizen und Vektoren

- Berechnen Sie die elementweise Multiplikation zweier Matrizen:

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 9 & 0 \\ 12 & -2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 7 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

`% C=(3*2) und D=(3*2)`

`% (3*2).*(3*2) = (3*2)`

`>> C = [8 6;9 0;12 -2]; % Matrix C`

`>> D = [9 -6;7 4;3 5]; % Matrix D`

`>> C.*D % elementweise Matrizenmultiplikation`

$$C.*D = \begin{pmatrix} 72 & -36 \\ 63 & 0 \\ 36 & -10 \end{pmatrix}$$

# Matrizen und Vektoren

- Berechnen Sie die Funktionswerte für die gegebenen Punkte:

<b>x</b>	<b>x1</b>	<b>x2</b>	<b>x3</b>	.....	<b>xn</b>
<b>y</b>	y1	y2	y3	.....	yn

$$y = (x + 2) \cdot \ln(x)$$

% Wahl des Definitionsbereichs

>> **x = 1:0.5:4**

x =

1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000 3.5000 4.0000

% Berechnung der Funktionswerte

>> **y = (x+2).\*log(x)** % elementweise Matrizenmultiplikation

y =

0 1.4191 2.7726 4.1233 5.4931 6.8902 8.3178

## Matrizen und Vektoren

- Eingabe von Funktionen

$$y = |\sqrt{x^2 - 2x}| \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

```
>> x = 2:10;
```

```
>> y = abs(sqrt(x.^2 - 2*x)).*exp(1./x)
```

Potenzieren  
eines Vektors

Skalar durch  
einen Vektor

- Berechnen von Logarithmen

```
>> v = [1 10 100 1000 10000]
```

```
>> log10(v) = 0 1 2 3 4
```

- Matrix – Operationen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

- Berechnen  $A \cdot B$

```
>> A*B
```

Error using \*

Inner matrix dimensions must agree.

- Berechnen  $A \cdot B$  elementweise

```
>> A.*B
```

```
ans =
```

```
1 4 3
16 15 12
```



# Matrizen und Vektoren

$$v = [1 \ 3 \ 8] \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Operation	Syntax	Beispiel
Transponieren	$T = A'$	<pre>&gt;&gt; v' = 1      &gt;&gt; A' = 4  3            3          7  6            8</pre>
Inverse Matrix	$I = \text{inv}(A)$	<pre>&gt;&gt; inv(A) = 2.0000 -2.3333            -1.0000  1.3333</pre>
Quersumme	$S = \text{sum}(A)$	<pre>&gt;&gt; sum(v) = 12      &gt;&gt; sum(A) = 7  13</pre>
Größe	$s = \text{size}(A)$	<pre>&gt;&gt; size(v) = 1  3      &gt;&gt; size(A) = 2  2</pre>
Länge	$L = \text{length}(A)$	<pre>&gt;&gt; length(v) = 3      &gt;&gt; length(A) = 2</pre>
Max und Min	$\text{max}(A), \text{min}(A)$	<pre>&gt;&gt; max(v) = 8      &gt;&gt; max(A) = 4  7</pre>
Eigenwerte, -vektoren	$\text{eig}(A), [V,D]=\text{eig}(A)$	<pre>&gt;&gt; eig(A) = 0.3096            9.6904</pre>
Determinante	$\text{det}(A)$	<pre>&gt;&gt; det(A) = 3</pre>



# Trigonometrische Funktionen

Argument	Sinus	Kosinus	Tangens
x, in radiant	sin(x)	cos(x)	tan(x)
x, in Grad	sind(x)	cosd(x)	tand(x)
Hyperbelfunktionen	sinh(x)	cosh(x)	tanh(x)

Arcus-Funktionen: Inverses der obigen Funktionen durch zusätzliches „a“ vor dem Befehl

- asin(x), acos(x), atan(x) Ergebnis in rad
- asind(x), acosd(x), atand(x) Ergebnis in Grad
- asinh(x), acosh(x), atanh(x) Arcushyperbolikus, rad

Umrechnung :

$$x, \text{rad} = \frac{x(\text{grad}) \cdot \pi}{180^\circ} \qquad x, \text{grad} = \frac{x(\text{rad}) \cdot 180^\circ}{\pi}$$

## Komplexe Zahlen

Imaginäre Einheit in Matlab:  $i$  oder  $j$ ,  $i^2 = -1$

- Kartesische Form

$$z = x + i \cdot y \quad \text{oder} \quad z = \mathit{complex}(x, y)$$

- Polar- oder Trigonometrische Form

$$z = r \cdot (e^{i\varphi}) = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi), \quad r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \mathit{arg}(z)$$

Operation	Syntax	Operation	Syntax
Betrag	<code>abs(z)</code>	Realteil	<code>real(z)</code>
Winkel, (rad)	<code>angle(z)</code>	Imaginärteil	<code>imag(z)</code>
Konjugiert komplex	<code>conj(z)</code>	Polardarstellung	<code>compass(z)</code>

## Komplexe Zahlen

$$z = 4 + i \cdot 3$$

- Geben Sie die Zahl  $z$  in Polarform an

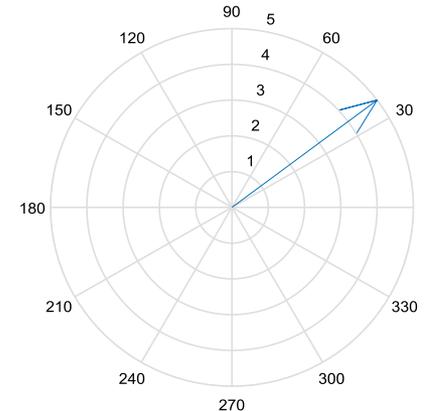
```
>> r = abs(z) = 5           % Betrag von z
>> phi = angle (z) = 0.6435 % Phasenwinkel von z in rad
>> (phi*180)/pi = 36.8699  % Umrechnung ins Gradmaß
```

Die Zahl  $z$  in Polarform lautet:  $z = 5 \cdot e^{37i}$

- Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von  $z$  und die konjugiert komplexe Zahl

```
>> real(z) = 4           % Realteil von z
>> imag(z) = 3          % Imaginärteil von z
>> conj(z) = 4.0000 - 3.0000i % konjugiert komplex zu z
```

- Stellen Sie die Zahl in Polarform dar  
>> **compass(z)**



## Vergleichsoperatoren

Operation	Befehl	Operation	Befehl
gleich	==	größer als	>
ungleich	~=	kleiner oder gleich	<=
kleiner als	<	größer oder gleich	>=

Ergebnis: logische 0 – für eine falsche Aussage  
1 – für eine richtige Aussage

- Vergleich zweier Zahlen

```
>> a=2, b=3
>> a <= b
ans =
    logical
    1
```

- Vergleich Matrix mit einer Zahl

```
>> A=[1 2; 3 4]
>> A >= 4
ans =
    2x2 logical array
    0 0
    0 1
```

- Vergleich zweier Matrizen

```
>> A=[1 2; 3 4]
>> B=[1 3; 3 0]
>> A == B
ans =
    2x2 logical array
    1 0
    1 0
```

## Logische Operatoren

Logische Operation	Befehl	Beispiel
und	&	>> 0&1 ans = 0
oder		>> 0 1 ans = 1
nicht	~	>> ~1 ans = 0
entweder oder	xor	>> xor(1,1) ans = 0

Ergebnis:

0 – für eine falsche Aussage  
1 – für eine richtige Aussage

$$x = [-2 \ 3 \ 1 \ 0 \ 4], \quad y = [9 \ 0 \ 7 \ 0 \ 0] \quad \text{und} \quad z = [-4 \ 6 \ 2 \ 0 \ 8]$$

• >> **x > y**  
>> ans = 0 1 0 0 1

• >> **x == -2\*z**  
>> ans = 0 0 0 1 0

• >> **y(x<=1)**  
>> ans = 9 7 0

• >> **x & (~y)**  
>> ans = 0 1 0 0 1

• >> **x>2 & x<8 & y<=0**  
>> ans = 0 1 0 0 1

• >> **z((x<=2)|(y>=4))**  
>> ans = -4 2 0

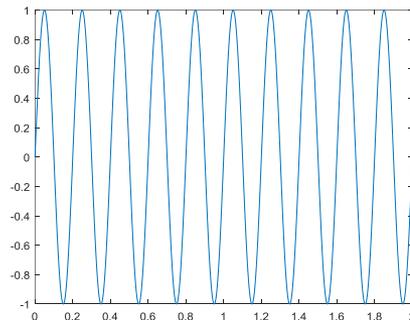


# Grafische Darstellungen. 2D



## Grafik zeichnen

- `plot(x,y)` - zeichnet die y-Werte über den x-Werten
  - $x: [x_1, x_2 \dots x_n]$  Vektor der Abszisse-Werte
  - $y: [y_1, y_2 \dots y_n]$  Vektor der Ordinate-Werte
  - $x$  und  $y$  müssen gleich lang sein



```
>> x=0:0.001:2;           % Festlegung des x-Wertebereichs  
>> y=sin(2*pi*5*x);       % Berechnung der Funktionswerte (y-Wertebereich)  
>> plot(x,y)              % Grafische Darstellung der Funktion y(x)
```

- `plot(y)` - zeichnet die y-Werte über der Folge (1,2,3....)
- `plot(x1,y1,x2,y2...)` - zeichnet mehrere Funktionen in einem Diagramm

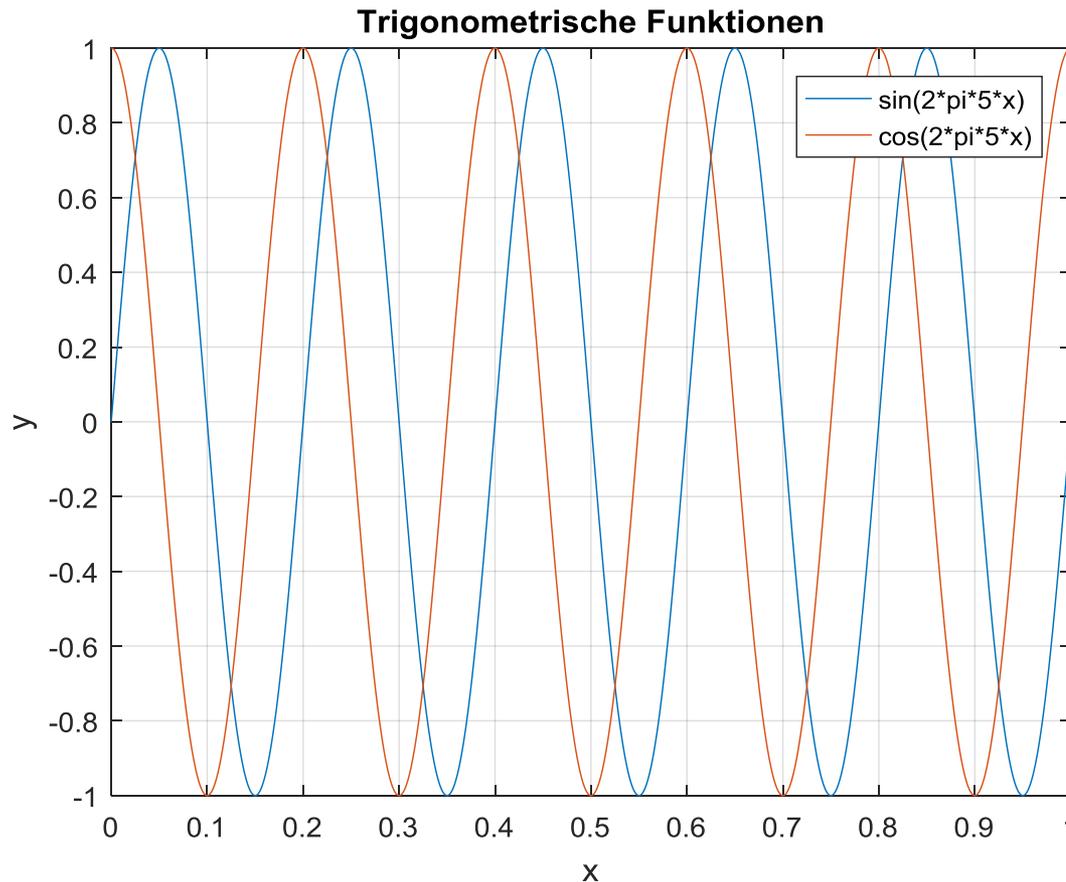


## Grafikeigenschaften

Befehl	Beschreibung
figure	Neues Grafikfenster
grid on (grid off)	Anzeigen (Ausblenden) von Gitternetzlinien
legend (' text ')	Einfügen einer Legende
title(' text ')	Einfügen eines Diagrammtitels
xlabel(' text ')	Beschriftung der x-Achse
ylabel(' text ')	Beschriftung der y-Achse
axis([xmin,xmax,ymin,ymax])	Skalierung der Achsen
plot(x,y,'y--')	Optionen für Farbe und Stil der Linien
close (all)	Das aktuelle Grafikfenster wird geschlossen
axis equal	Gleiche Achsenmaßstäbe



# Grafikeigenschaften



```
>> close
>> figure
>> x=0:0.001:2;
>> y1=sin(2*pi*5*x);
>> y2=cos(2*pi*5*x);
>> plot(x,y1,x,y2)
>> axis([0,1,-1,1]);
>> grid on
>> legend('sin(2*pi*5*x)','cos(2*pi*5*x)');
>> title('Trigonometrische Funktionen');
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
```



## Farbenwerte, Punkt- und Linientypen

Farbe	Linientyp	Punkttyp	
b – blau	– durchgezogen	. Punkt	v,^ Dreieck
g – grün	: gepunktet	o Kreis	<,> Dreieck
r – rot	-. Strich – Punkt	x X-Marker	p Pentagramm
c – cyan	-- gestrichelt	+ Plus	h Hexagramm
m – magenta		* Stern	
y – gelb		s Quadrat	
k – schwarz		d Raute	

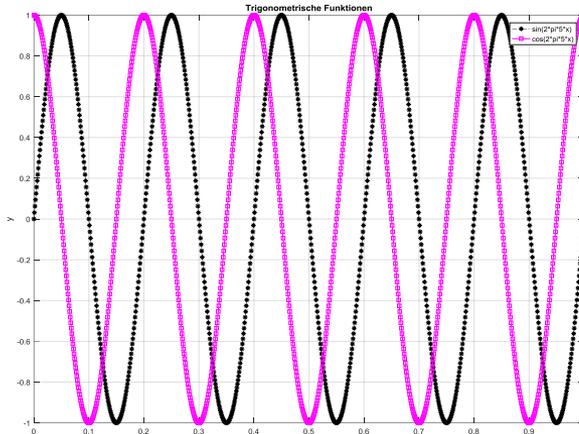
### Weitere Befehle:

- LineWidth            Liniendicke
- MarkerSize         Größe von Markern
- MarkerEdgeColor   Farbe der Markerumrandungen
- MarkerFaceColor   Markerfüllungen

Können nur in separaten **plot** –  
Befehlen definiert werden



## Farbenwerte, Punkt- und Linientypen



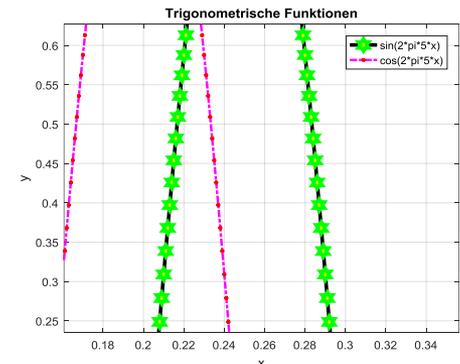
```
.
.
>> y1=sin(2*pi*5*x);
>> y2=cos(2*pi*5*x);
>> plot(x,y1,'k-.*',x,y2,'m-s');
>> axis([0,1,-1,1]);
.
.
.
```

```
.
>>
>> plot(x,y1,'k-h','LineWidth',3,'MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','g','MarkerFaceColor','y');
```

```
>> hold on % damit die Sinuskurve nicht durch den plot-Befehl der Kosinuskurve
           überschrieben wird
```

```
>> plot(x,y2,'m-.*','LineWidth',2,'MarkerSize',3,'MarkerEdgeColor','r');
```

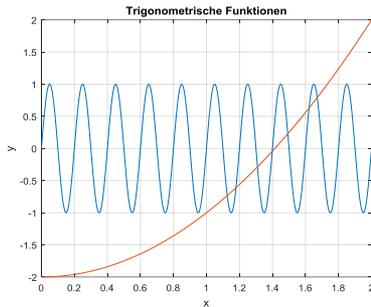
```
>> hold off
>> axis([0,1,-1,1]);
>> grid on
```





## Mehrere Kurven in einem Diagramm

- **hold** Die im Grafikenfenster bereits bestehende Kurve wird nicht durch einen neuen plot-Befehl überschrieben

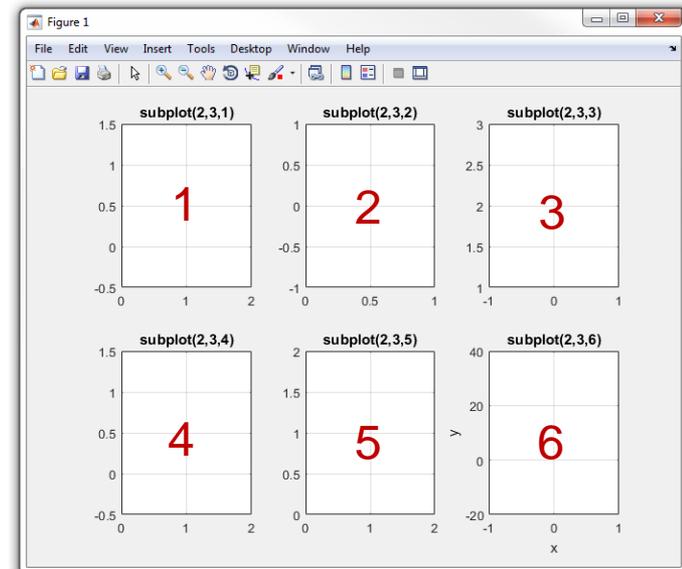


```
>>x=0:0.001:2;
>> y1=sin(2*pi*5*x);
>> y3 = x.^2-2;
>> plot(x,y1);
>> hold on
>> plot(x,y3);
>> hold off
```

- **subplot(m,n,k)**

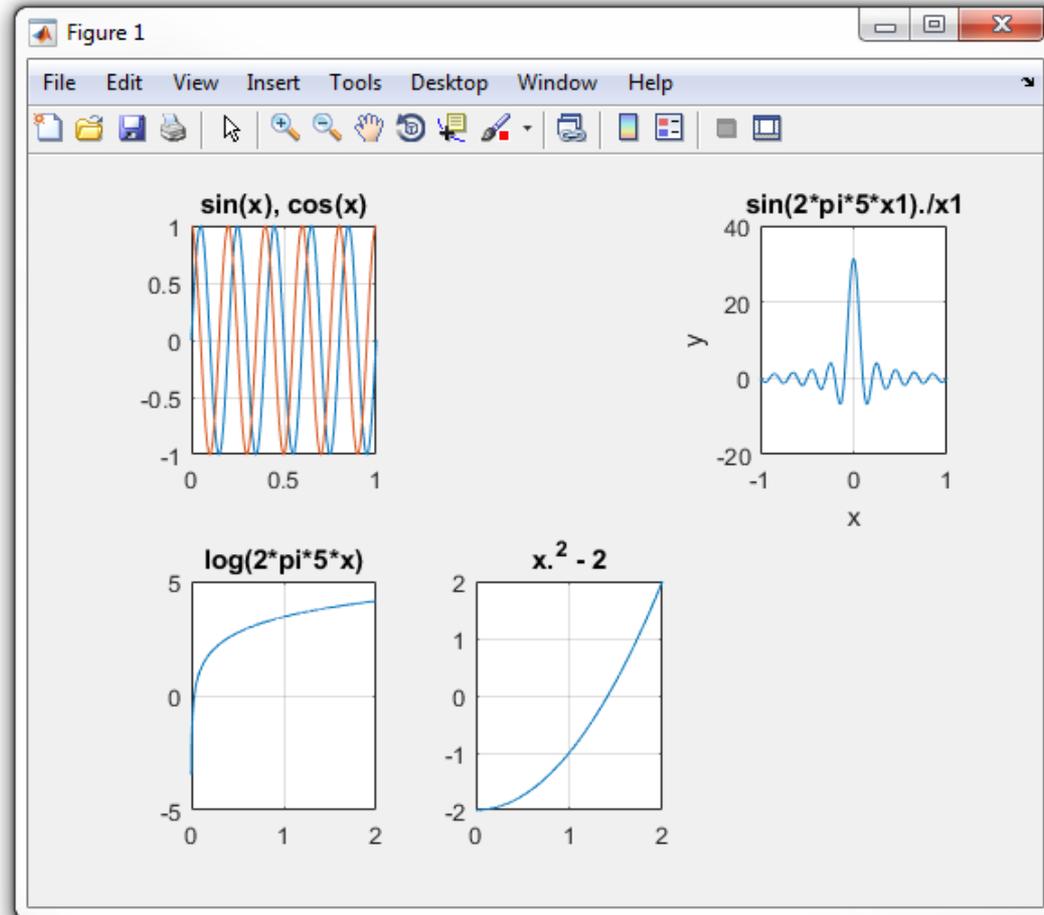
(m,n,k): m – Anzahl der Zeilen, n – Anzahl der Spalten,  
k – die Position, an der das Diagramm platziert werden soll.

- Reihenfolge ist beliebig
- Felder können überschrieben werden
- Felder müssen nicht belegt sein
- Für jedes Unterdiagramm **subplot + plot** Befehle erforderlich
- Jedem Unterdiagramm kann Titel, Legende, Gitternetzlinien zugeordnet werden





## Mehrere Kurven in einem Diagramm

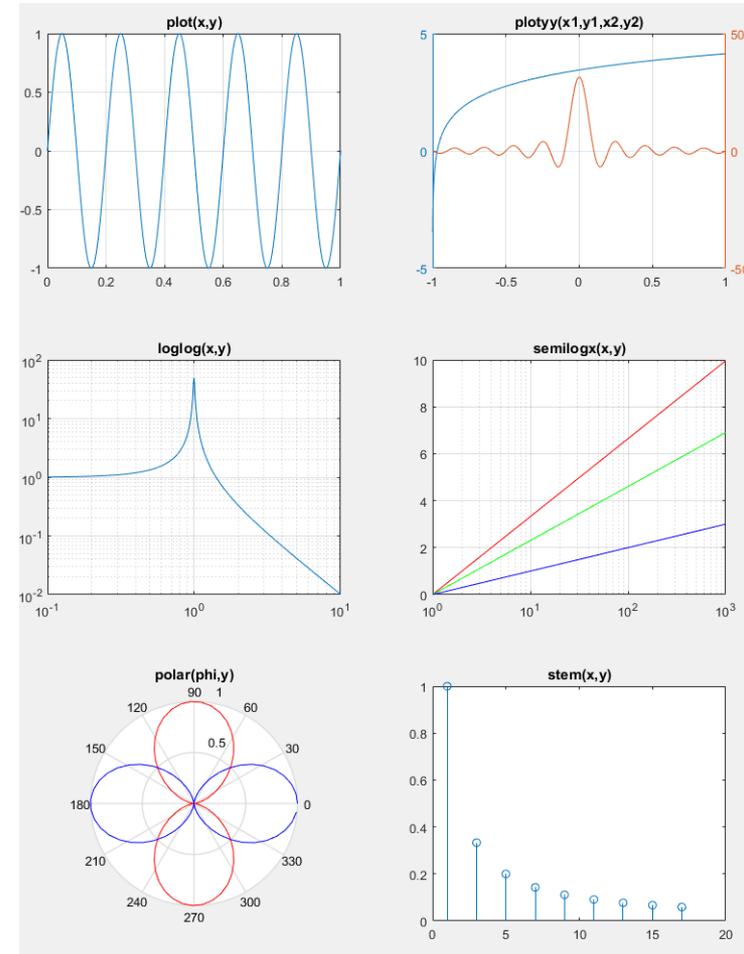


```

>> subplot(2,3,1)
>> plot(x,y1);
>> hold on
>> plot(x,y);
>> axis([0,1,-1,1]);
>> title('sin(x), cos(x)');
>> grid on
>> hold off
>> subplot(2,3,4)
>> plot(x,y2);
>> title('log(2*pi*5*x)');
>> grid on
>> subplot(2,3,5)
>> plot(x,y3);
>> title('x.^2 - 2');
>> grid on
>> subplot(2,3,3)
>> plot(x,y4);
>> title('sin(2*pi*5*x)./x');
>> axis([-1,1,-20,40]);
>> grid on
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
    
```

# Diagrammtypen

Typ	Befehl	Beschreibung
linear	plot(y)	y über (1,2,3...)
	plot(x,y)	y über x
	plotyy(x1,y1,x2,y2)	zwei y-Achsen
logarithmisch	loglog(x,y)	beide Achsen logarith.
	semilogx(x,y)	x-Achse logarithmisch
	semilogy(x,y)	y-Achse logarithmisch
radial	polar(winkel,radius)	Polarkoordinaten
	compass(z)	Zeiger, komplex
Balken	stem(x,y)	y als senkrechte Linien über x



weitere Diagramme: stairs, contour, bar, pie etc.



## RLC Reihenschwingkreis

**Resonanzfall:**

$$\omega = \omega_0$$

$\omega$  - Anregungsfrequenz

$\omega_0$  - Eigenfrequenz des Reihenschwingkreises

Gesamtimpedanz:

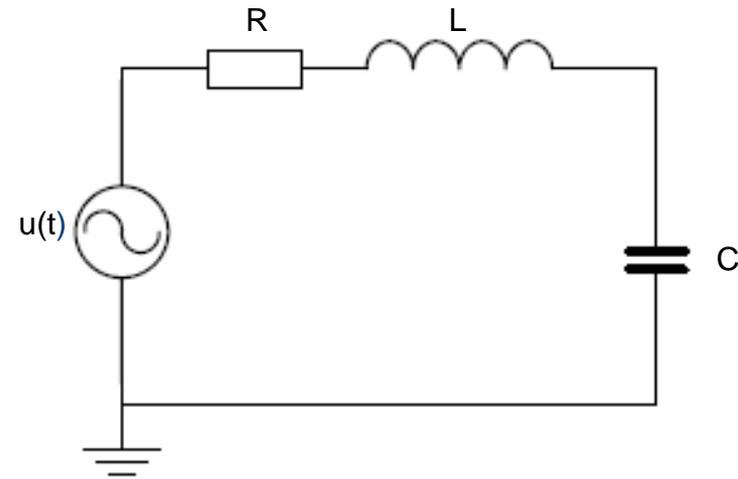
$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\theta}$$

Strom- und Spannungsverläufe:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{|\underline{Z}|} \quad \underline{U}_L = \hat{I} \cdot j\omega L \quad \underline{U}_C = \frac{\hat{I}}{j\omega C}$$

Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$





## RLC Reihenschwingkreis

**Resonanzfall:**

$$\omega = \omega_0$$

$\omega$  - Anregungsfrequenz

$\omega_0$  - Eigenfrequenz des Reihenschwingkreises

Gesamtimpedanz:

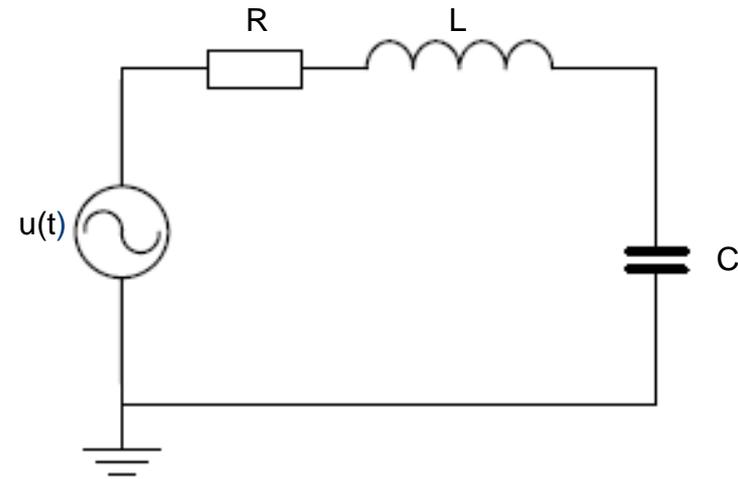
$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\theta}$$

Strom- und Spannungsverläufe:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{|\underline{Z}|} \quad \underline{U}_L = \hat{I} \cdot j\omega L \quad \underline{U}_C = \frac{\hat{I}}{j\omega C}$$

Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$





## RLC Reihenschwingkreis

% Definition von Konstanten:

```
U = 10;  
R = 500;  
L = 0.5;  
C = 0.000001;  
w = 10:2:10000;
```

% Berechnungen

```
Z = abs(R+(w.*L-1./(w.*C))*j); % Gesamtimpedanz  
I = U./Z; % Amplitude des Stromes  
UL = I.*w.*L; % Verlauf der Spulenspannung  
UC = I./(w.*C); % Verlauf der Kondensatorspannung  
tan_phi = (w.*L-1./(w.*C))/R; % Phasenverschiebungswinkel
```

```
subplot(221) % mehrere Kurven in einem Diagrammen  
plot(w,Z) % Verlauf der Gesamtimpedanz zeichnen  
title('Gesamtimpedanz'); % Titel für den Verlauf im subplot(221)  
xlabel('Kreisfrequenz, rad/s'); % Beschriftung der X Achse  
ylabel('Z, Ohm'); % Beschriftung der Y Achse  
xlim([0,1500]); % Darstellungsbereich der X Achse eingrenzen  
grid % Gitternetzlinien einfügen
```

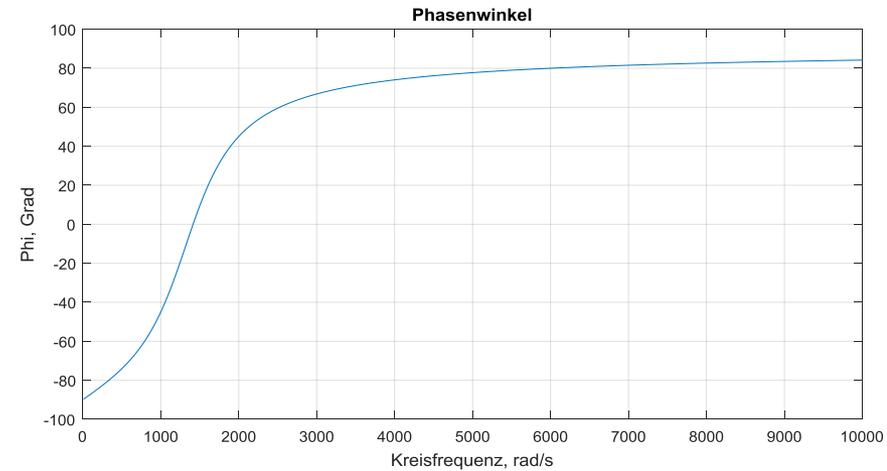
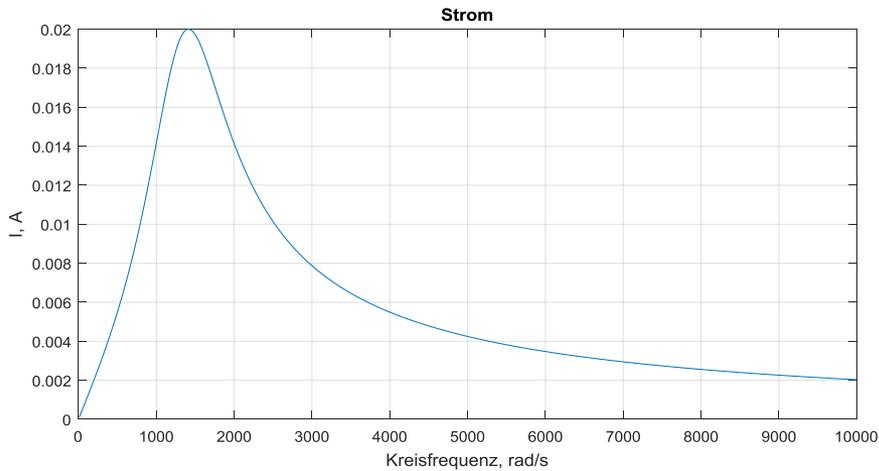
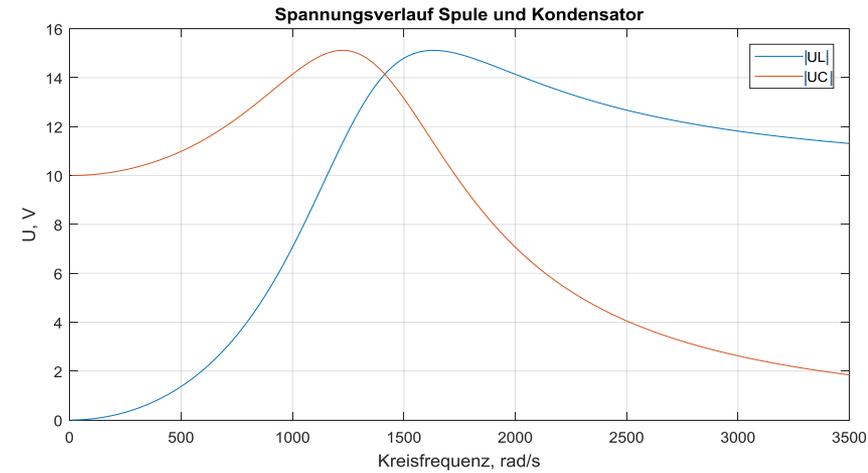
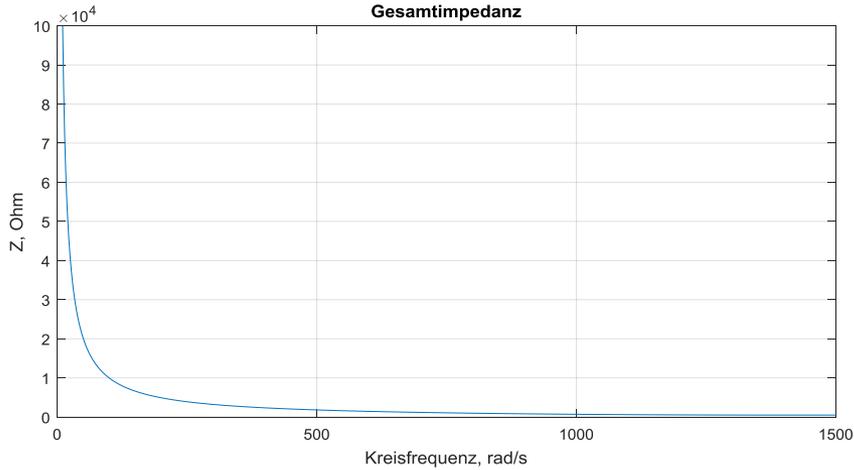
```
subplot(222)  
plot(w,UL)  
hold  
plot(w,UC)  
title('Spannungsverlauf Spule und Kondensator');  
xlabel('Kreisfrequenz, rad/s');  
ylabel('U, V');  
xlim([0,3500]);  
legend('UL','UC');  
grid
```

```
subplot(223)  
plot(w,I)  
title('Strom');  
xlabel('Kreisfrequenz, rad/s');  
ylabel('I, A');  
grid
```

```
subplot(224)  
plot(w,atan(tan_phi)*180/pi)  
title('Phasenwinkel');  
xlabel('Kreisfrequenz, rad/s');  
ylabel('Phi, Grad');  
grid
```

# RLC Reihenschwingkreis

Wolfenbüttel





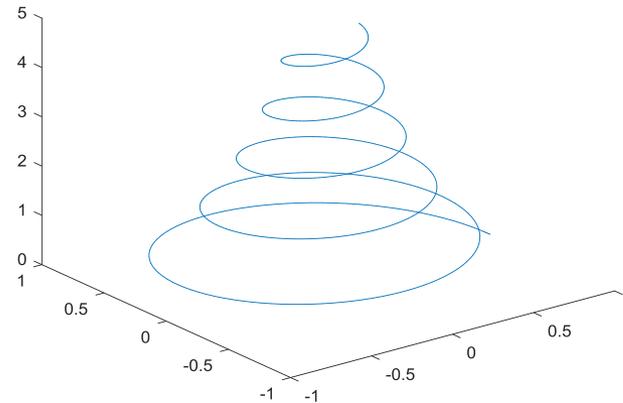
# Grafische Darstellung. 3D



## 3D Funktion zeichnen

- **plot3(x,y,z)** – Linienplot

```
>> t = 0:0.01:5;  
>> x = exp(-t/3).*cos(2*pi*t);  
>> y = exp(-t/3).*sin(2*pi*t);  
>> plot3(x,y,t)
```



- **[X,Y] = meshgrid(x,y)** Gittermatrix

Dem Definitionsbereich der x und y werden Gitterpunkte, in denen die Funktion ausgewertet wird, entnommen.

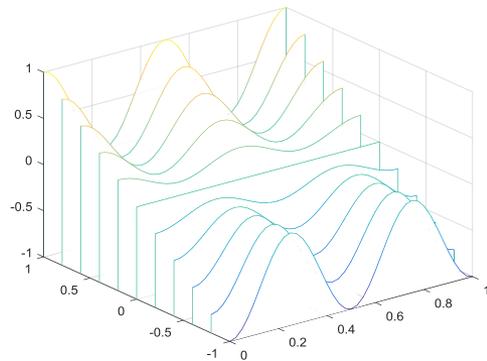
```
>> x = 0:0.025:1; % Definitionsbereich für x  
>> y = -1:0.2:1; % Definitionsbereich für y  
>> [X,Y] = meshgrid(x,y); % Gittermatrix  
>> Z = Y.*cos(2*pi*X).^2; % Funktionsberechnung für ausgewählte Gitterpunkte  
>> surf(X,Y,Z) % Grafik zeichnen in 3D (surf als Beispiel)
```

## Diagrammtypen

Wolfenbüttel

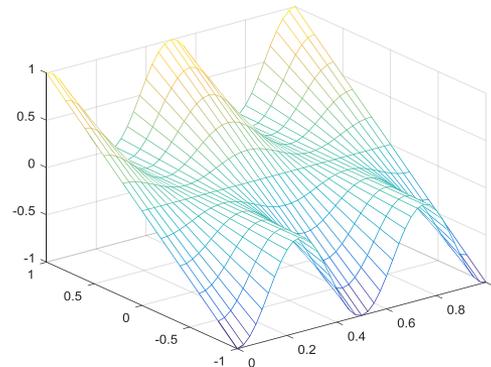
– **waterfall(X,Y,Z)**

Liniennetz mit  
parallelen Linien



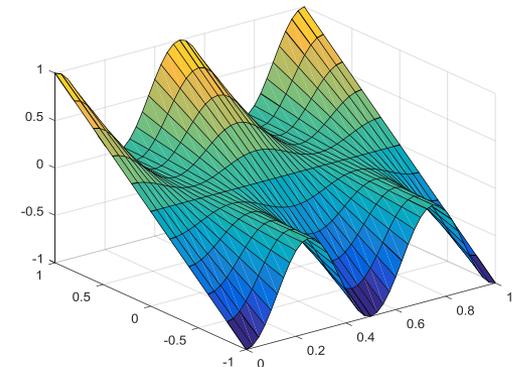
– **mesh(X,Y,Z)**

Maschennetzdiagramm mit  
Gitternetzlinien



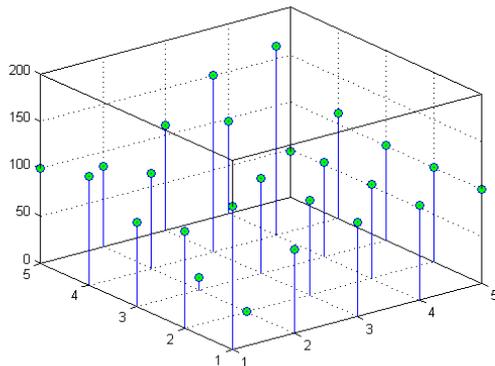
– **surf(X,Y,Z)**

Oberflächendiagrammen  
mit Farbschattierungen



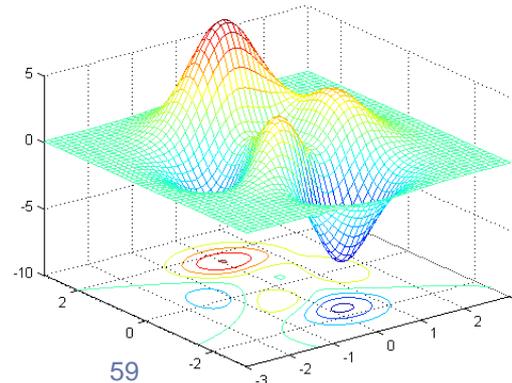
– **stem3(X,Y,Z)**

Linien in Z-Richtung  
über x, y



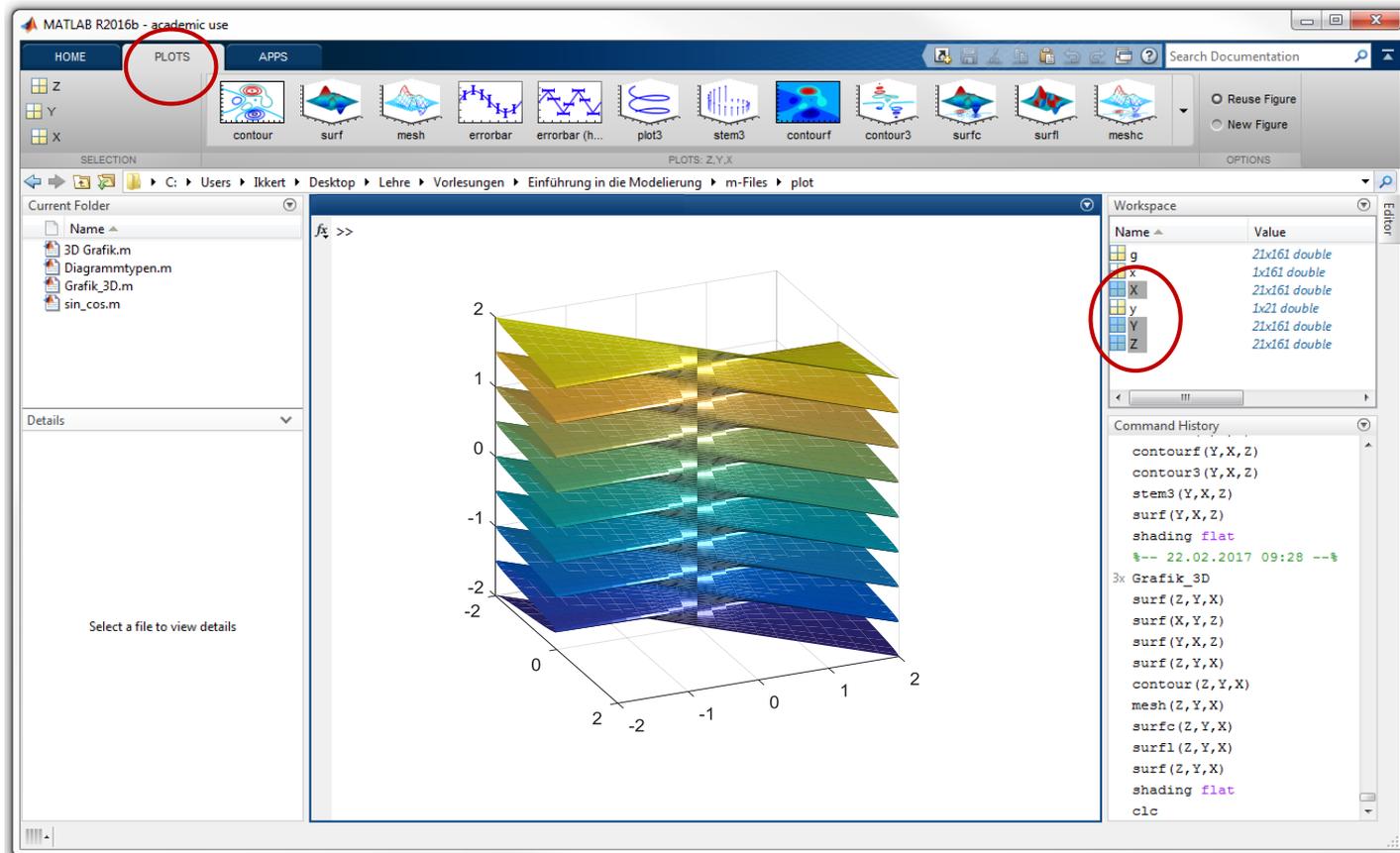
– **meshc(X,Y,Z)**

Maschennetzdiagramm  
Gitternetz- plus Isolinien



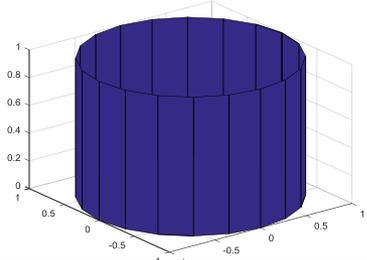
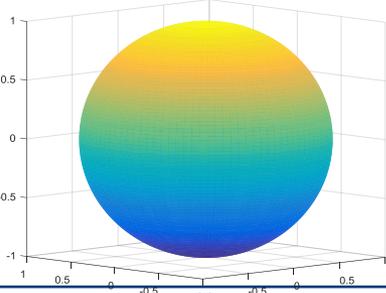


## Interaktives Plotten





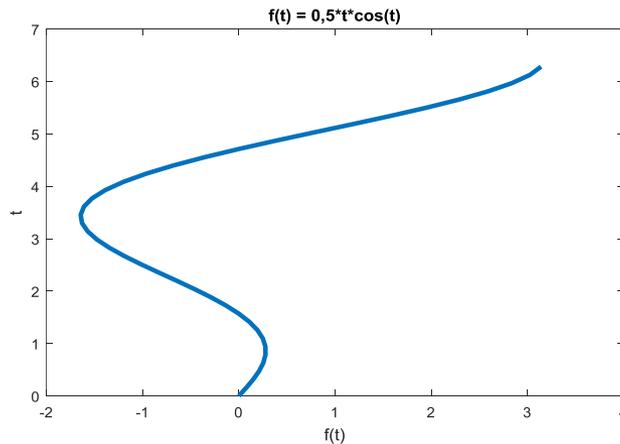
## 3D Objekte durch Rotation

Objekt	Befehl	Beschreibung	
Zylinder	$[X,Y,Z] = \text{cylinder}$	Erzeugt im Grafikfenster ein Zylinder mit dem Radius r	
	$[X,Y,Z] = \text{cylinder}(r)$		
Kugel	$[X,Y,Z] = \text{sphere}$ $[X,Y,Z] = \text{sphere}(n)$	Erzeugt im Grafikfenster eine Kugel aus nxn Flächen	

- Die Objekte werden mit **mesh(X,Y,Z)** oder **surf(X,Y,Z)** grafisch ausgegeben
- Befehle **cylinder** oder **sphere** zeichnen Objekte in vordefinierter Größe

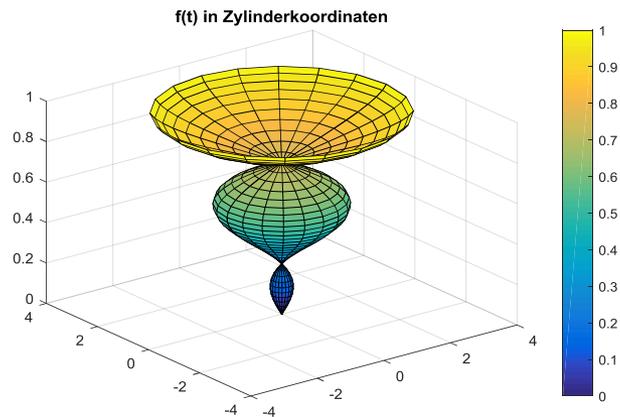


## 3D Objekte durch Rotation



```
>> t = 0:pi/20:2*pi;  
>> f = 0.5*t.*cos(t);
```

```
>> subplot(2,1,1)  
>> plot(f,t,'LineWidth',3);  
>> xlabel('f(t)');  
>> ylabel('t');  
>> title('f(t) = 0,5*t*cos(t)');
```



```
>> subplot(2,1,2)  
>> [X,Y,Z] = cylinder(0.5*t.*cos(t));  
>> surf(X,Y,Z);  
>> title('f(t) in Zylinderkoordinaten');  
>> colorbar
```



## Hilfreiche Befehle

Befehl	Funktion	Beschreibung
view(phi,r)	definiert den Beobachtungspunkt	durch Winkel phi und Höhe r
view([x,y,z])		durch x-, y- und z - Koordinaten
axis([x <sub>min</sub> ,x <sub>max</sub> ,y <sub>min</sub> ,y <sub>max</sub> ])	Achsen Skalierung	Achsenbegrenzung durch max- und min-Werte
axis equal		alle Achsen gleich skaliert
axis tight		für minimale Grafikfläche
shading interp	Schattierung	weiche Farbübergänge, interpoliert
shading flat		Kein sichtbarer Farbübergang
box on	Diagramm Umrandung	zeichnet die Umrandung
box off		löscht bereits vorhandene Umrandung
colormap(name)	Farben einstellen	Wahl der Farbtabelle
caxis(farbe_min,farbe_max)		Skalierung der Farbe



## Potentialfeld eines zweiadrigen Kabels

Potentialfeld eines beliebigen Punktes:

$$\Phi = A \cdot \left[ \ln \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} + \ln \frac{(x+b)^2 + y^2}{(x-b)^2 + y^2} \right], \varphi(x=0) = 0$$

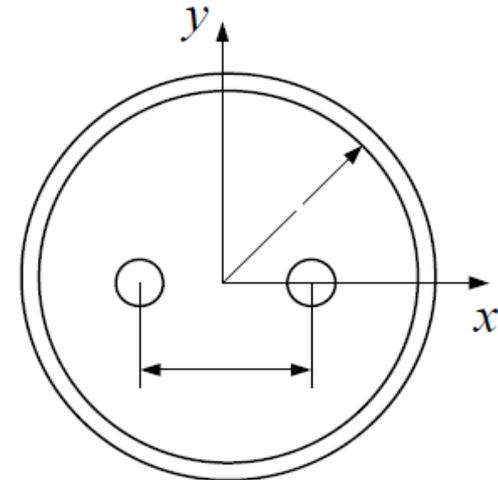
```

clc
x = -1:0.01:1; % Definitionsbereich für x
y = -1:0.01:1; % Definitionsbereich für y
A = 7.9; a = 0.5; b = 2;
[X,Y] = meshgrid(x,y); % Gittermatrix

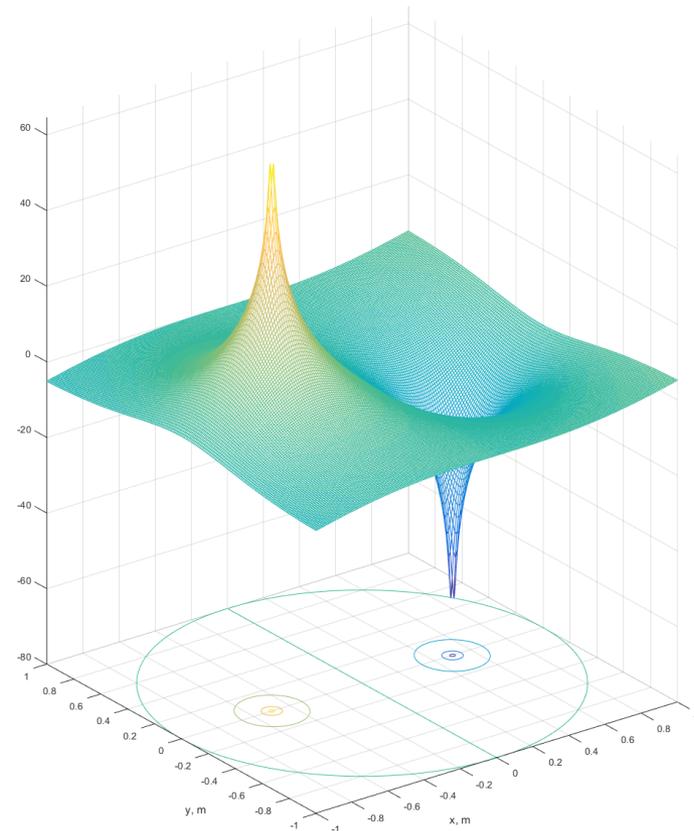
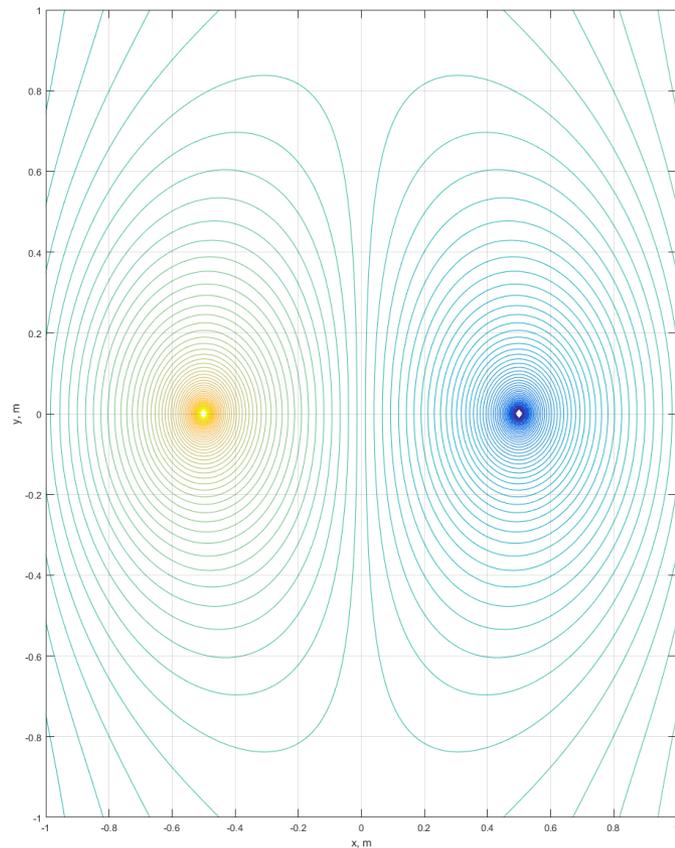
arg1 = ((X-a).^2+Y.^2)./((X+a).^2+Y.^2);
arg2 = ((X+b).^2+Y.^2)./((X-b).^2+Y.^2);
PHI = A*(log(arg1)+log(arg2)); % Funktionsberechnung für ausgewählte
Gitterpunkte
subplot(121)
contour3(X,Y,PHI,100) % Grafik zeichnen in 3D (contour3)
xlabel('x, m')
ylabel('y, m')

subplot(122)
meshc(X,Y,PHI) % Grafik zeichnen in 3D (meshc)
xlabel('x, m')
ylabel('y, m')
grid on

```



# Potentialfeld eines zweiadrigen Kabels





# Kontrollstrukturen



## Definition

Kontrollstrukturen beeinflussen gezielt den Ablaufs eines Programms.

### Schleife

- **for**
- **while**

### Verzweigung

- **if-ifelse-else**
- **switch-case-otherwise**

### zusätzlich

- **break**
- **continue**
- **return**



## for - Schleife

Zählschleife:

- Wiederholung der Anweisungen
- Integration der Zahlenwerte in die Anweisungen

**for**  $i=wert$

*Anweisung 1*

.....

*Anweisung n*

**end**

**for**  $i=aw:n:ew$

*Anweisung 1*

.....

*Anweisung n*

**end**



## for - Schleife

- index = Matrix

```
>> A = [1 2;  
        3 4];  
>> for i = A % Indexzuweisung  
        x = i % Anweisung  
    end  
x = 1 % Schleifendurchlauf 1  
    3  
x = 2 % Schleifendurchlauf 2  
    4
```

- index = Zeilenvektor

```
>> a = 1:3;  
>> for i = a % Indexzuweisung  
        x = i % Anweisung  
    end  
x = 1 % Schleifendurchlauf 1  
x = 2 % Schleifendurchlauf 2  
x = 3 % Schleifendurchlauf 3
```

- index = mathematischer Ausdruck

```
>> x = 0;  
>> for i = 1:5 % Indexzuweisung  
        x = x+i; % Anweisung  
    end  
>> x  
x = 15
```



## while - Schleife

logische Schleife:

- Wiederholung der Anweisungen, solange die logische Bedingung erfüllt ist
- Wichtig: für ein Abbruchkriterium zu sorgen

**while** *wert*

*Anweisung 1*

.....

*Anweisung n*

**end**

**while** *ausdruck*

*Anweisung 1*

.....

*Anweisung n*

**end**



## while - Schleife

- Matrix als Bedingung

```
>> A = [1 2;  
        3 4];  
  
>> while A % Endbedingung Matrix  
    A(2,2) = A(2,2)-2 % Anweisung  
end  
  
A = 1 2 % Schleifendurchlauf 1  
    3 2  
  
A = 1 2 % Schleifendurchlauf 2  
    3 0
```

- logische Bedingung

```
>> a = 1;  
>> b = 20;  
>> while (a<b) % logischer Ausdruck  
    b = b/2 % Anweisung 1  
    a = a+1 % Anweisung 2  
end  
  
b = 10 a = 2 % Schleifendurchlauf 1  
b = 5 a = 3 % Schleifendurchlauf 2  
b = 2.5 a = 4 % Schleifendurchlauf 3
```



## if-elseif-else - Verzweigung

- Ausführung von Anweisungen, falls logische Bedingung nach **if** erfüllt ist
- Weitere Abfragen unter **elseif** möglich
- Ausführung von Anweisungen unter **else**, falls keine der Abfragen erfüllt sind

**if**    *ausdruck 1*  
      *Anweisungen*

**elseif**    *ausdruck 2*  
          *Anweisungen*

**elseif**    *ausdruck 3*  
          *Anweisungen*

**else**  
      *Anweisungen*

**end**



## if-elseif-else - Verzweigung

Prüfen des Vorzeichens jedes Matrix – Elementen mit Ausgabe der Ergebnisse:

```
m = 2;  
n = 0;  
A = 10*rand(m)-5  
  
for i = 1:(m*m)  
  
    if A(i)<0 % logischer Ausdruck 1  
        disp(['Die Zahl ',num2str(A(i)), ' ist kleiner Null']) % Anweisung 1  
        n = n+1; % Anweisung 2  
    elseif A(i) == 0 % logischer Ausdruck 2  
        disp(['Die Zahl ',num2str(A(i)), ' ist gleich Null']) % Anweisung 3  
    else  
        disp(['Die Zahl ',num2str(A(i)), ' ist größer Null']) % Anweisung 4  
    end  
  
end  
  
disp(['Matrix A enthält ',num2str(m*m-n),' positive und ',num2str(n),' negative Elemente']);
```



## if-elseif-else - Verzweigung

Antwort des Systems:

A =

0.2250 -2.8132  
4.9370 -3.9420

Die Zahl 0.22495 ist größer Null

Die Zahl 4.937 ist größer Null

Die Zahl -2.8132 ist kleiner Null

Die Zahl -3.942 ist kleiner Null

Matrix A enthält 2 positive und 2 negative Elemente

>>



## switch-case-otherwise

Abfrage des Wertes oder Zustands einer Variablen und Ausführung der Anweisungen je nach zutreffendem Fall.

**switch** *variable*

**case** *wert 1*  
*Anweisungen*

**case** {*wert 2, wert 3*}  
*Anweisungen*

.....

**case** *wert n*  
*Anweisungen*

**otherwise**

*Anweisungen*

**end**

Mehrere Alternativwerte mit  
gleichen Anweisungen



## switch-case-otherwise

**switch** x

**case** 0

disp('x ist gleich Null');

**case** 1

disp('x ist eine Eins');

**case** 2

disp('x ist eine Zwei');

**otherwise**

disp('keine Ahnung was x ist');

**end**

Systemantwort:

```
>> x = 2;  
x ist eine Zwei
```

```
>> x = 10;  
keine Ahnung was x ist
```

## Hilfreiche Befehle

Befehl	Beschreibung	Beispiel
break	Verlassen einer Schleife. Das Programm führt dann die Anweisungen nach der Schleife weiter aus.	<pre> while x&gt;0     x = x/i;     if x&lt;=1         break     end end                     x = 100;    i = 2;                 </pre>
continue	Der aktuelle Durchgang einer Schleife wird verlassen ohne Ausführung der nachfolgenden Anweisungen. Danach startet der nächste Durchgang der Schleife.	<pre> for i = x     if i&lt;0         disp('Keine Wurzel aus einer negativen Zahl');         continue     end     j = j+1;     y(j) = sqrt(i) end                     x = [4 -7 16 9];    j = 0 ;                 </pre>
return	Beendet den Ablauf eines Programms	
error	Beendet das Programm und gibt die Nachricht aus	<pre> error('Es ist ein Fehler aufgetreten! Das Programm wird beendet!');                 </pre>



## Effizienz

- Vektorisieren

```
tic  
for k = 1:100001  
    x(k) = (k-1)*k;  
end  
toc
```

Elapsed time is **0.008099** seconds.

Viel effizienter und übersichtlicher ist die Vektorisierung dieses Codes:

```
tic  
n = 1:100001;  
y = (n-1).*n;  
toc
```

Elapsed time is **0.000807** seconds.



# Funktionen

## Definition

Erweiterung des vorhandenen Befehlsumfangs. Mit Funktionen lassen sich:

- Parameter übergeben
- Algorithmen ausführen
- Funktionswerte berechnen
- Ergebnisse ausgeben

**function** [*out1,out2,...*] = funktionsname (*in1,in2,...*)

Befehle

**function** - Definition einer Funktion  
*in1,in2...* - Übergabeparameter  
*out1,out2,...* - Rückgabewerte  
funktionsname - selbstdefinierter Name



## Definition

- Funktionsname = Name des M-Files
- Innerhalb eines Function-Files definierte Größen sind stets lokal, d. h. sie werden nicht im Workspace abgelegt
- Variablen, die sowohl im Workspace als auch im m-File bekannt sein sollen, müssen im **Command-Fenster** und im **m-File** global deklariert werden: `global x`
- Funktionen können von anderen Funktionen oder Skripten aufgerufen werden
- Mit Kommentaren arbeiten
- Ein- und Ausgabeparameter:

Befehl	Beschreibung
nargin	Anzahl der Eingabeparameter
nargout	Anzahl der Ausgabeparameter



## Funktionsaufruf

- Aufruf ohne Wertzuweisung

**funktionsname (*in1,in2,...*)**

- besitzt die Funktion mehrere Ausgabeparameter, wird der erste davon an die Variable *ans* übergeben

- Einfache Wertzuweisung

**y = funktionsname (*in1,in2,...*)**

- besitzt die Funktion einen Ausgabeparameter, wird er der Variablen *y* zugewiesen
- besitzt die Funktion mehrere Ausgabeparameter, wird der erste davon der Variablen *y* zugewiesen

- Wertzuweisung an einen Vektor

**[y1,y2,...] = funktionsname (*in1,in2,...*)**

- Die Zahl der Vektorkomponenten [y1,y2,...] muss kleiner oder gleich der Anzahl der Ausgabeparameter sein.
- Ausgabeparameter werden als Vektorkomponenten an den Vektor [y1,y2,...] übergeben



## Variable Anzahl der Ausgabeparameter

- Mehrere Ausgabeparameter

**function** [*out1,out2,...*] = funktionsname (*in1,in2,...*)

- Ein Ausgabeparameter

**function** *out1* = funktionsname (*in1,in2,...*)

- Keine Ausgabeparameter

**function** funktionsname (*in1,in2,...*)



## Aufgaben

### 1. Fakultät

Schreiben Sie eine Funktion *fakultaet*, die Fakultät einer Zahl berechnet und ausgibt.

Eingabeparameter: zahl

Ausgabeparameter: fakultaet

Prüfen Sie den Definitionsbereich der Eingabeparameter und geben Sie die Ergebnisse über eine kurze formatierte Ausgabe aus.

### 2. Lineare Funktion

Schreiben Sie eine Funktion *gerade*. Die Funktion soll aus zwei Punkte-Paaren  $(x_1, y_1)$  und  $(x_2, y_2)$  die Steigung  $m$  und Achsenabschnitt  $b$  bestimmen und ausgeben. Außerdem soll die lineare Funktion grafisch dargestellt werden.

Lineare Geradengleichung lautet  $y = m \cdot x + b$



## 1. Fakultät

```
% Die Funktion fakultaet soll Fakultät einer Zahl berechnen und ausgeben,  
% den Definitionsbereich der Eingabeparameter überprüfen und  
% die Ergebnisse formatiert ausgeben.
```

```
function [n] = fakultaet(param)
```

```
n = 1;
```

```
if param < 0 | round(param)~= param
```

```
    error('Eingabe außerhalb des zulässigen Definitionsbereichs');
```

```
else
```

```
    for i = 1:param
```

```
        n = n*i;
```

```
    end
```

```
end
```

```
disp([ num2str(param,'%d'),'! = ',num2str(n,'%d')])
```

```
end
```

Funktionsaufruf:

```
>> fakultaet(6);
```

```
6! = 720
```



## 2. Lineare Funktion

% Die Funktion *gerade* soll aus zwei Punkte-Paaren (x1,y1) und (x2,y2)  
% die Steigung m und Achsenabschnitt b bestimmen und ausgeben  
% lineare Geradengleichung lautet  $y = m \cdot x + b$

**function [m,b] = gerade (x1,y1,x2,y2)**

$m = (y2-y1)/(x2-x1)$

$b = y1 - m \cdot x1$

$x = \text{linspace}(x1,x2,100);$

$y = \text{linspace}(y1,y2,100);$

$\text{plot}(x,y);$

$\text{grid on}$

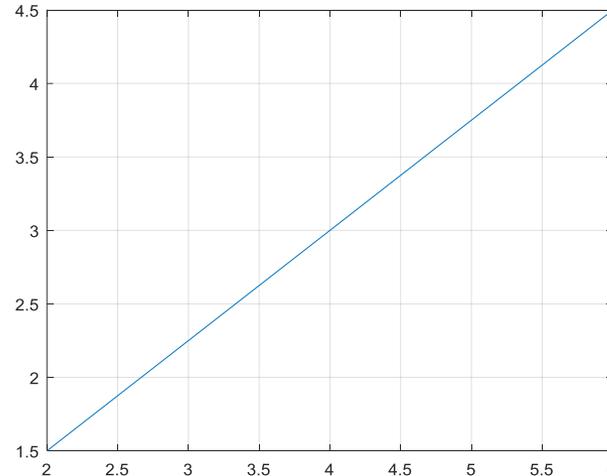
$\text{end}$

Funktionsaufruf:

$\gg \text{gerade}(2,1.5,6,4.5);$

$m = 0.7500$

$b = 0$





## Variable Anzahl der Eingabeparameter

`function [out1,out2,...] = funktionsname (varargin)`

- Typ der Eingabeparameter: **Cell Array**
- Typumwandlung: **sell2mat**

varargin =

`[] [] [] .....`

### Aufgabe:

- Schreiben Sie eine Funktion *mittelwert*, die den Mittelwert der variablen Anzahl der Eingabeparameter bestimmt und ausgibt.
- Vektorisieren Sie die Berechnung



## Mittelwert

% Die Funktion *mittelwert* soll den Mittelwert der variablen Anzahl der Eingabeparameter  
% bestimmen und ausgeben.

```
function [m] = mittelwert(varargin)
```

```
n = nargin;
```

```
m = 0;
```

% Berechnung über for Schleife

```
for i = 1:n
```

```
m = (m+cell2mat(varargin(i)));
```

```
end
```

% vektorisierte Berechnung

```
m = sum(cell2mat(varargin));
```

```
m = m/n;
```

```
disp(['Mittelwert = ', num2str(m,'%f')])
```

```
end
```

Funktionsaufruf:

```
>>mittelwert(1.7,2,3.7,4,1.3);
```

Mittelwert = 2.540000



## Funktionen als Eingabeparameter

Beim Aufruf einer Funktion können nicht nur konstante Parameter, Variablen oder Matrizen übergeben werden, sondern auch weitere Funktionen:

- Function Handle

**Fhandle = @funk**

- Fhandle stellt den Zeiger auf eine Funktion dar
- Wird durch den Operator @ vor dem Funktionsnamen erzeugt
- Function Handle kann auf bereits definierte Funktionen (sin, exp etc.) oder selbstdefinierte Funktionen angewendet werden und
- Funktionswerte berechnen, auf die der Handle verweist:

```
>>handle = @sin
```

```
>>handle(pi/2) = 1
```



## Funktionen als Eingabeparameter

- Syntax

- **vordefinierte Funk.**

@sin

- **selbsterstellte Funk.**

@fun

function y = fun(x)

(Definition + erstellen eines Function Files !)

- **anonyme Funk.**

@(x) (x.^2+x-1)

- Auswertung

- **feval**

Führt eine Funktion (handle) aus

feval(fhandle,  $x_1 \dots x_n$ )

>>feval(@sin,x)

- **eval**

Führt eine Funktion aus, die als String eingegeben wurde

eval('Funktion')

>>eval('x.^2+x-1')



## Aufgaben

### 1. Grafik

Schreiben Sie eine Funktion *grafik*, die eine Funktion (handle) grafisch abbildet.

Eingabeparameter: Funktion, Darstellungsbereich, Titel

### 2. Ableitung

Schreiben Sie eine Funktion *ableitung*, die die Ableitung unterschiedlicher Funktionen im vorgegebenen Bereich berechnet. Testen Sie Funktionsaufruf für vordefinierte, anonyme und selbstdefinierte Funktionen.

$$f' = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

## 1. Grafik

% Die Funktion *grafik* soll eine Funktion (handle) grafisch abbilden.

% Eingabeparameter: Funktion, Darstellungsbereich, Titel

```
function grafik( f,x1,x2,titel )
```

```
x = linspace(x1,x2,1000);
```

```
y = f(x);
```

```
plot(x,y,'b','LineWidth',2)
```

```
grid on
```

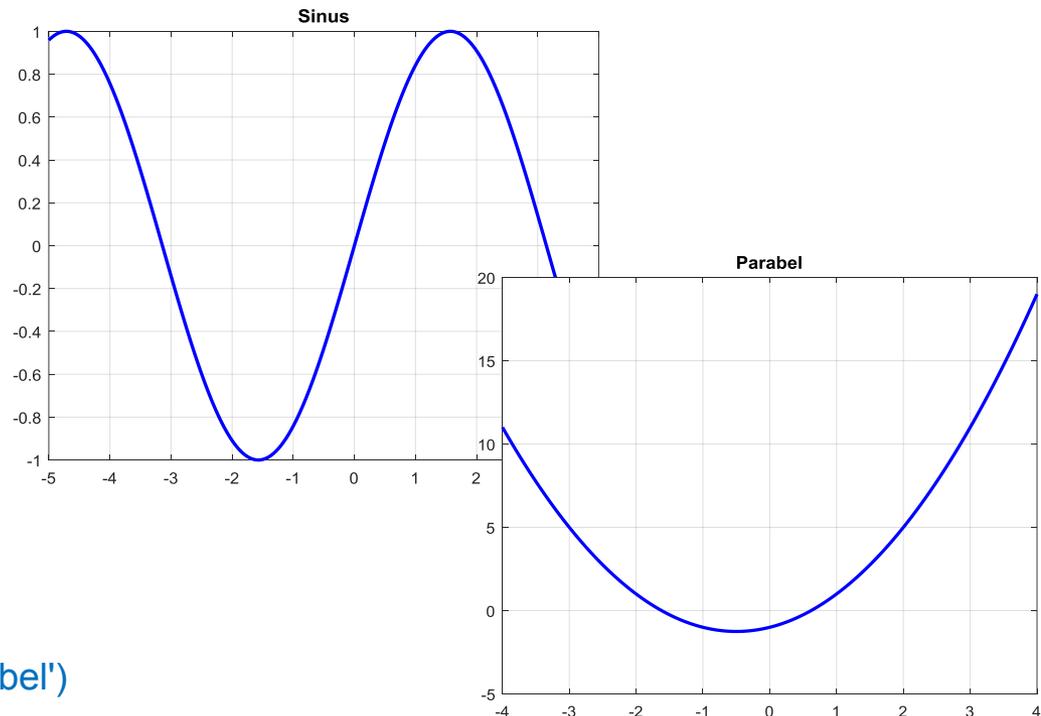
```
title(titel);
```

```
end
```

Funktionsaufruf:

```
>> grafik(@sin,-5,4,'Sinus')
```

```
>> grafik(@(x) (x.^2+x-1),-4,4,'Parabel')
```





## 2. Ableitung

% Die Funktion *ableitung* soll die Ableitung unterschiedlicher Funktionen im vorgegebenen Bereich  
 % berechnen. Eingabeparameter: x, deltax, Funktion

```
function df = ableitung( x,deltax,f)
df = (f(x+deltax)-f(x))/deltax;
end
```

$$f' = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

### Funktionsaufruf:

% Festlegung des Berechnungsintervalls x und Schrittweite deltax

```
>> x = 0:0.1:2;
>> deltax = 0.1;
```

- vordefinierte Funktionen

```
>> df = ableitung(x,deltax, @sin)
```

- anonyme Funktionen

```
>> f = @(x) (x.^2+x-1)
>> df = ableitung(x,deltax,f)
>> df = ableitung(x,deltax, @(x) (x.^2+x-1))
```

Name	Value	Size	Max	Min
deltax	0.1000	1x1	0.1000	0.1000
df	1x21 double	1x21	0.9983	-0.4609
x	1x21 double	1x21	2	0



## 2. Ableitung

- selbstdefinierte Funktionen

% zuerst wird eine Funktion f erstellt, die das Berechnungsintervall x einliest und die Funktionswerte y der selbsterstellten

% Funktion berechnet und zurück gibt

```
function y = f(x)
```

```
y = x.^2+x-1;
```

```
end
```

% Berechnung der Ableitung

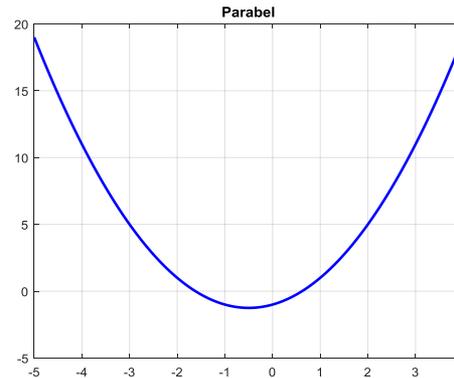
```
>> df = ableitung(x,deltax,@f)
```

## Nullstellen einer Funktion

- grafisch ermitteln

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

$$\begin{cases} x_1 \approx -1,7 \\ x_2 \approx 0,7 \end{cases}$$



- Nullstellenberechnung mit **fzero**

- **fzero(f,x0)** Berechnung **einer** Nullstelle einer Funktion f in der Nähe eines Wertes x0

- **fzero(f,[x1 x2])** Berechnung **einer** Nullstelle einer Funktion f im Intervall [x1 x2]



## Nullstellen einer Funktion

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

- Nullstellensuche in der Nähe von  $x_1 \approx -1,7$

```
>> y = @(x) (x.^2+x-1);
```

```
>> fzero(y,-1.7)
```

```
ans = -1.6180
```

```
>> feval(y,ans)
```

```
ans = -2.2204e-16
```

- Nullstellensuche im Intervall [0 1]

```
>> y = @(x) (x.^2+x-1);
```

```
>> fzero(y,[0 1])
```

```
ans = 0.6180
```

```
>> feval(y,ans)
```

```
ans = 0
```

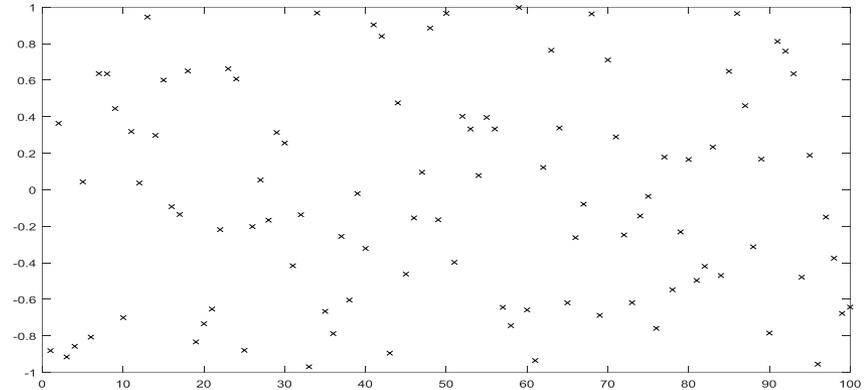


# Polynome und Interpolation

## Definition

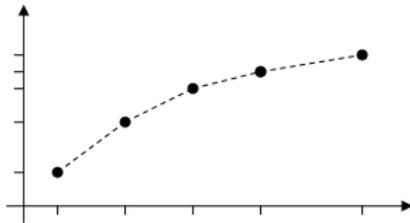
Reihe  
aufgenommener  
Messwerte

-8.3200532e-01  
1.5685989e+00  
1.2797336e+00  
-2.0801592e+00  
-6.8348830e-01  
-4.8451287e+00  
4.8406372e+00  
-3.3283159e+00  
-3.9378366e+00  
-1.2759026e+00  
-3.0188160e+00



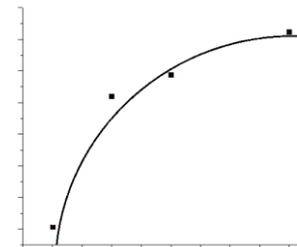
## Messwerte analytisch beschreiben durch:

- Interpolation



- gegebene Messwerte werden exakt getroffen
- der gesuchte Wert liegt zwischen den Messwerten

- Approximation



- gegebene Messwerte werden nicht exakt getroffen
- möglichst genaue Näherung



## Definition

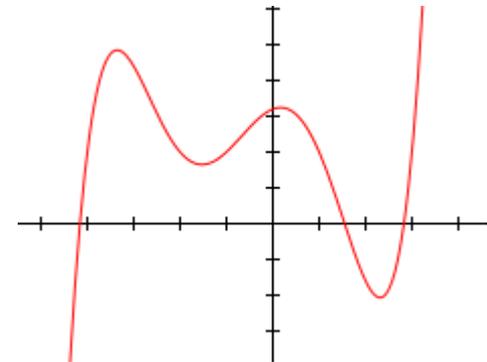
Polynom n-ten Grades

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_0 = \sum_{k=0}^n a_k \cdot x^k$$

Wird in Matlab durch den Zeilenvektor dargestellt:

$$\mathbf{p} = [a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]$$

- $(n + 1)$  - Anzahl der Elemente
- Koeffizienten in absteigender Reihenfolge



Beispiel:

$$p(x) = 2x^3 + x + 4 \rightarrow$$

$$\mathbf{p} = [2, 0, 1, 4]$$



# Polynomoperationen

$$p1 = [1 \ 7 \ 3 \ -5]$$

$$p_1(x) = x^3 + 7x^2 + 3x - 5$$

$$p_1'(x) = 3x^2 + 14x + 3$$

$$\int p_1(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{7}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x$$

Befehl	Beschreibung	Beispiel
roots(p)	n Nullstellen aus Polynomkoeffizienten berechnen	>> r = <b>roots(p1)</b> r = -6.4103 -1.2259 0.6362
poly(p)	(n+1) Polynomkoeffizienten aus n Nullstellen berechnen	>> p = <b>poly(r)</b> p = 1.0000 7.0000 3.0000 -5.0000
polyval(p,x)	Polynomwerte an der Stelle x berechnen	>> x = [-1 0 1] >> yp = <b>polyval(p1,x)</b> yp = -2 -5 6
polyder(p)	Koeffizienten der Ableitung des Polynoms p berechnen	>> d = <b>polyder(p1)</b> d = 3 14 3
polyint(p)	Koeffizienten des Integrals des Polynoms p berechnen	>> i = <b>polyint(p1)</b> i = 0.2500 2.3333 1.5000 -5.0000 0



## Grundrechenarten

$$p_1 = [1 \ 7 \ 3 \ -5] \quad p_2 = [1 \ 2 \ 3]$$

- Addition

$$p_1(x) = x^3 + 7x^2 + 3x - 5$$

$$p_2(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$p_1 + p_2 = x^3 + 8x^2 + 5x - 2$$

```
>> p1+[0,p2]
```

```
ans = 1 8 5 -2
```

```
>> p1+p2
```

```
error: Matrix dimensions must agree.
```

- Multiplikation

$$p_1 \cdot p_2 = x^5 + 9x^4 + 20x^3 + 22x^2 - x - 15$$

```
>> conv(p1,p2)
```

```
ans = 1 9 20 22 -1 -15
```

- Division

$$\frac{p_1(x)}{p_2(x)} = \underset{q(x)}{\underbrace{(x + 5)}} + \frac{\overset{r(x)}{-10x - 20}}{x^2 + 2x + 3}$$

```
>> [q,r] = deconv(p1,p2)
```

```
q = 1 5
```

```
r = 0 0 -10 -20
```



## Partialbruchzerlegung

$$\frac{p_1(x)}{p_2(x)} = (x + 5) + \frac{-10x - 20}{x^2 + 2x + 3}$$

$$\frac{p_1(x)}{p_2(x)} = q(x) + \frac{a_1}{(x - x_1)} + \frac{a_2}{(x - x_2)}$$

$a_1, a_2$  - Zählerkoeffizienten

$x_1, x_2$  - Nullstellen des Nennerpolynoms

**[A,N,q] = residue(p1,p2)** – komplexe Partialbruchzerlegung

$A = [a_1; a_2]$  - Zählerkoeffizienten

$N = [x_1; x_2]$  - Nullstellen des Nennerpolynoms

q – ganzrationaler Anteil  $q(x)$  als Zeilenvektor



## Definitionen

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots \dots \dots (x_n, y_n)$$

gesucht wird ein Polynom:

- minimalen Grades (maximal (n-1))
- verläuft durch alle Messpunkte
- funktionaler Zusammenhang für die Zwischenwerte

**polyfit(x,y,n)** – anpassen eines Polynoms an die Messpunkte

$\left. \begin{array}{l} [x_1, x_2 \dots \dots x_n] \\ [y_1, y_2 \dots \dots y_n] \end{array} \right\}$  - Messwerte  
n - Polynomgrad



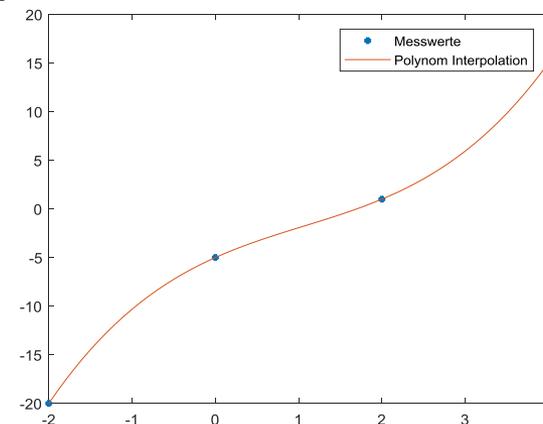
Gegeben sind folgende Messwertepaare:

X	-2	0	2	4
Y	-20	-5	1	15

Gesucht wird ein Polynom dritten Grades, das durch alle gegebene Punkte geht und einen funktionalen Zusammenhang der Messreihe darstellt.

```
>> x = [-2,0,2,4];  
>> y = [-20,-5,1,15];  
% Berechnung der Koeffizienten des Interpolationspolynoms dritten Grades  
>> p = polyfit(x,y,3);  
p = 0.3542 -1.1250 3.8333 -5.0000  
% Berechnung der Polynomwerte für den Bereich [-2;4]  
>> pw_x = polyval(p,[-2:.1:4]);  
>> plot(x,y,'*','LineWidth',2,'MarkerSize',4)  
>> hold on  
>> plot([-2:.1:4],pw_x)  
>> legend('Messwerte','Polynom Interpolation')  
>> hold off
```

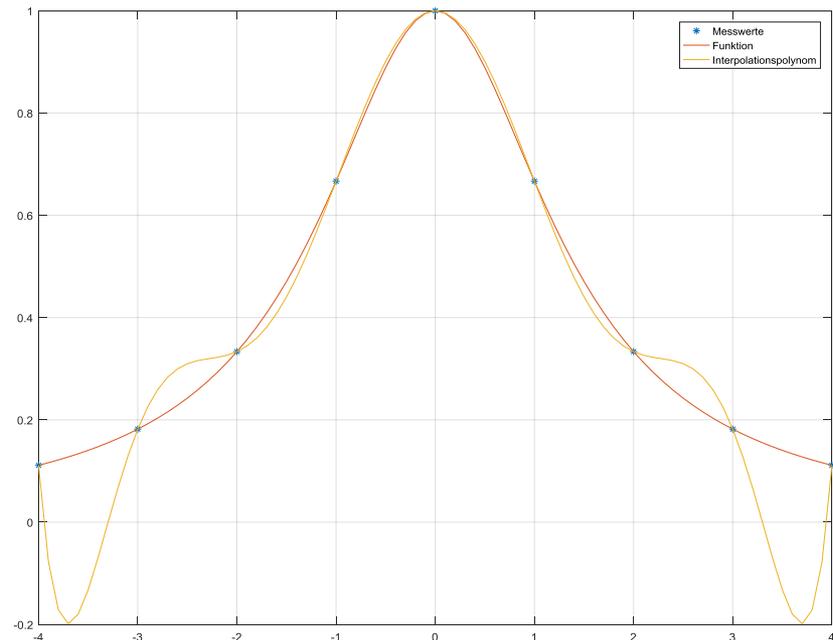
$$p = 0.35x^3 - 1.13x^2 + 3.83x - 5$$





Gegeben ist eine Funktion  $y = \frac{2}{(x^2+2)}$ , die für  $x = -4:4$  durch ein Polynom minimalen Grades interpoliert werden kann:

```
% Interpolationspunkte  
x = -4:4;  
y = 2./(x.^2+2);  
% Berechnung der ursprünglichen Funktion  
xf = -4:0.1:4;  
yf = 2./(xf.^2+2);  
% Berechnung der Koeffizienten des Interpolationspolynoms  
p = polyfit(x,y,length(x)-1);  
% Berechnung der Polynomwerte  
yp = polyval(p,xf);  
  
plot(x,y,'*')  
grid on  
hold on  
plot(xf,yf);  
plot(xf,yp);  
legend('Messwerte','Funktion','Interpolationspolynom');
```





## Interpolationsarten

- Lagrange Interpolation

Polynominterpolation mit **äquidistanten** Punkten

```
x = linspace(a,b,n)
```

```
y = f(x)
```

```
p = polyfit(x,y,(n-1))
```

- Chebyshev Interpolation

Verteilung der Berechnungspunkte zwischen (a,b):

$$x_k = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cdot \cos\left(\frac{2k+1}{n+1} \frac{\pi}{2}\right) \quad k = 0, \dots, n$$

Anzahl der  
Interpolationspunkte

```
y = f(x)
```

```
p = polyfit(x,y,(n-1))
```



## Lagrange Interpolation

% äquidistante Interpolationspunkte

```
x = [-55 -25 5 35 65];
```

```
y = [-3.25 -3.2 -3.02 -3.32 -3.1];
```

% Berechnung der Koeffizienten des Interpolationspolynoms

```
polynom = polyfit(x,y,4);
```

```
xl = linspace(x(1),x(end),100);
```

% Berechnung der Polynomwerte

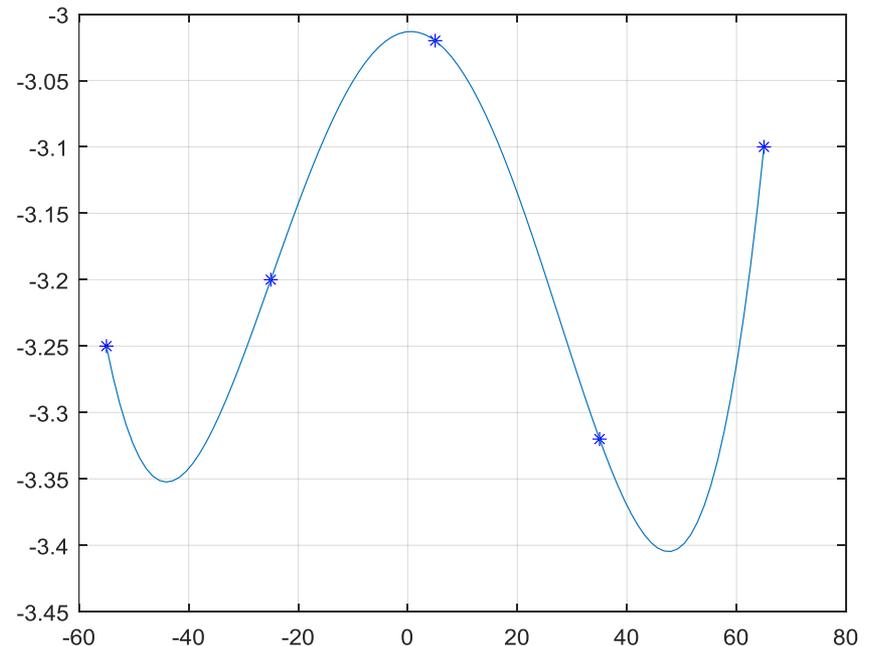
```
pl = polyval(polynom,xl);
```

```
plot(x,y,'b*')
```

```
hold on
```

```
plot(xl,pl)
```

```
grid on
```





# Chebyshev Interpolation

% Interpolationsgrenzen

a = -5;

b = 5;

% die zu interpolierende Funktion

x = linspace(-5,5,500);

y = 1./(x.^2+1);

% Polynomgrad 20

n = 21;

% Interpolationspunkte

xch = (a+b)\*0.5-(b-a)\*0.5\*cos(pi\*[0:n]/n);

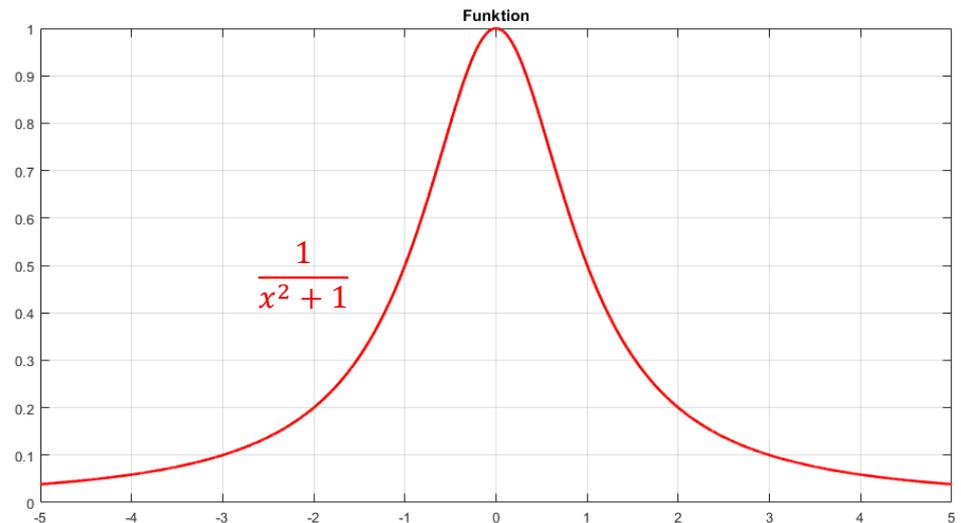
y ch = 1./(xch.^2+1);

% Berechnung des Interpolationspolynoms

polynom = **polyfit**(xch,ych,(n-1));

pch = **polyval**(polynom,xch);

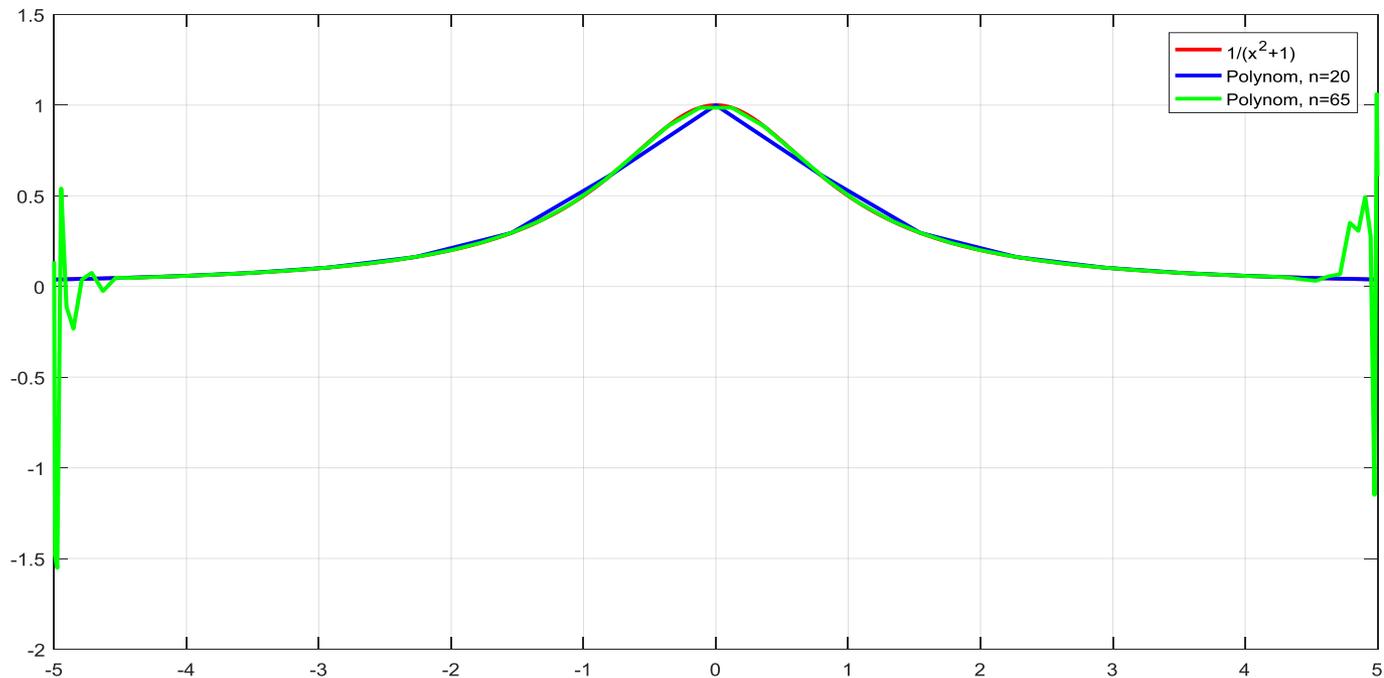
$$x_k = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cdot \cos\left(\frac{2k+1}{n+1} \frac{\pi}{2}\right) \quad k = 0, \dots, n$$



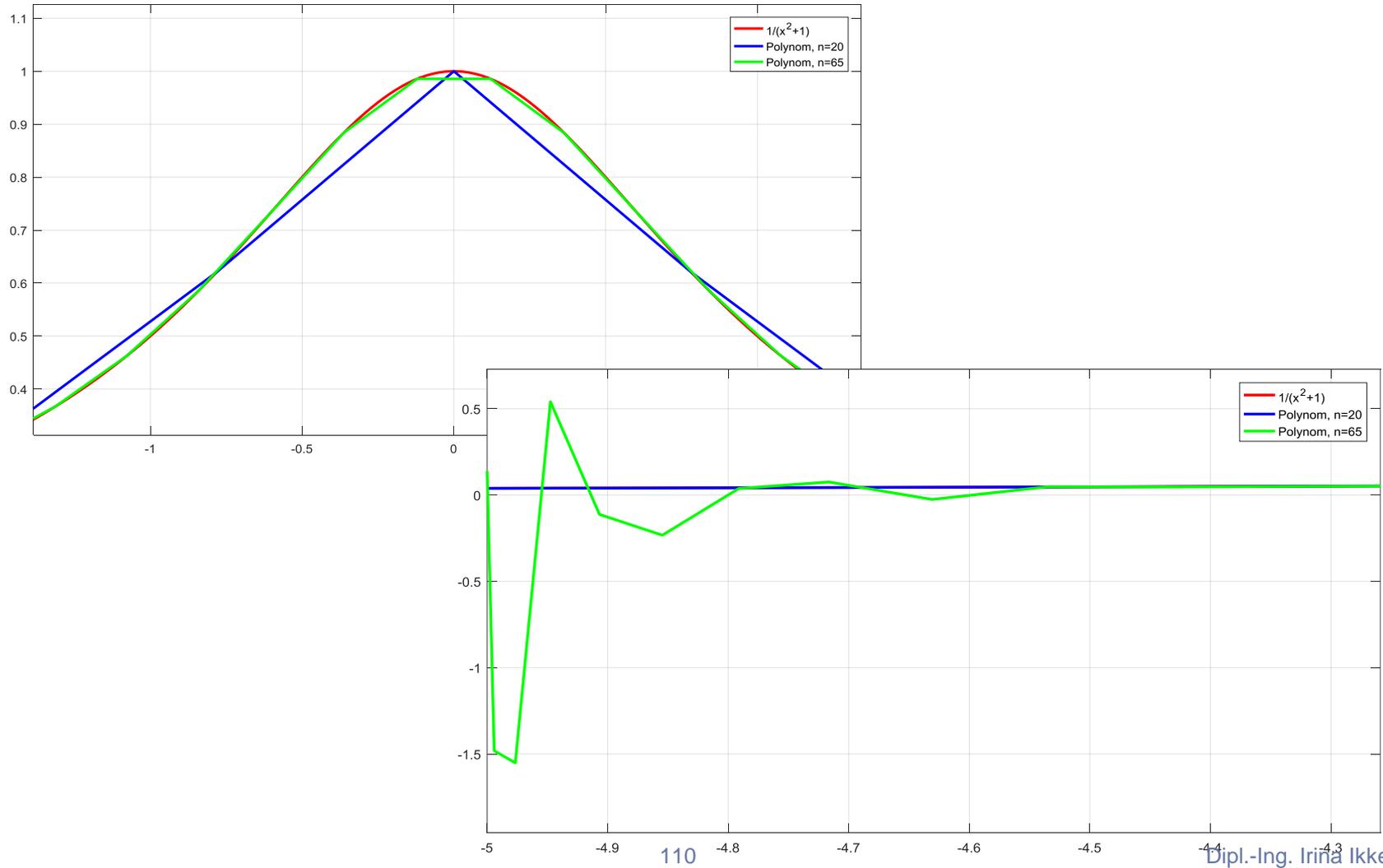


# Chebyshev Interpolation

```
% Polynomgrad 65  
n = 66;  
% Interpolationspunkte  
xch2 = (a+b)*0.5-(b-a)*0.5*cos(pi*[0:n]/n);  
ych2 = 1./(xch2.^2+1);  
% Berechnung des Interpolationspolynoms  
polynom2 = polyfit(xch2,ych2,(n-1));  
pch2 = polyval(polynom2,xch2);
```



## Chebyshev Interpolation





# Differential- und Integralrechnung

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

<b>numerische Differentiation</b>	y=diff(x)	Berechnung der Differenz zwischen aufeinanderfolgenden Elementen des Vektors x
	diff(y)./diff(x)	Berechnung der Ableitung dy/dx
<b>symbolische Differentiation</b> syms x y = f(x)	diff(y)	Berechnung der Ableitung nach symb. Variablen
	diff(y,x)	Berechnung der Ableitung nach symb. Variablen x
	diff(y,n)	n-fache Ableitung nach symb. Variablen
	diff(y,x,n)	n-fache Ableitung nach symb. Variablen x



## Numerische Differentiation

x	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
y,*10 <sup>-3</sup>	0	1,95	15,46	51,51	119,86	228,55	383,42	587,65	841,47

$x = [0,0.125,0.25,0.375,0.5,0.625,0.75,0.875,1];$

$y = [0,1.95,15.46,51.51,119.86,228.55,383.42,587.65,841.47].*10^{(-3)};$

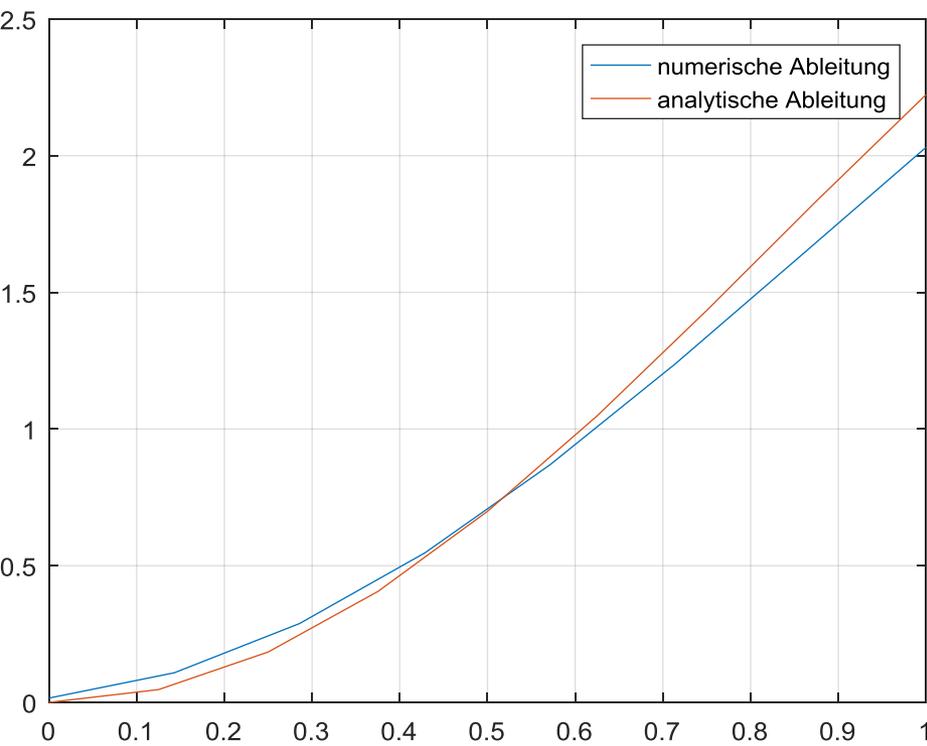
$abl = diff(y)./diff(x)$

0.016 0.108 0.288 0.547 0.87 1.239 1.634 2.031

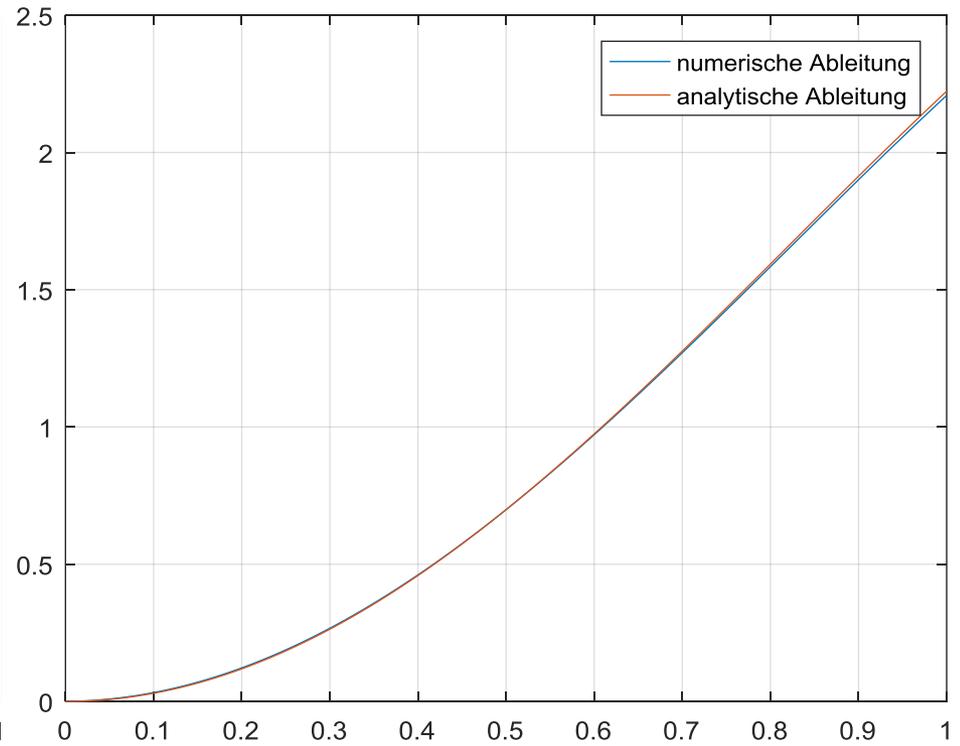
Bei der Differenzbildung ändert sich die Dimension des Rückgabektors!



# Numerische Differentiation



N = 10



N = 100



## Symbolische Differentiation

- Hohe Genauigkeit, keine Näherung durch numerische Berechnung
- Einfach zu berechnen und auszuwerten
- Schnell zu realisieren

$$y = \ln(x) \cdot \cos(\omega)$$

```
>> syms x w
```

```
>> y = log(x)*cos(w)
```

```
% Berechnung der Ableitung nach symb. Variablen
```

```
>> d = diff(y)
```

```
d = cos(w)/x
```

```
% Berechnung der Ableitung nach symb. Variablen  $\omega$ 
```

```
>> d = diff(y,w)
```

```
d = -log(x)*sin(w)
```



## Symbolische Differentiation

% Berechnung der zweifachen Ableitung nach symb. Variablen

```
>> d = diff(y,2)
```

```
d = -cos(w)/x^2
```

% Berechnung der zweifachen Ableitung nach symb. Variablen w

```
>> d = diff(y,w,2)
```

```
d = -log(x)*cos(w)
```



$$I = \int_a^b y(x) dx$$

<b>numerische Integration</b>	trapz(x,y)	Berechnung des Integrals von y über x nach der Trapezregel
	quad(y,a,b)	Berechnung des Integrals von y mit Simpsons - Verfahren
<b>symbolische Integration</b> syms x y = f(x)	int(y)	Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen
	int(y,x)	Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen x
	int(y,a,b)	Berechnung des Integrals von y im Bereich zwischen a und b
	int(y,x,a,b)	Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen x im Bereich zwischen a und b

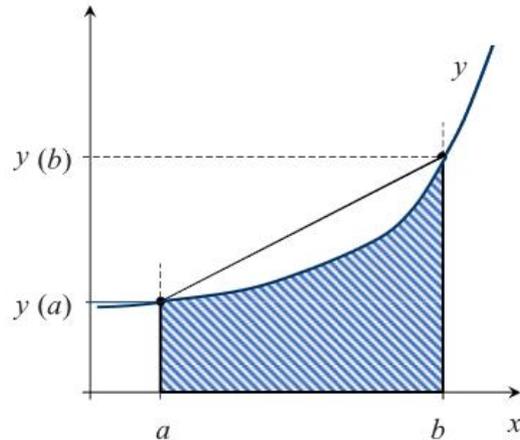


# Numerische Integration

## Trapezregel

$$I = \int_a^b y(x) dx = (b - a) \cdot \frac{y(a) + y(b)}{2}$$

*trapz(x, y)*



- Annäherung der Fläche durch ein Trapez
- Integration von **Vektoren** als Argument
- Die **Integrationsgrenzen** sind automatisch durch die Endpunkte der Laufvariablen x gegeben:

$$a = x_{min} \quad b = x_{max}$$

### Beispiel 1:

```
>> x = 0:.01:1;
>> I = trapz(x,exp(x))
I = 1.7197
```

### Beispiel 2:

```
>> x = [0,0.125,0.25,0.375,0.5,0.625,0.75,0.875,1];
>> y = [0,1.95,15.46,51.51,119.86,228.55,383.42,587.65,841.47].*10^(-3);
>> I = trapz(x,y)
I = 0.2261
```

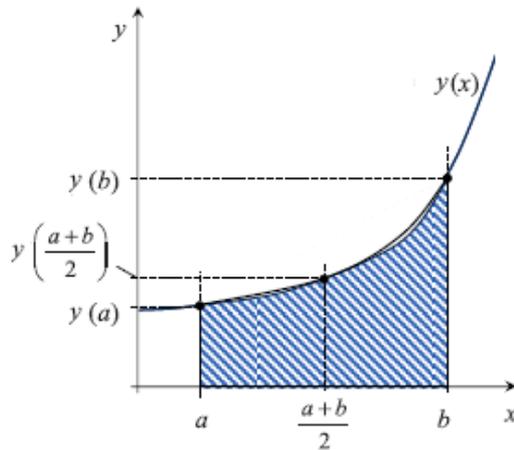


# Numerische Integration

## Simpsons-Verfahren

$$\int_a^b y(x) dx = \frac{(b-a)}{6} \cdot (y(a) + 4 \cdot y((a+b)/2) + y(b))$$

*quad(y, a, b)*



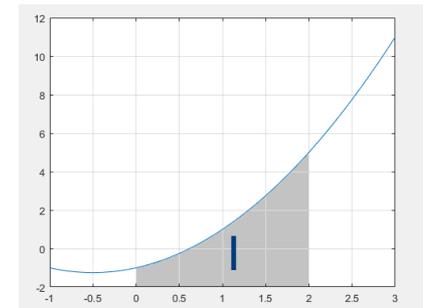
- Annäherung der Fläche durch eine Parabel
- Integration von y als **Function Handle**
- Die **Integrationsgrenzen** werden an die Funktion übergeben
- Sehr genau

### Beispiel 1:

```
>> I = quad(@exp,0,1)
I = 1.7183
```

### Beispiel 2:

```
>> I = quad(@(x)(x.^2+x-1),0,2)
I = 2.6667
```





## Symbolische Integration

- Hohe Genauigkeit, keine Näherung durch numerische Berechnung
- Einfach zu berechnen und auszuwerten
- Schnell zu realisieren

$$y = \ln(x) \cdot \cos(\omega)$$

```
>> syms x w
```

```
>> y = log(x)*cos(w)
```

```
% Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen
```

```
>> I = int(y)
```

```
I = -cos(w)*(x-x*log(x))
```

```
% Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen ω
```

```
>> I = int(y,w)
```

```
I = log(x)*sin(w)
```



## Symbolische Integration

% Berechnung des Integrals von y im Bereich zwischen 0 und  $2\pi$

```
>> I = int(y,0,2*pi)
```

```
I = 2*pi*cos(w)*(log(2*pi) - 1)
```

% Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen w im Bereich zwischen 0 und  $\frac{\pi}{2}$

```
>> I = int(y,w,0,pi/2)
```

```
I = log(x)
```

% Berechnung des Integrals von y nach symb. Variablen w im Bereich zwischen 0 und  $2\pi$

```
>> I = int(y,w,0,pi*2)
```

```
I = 0
```



## Auswertung symbolischer Berechnungen

- Symbolische Variablen durch Zahlen ersetzen

**subs(y,x,zahl)** oder **subs(y,{x1, x2,...},{zahl1,zahl2,...})**

y – symbolischer Ausdruck

x – symbolische Variablen

```
>> syms x w                                % Definition symbolischer Variablen
>> y = log(x)*cos(w)                        % Symbolischer Ausdruck
>> I = int(y,0,2*pi)                         % Berechnung des Integrals
I = 2*pi*cos(w)*(log(2*pi) - 1)
>> I = subs(I,w,pi/3)                       % Symbolische Variable  $\omega$  wird durch die Zahl  $\frac{\pi}{3}$  ersetzt
I = pi*(log(2*pi) - 1)
```

- Umwandlung des symbolischen Ergebnisses in die numerische Zahl

```
>> double(I)                                >> int8(I)
ans = 2.6323                                ans = 3
```



# Symbolische Berechnung von Gleichungen, Gleichungssystemen und DGLs



## Gleichungen

- Symbolische Gleichung  $y$  nach einer Variablen lösen

**solve(y)**

$$-2x^2 - 4x + 6 = 0$$

```
>> syms x
```

```
>> solve(-2*x^2 - 4*x + 6)
```

```
ans = -3  1
```

- Symbolische Gleichung mehrerer Variablen lösen

**solve(y,x)**

$$z = x^2 + y^2$$

```
>> syms x y
```

```
>> solve(z,y)
```

```
ans = -x*1i
```

```
      x*1i
```



## Gleichungen

- Schnittpunkte zweier Gleichungen berechnen

$$x + 2 = x^2 + 2x - 1$$

```
>> syms x
```

```
>> solve( x+2 == x^2+2*x-1)
```

```
ans =
```

```
- 13^(1/2)/2 - 1/2
```

```
13^(1/2)/2 - 1/2
```

```
>> double(solve( x+2 == x^2+2*x-1))
```

```
ans =
```

```
-2.3028
```

```
1.3028
```



## Gleichungssysteme

Berechnung der Lösung eines Gleichungssystems aus symbolischen Gleichungen:

**solve(g1,g2,g3,'x,y,z')**

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 4x + 5y + z = 3 \\ -2x + y - 3z = 5 \end{cases}$$

```
>> syms x y z
>> g1 = 'x + y + z = 0';
>> g2 = '4*x + 5*y + z = 3';
>> g3 = '-2*x + y - 3*z = 5';
>> [x y z] = solve(g1,g2,g3)
x = -1
y = 3/2
z = -1/2
```



## Differentialgleichungen $y' = 2x + y$

- Berechnung der allgemeinen Lösung einer linearen Differentialgleichung:

$$\mathbf{y = dsolve('Dy = 2*x+y', 'x')}$$

- DGL und die unabhängige Variable x werden als String übergeben
- Dy bezeichnet das Differential
- Das Ergebnis ist symbolisch mit C als Integrationskonstante

```
>> syms x y
```

```
>> y = dsolve('Dy=2*x+y', 'x')
```

```
y = C2*exp(x) - 2*x - 2;
```

- Berechnung der Lösung mit Anfangsbedingung

$$\mathbf{y = dsolve('Dy = 2*x+y', 'y(0)=1', 'x')}$$

```
>> y = dsolve('Dy=2*x+y', 'y(0)=1', 'x')
```

```
y = 3*exp(x) - 2*x - 2;
```



## Differentialgleichungen

$$y'' + 2y' + 5y = 2x + y; \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$$

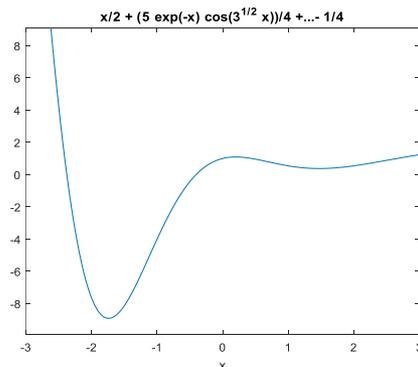
- Berechnung der Lösung einer linearen Differentialgleichung höherer Ordnung:

```
y = dsolve('D2y + 2*Dy + 5*y = 2*x+y','y(0)=1','Dy(0)=1','x')
```

```
>> syms x y
```

```
>> y = dsolve('D2y + 2*Dy + 5*y = 2*x+y','y(0)=1','Dy(0)=1','x')
```

```
y = x/2 + (5*exp(-x)*cos(3^(1/2)*x))/4 + (7*3^(1/2)*exp(-x)*sin(3^(1/2)*x))/12 - 1/4
```



```
ezplot(y,[-3,3])
```