

Probe zur Lösung der Berechnungsbeispiele BB_14.x: - Fortsetzung -

Allgemeine Hinweise:

Im Vordergrund der Aufgabenstellungen der Berechnungsbeispiele zum Kap. 14 steht die Konstruktion von Zeigerbildern. Da die manuelle Konstruktion maßstäblicher Zeigerbilder in der Regel relativ aufwändig und ungenau ist, wurden dem Bearbeiter im ersten Teil der Probe zu den BB 14.x Hinweise zur PC-gestützten Konstruktion gegeben werden (siehe Datei BB_14_A).

BB 14.4: Zeigerbild mit \underline{U}_{AB} als Bezugszeiger

• **Erweiterte Aufgabenstellung:**

Konstruieren Sie für die Schaltung des Berechnungsbeispiels 14.4 das maßstäbliche Zeigerbild aller Spannungen und Ströme für folgende Werte:

Geg.: $U_{AB} = 10 \text{ V}$; $f = 1 \text{ kHz}$; $R_1 = 40 \text{ } \Omega$; $X_2 = 40 \text{ } \Omega$; $R_3 = 30 \text{ } \Omega$; $|X_4| = 50 \text{ } \Omega$

Bild BB 14.4_1 zeigt die Simulationsschaltung zur Messung der Teilspannungen und des Gesamtstromes. Die Ströme \underline{I}_1 und \underline{I}_3 kann man über das OHMSche Gesetz aus den Spannungen \underline{U}_1 und \underline{U}_3 berechnen. Das erspart zwei zusätzliche Strommesser (Ametr) in der Simulationsschaltung.

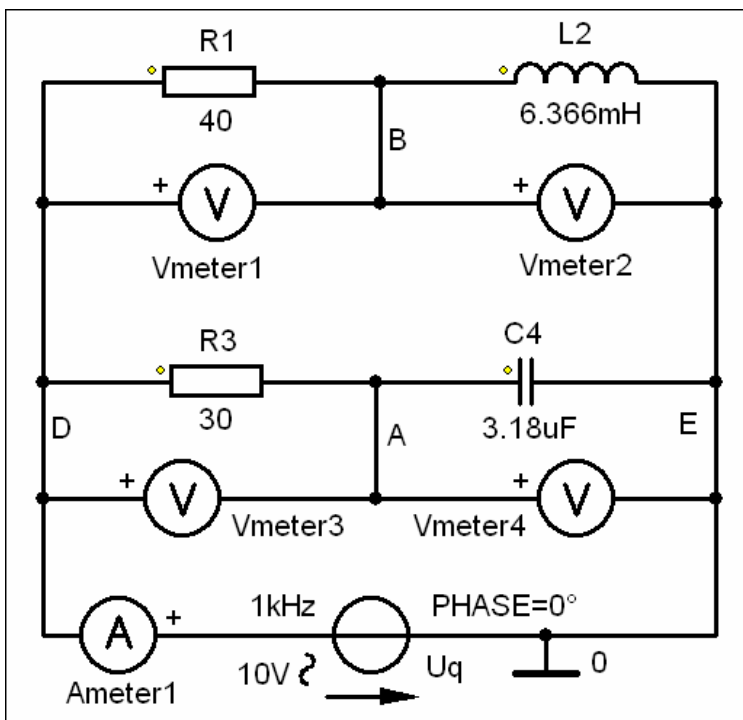


Bild BB 14.4_1: Simulationsschaltung zum BB 14.4

Tabelle BB 14.4 zeigt die mit dieser Simulation gewonnenen Messergebnisse.

Tabelle BB 14.4: Simulationsergebnisse zum BB 14.4

Output – File:			Bedeutung:
FREQ	VM(D,B)	VP(D,B)	\underline{U}_1
1.000E+03	7.071E+00	-4.500E+01	7,07 V ; $\angle -45^\circ$
FREQ	VM(B,0)	VP(B,0)	\underline{U}_2
1.000E+03	7.071E+00	4.500E+01	7,07 V ; $\angle +45^\circ$
FREQ	VM(D,A)	VP(D,A)	\underline{U}_3
1.000E+03	5.141E+00	5.906E+01	5,14 V ; $\angle +59^\circ$
FREQ	VM(A,0)	VP(A,0)	\underline{U}_4
1.000E+03	8.577E+00	-3.094E+01	8,58 V ; $\angle -31^\circ$
FREQ	IM(V_Ameter1)	IP(V_Ameter1)	$\underline{I}_{\text{ges}}$
1.000E+03	2.142E-01	5.892E+00	214 mA ; $\angle +6^\circ$

Für die Ströme \underline{I}_1 und \underline{I}_3 gilt dann:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 / R_1 = 176,75 \text{ mA} \cdot e^{-j45^\circ} \quad \text{und} \quad \underline{I}_3 = \underline{U}_3 / R_3 = 171,33 \text{ mA} \cdot e^{j59^\circ}$$

$$\text{Probe: } \underline{I}_{\text{ges}} = \underline{I}_1 + \underline{I}_3 \approx (125 - 125) \text{ mA} + (88 + 147) \text{ mA} = 216 \text{ mA} + j 22 \text{ mA} = 217 \text{ mA} \cdot e^{j6^\circ}$$

Mit diesen Werten kann das maßstäbliche Zeigerbild aller Spannungen (Bild BB 14.4_2; linke Seite) und aller Ströme (Bild BB 14.4_2; rechte Seite) konstruiert werden.

Maßstab: 1 cm $\hat{=}$ 1 V

Maßstab: 1 cm $\hat{=}$ 50 mA

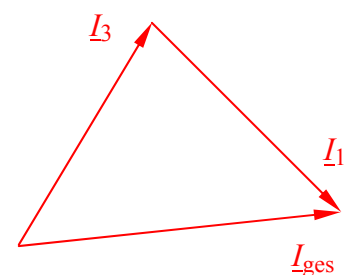
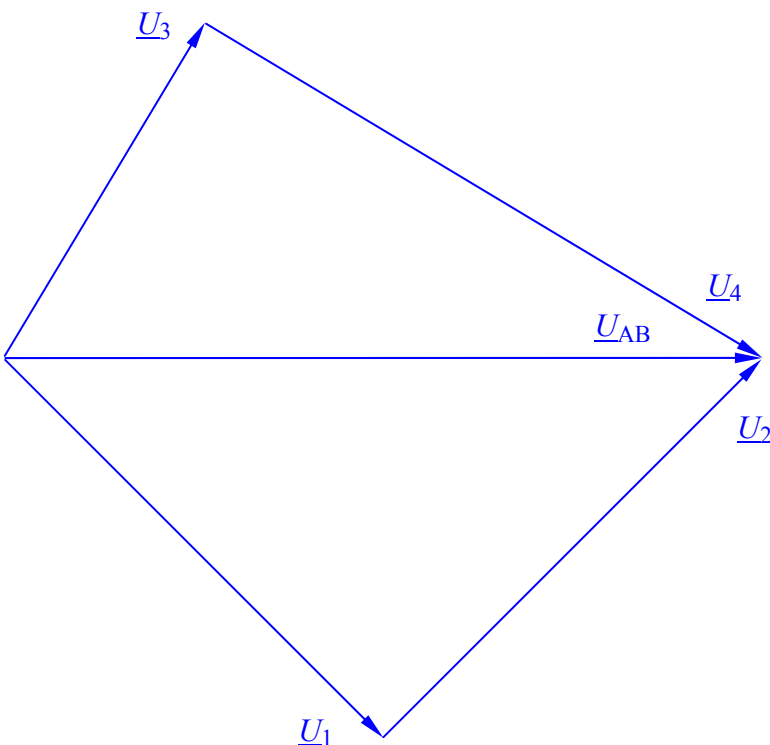


Bild BB 14.4_2: Zeigerbild der Spannungen (links) und der Ströme (rechts) zum BB 14.4

BB 14.5: Zeigerbild mit \underline{U}_4 als Bezugszeiger

• **Erweiterte Aufgabenstellung:**

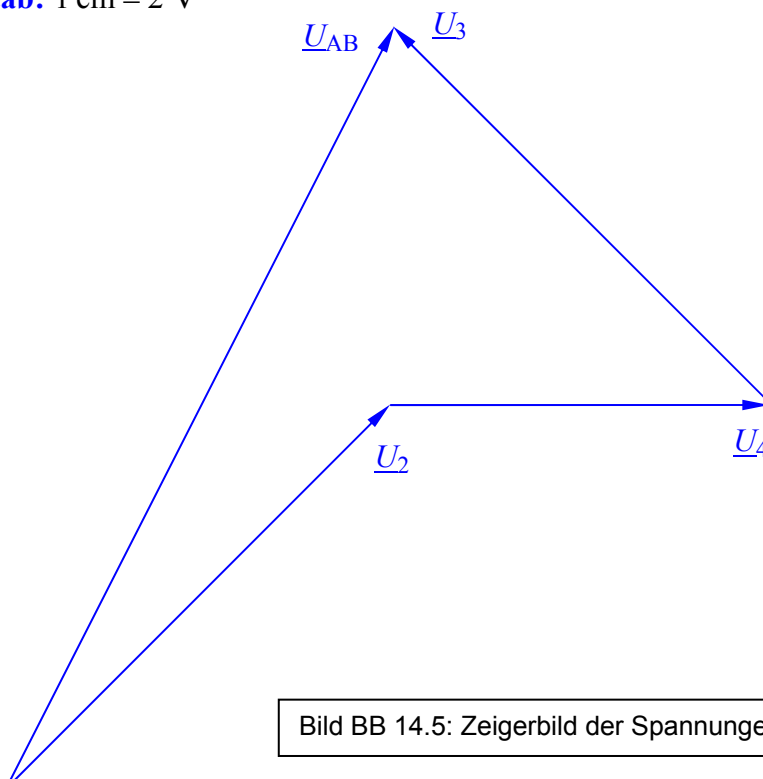
Konstruieren Sie für die Schaltung des Berechnungsbeispiels 14.5 das maßstäbliche Zeigerbild aller Spannungen, wenn die Beträge aller Widerstände gleich sind. Bestimmen Sie aus dem Zeigerbild die Spannung \underline{U}_{AB} für den Fall: $\underline{U}_4 = 10 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$ (Bezugszeiger im BB 14.5) und führen Sie eine rechnerische Probe durch. Vereinfachung: $|X_1| = R_2 = X_3 = |X_4| = R_5 = R$.

Durch die gegebene Vereinfachung und der Kenntnis von \underline{U}_4 kann man die Spannungen \underline{U}_2 und \underline{U}_3 durch folgende Überlegung bestimmen:

- 1) \underline{I}_5 hat die gleiche Phasenlage wie \underline{U}_4 ($\varphi_{I_5} = 0^\circ$)
- 2) \underline{I}_4 eilt gegenüber \underline{U}_4 um 90° voraus ($\varphi_{I_4} = 90^\circ$)
- 3) $\underline{I}_2 = \underline{I}_4 + \underline{I}_5$ eilt gegenüber \underline{U}_4 um 45° voraus ($\varphi_{I_2} = 45^\circ$), weil $|\underline{I}_4| = |\underline{I}_5|$ (siehe Vereinfachung)
- 4) $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot R_2$ hat die gleiche Phasenlage wie \underline{I}_2 ($\varphi_{U_2} = 45^\circ$)
- 5) $\underline{U}_3 = \underline{I}_2 \cdot jX_3$ steht senkrecht (vorausseilend) auf \underline{I}_2 ($\varphi_{U_3} = 135^\circ$)
- 6) Die Beträge von \underline{U}_2 und \underline{U}_3 sind gleich (siehe Vereinfachung) und es gilt: $|\underline{U}_2| = |\underline{U}_3| = \sqrt{2} \cdot |\underline{U}_4|$
- 7) Maschensatz: $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_2 + \underline{U}_4 + \underline{U}_3$

Bild BB 14.5 zeigt das maßstäbliche (topografisch richtige) Zeigerbild.

Maßstab: 1 cm $\hat{=}$ 2 V



Grafische Lösung:
 Länge (\underline{U}_{AB}) = 11,2 cm
 $|\underline{U}_{AB}| = 22,4 \text{ V}$
 Winkel (\underline{U}_{AB}) = 63°
 $\underline{U}_{AB} = 22,4 \text{ V} \cdot e^{j63^\circ}$

Bild BB 14.5: Zeigerbild der Spannungen im BB 14.5

Probe (z.B. mit der Spannungsteilerregel):

$$\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{U}_4} = \frac{R_2 + jX_3 + R_5 // jX_4}{R_5 // jX_4} = \frac{R + jR + R // (-jR)}{R // (-jR)} = \frac{R + jR + 0,5R - j0,5R}{0,5R - j0,5R}$$

$$\frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{U}_4} = \frac{1,5 + j0,5}{0,5 - j0,5} = 2,236 \cdot e^{j63,4^\circ} \Rightarrow \underline{U}_{AB} = 22,36 \text{ V} \cdot e^{j63,4^\circ}$$

BB 14.6: Maßstäbliches Zeigerbild einer Brückenschaltung (1)

• Erweiterte Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für das maßstäbliche Zeigerbild des Berechnungsbeispiels 14.6 die Zeigerlängen und die Winkel der Spannungen \underline{U}_5 sowie \underline{U}_6 und \underline{U}_7 . Der Bezugszeiger sei wieder \underline{U}_1 . Für die Berechnung stehen lediglich die in der originalen Aufgabenstellung genannten Informationen zur Verfügung.

Zur Präzisierung dieser erweiterten Aufgabenstellung werden zunächst noch einmal diejenigen Spannungszeiger gezeichnet, die proportional zu den in der originalen Aufgabenstellung angegebenen Widerstandswerten konstruiert werden können.

Es gilt: Länge $\{\underline{U}\} = \frac{|\underline{Z}|}{\text{Maßstab}}$ mit: Maßstab (oberer Zweig) = $\frac{10\Omega}{\text{cm}}$

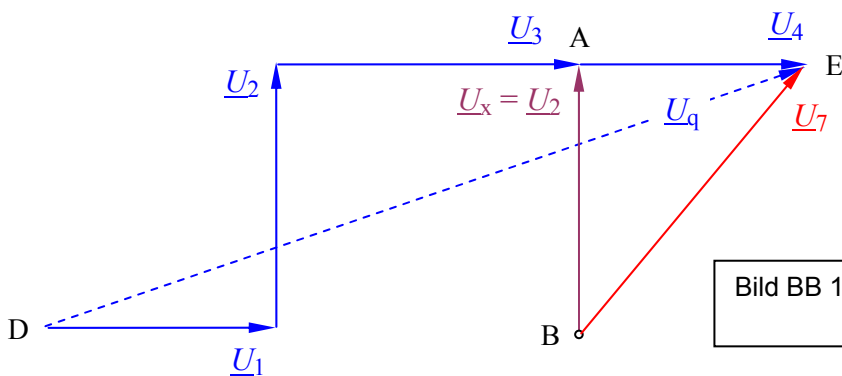


Bild BB 14.6_1: Auszug aus dem Zeigerbild des BB 14.6

Nach dem Maschensatz (siehe blaue Zeiger im Bild BB 14.6_1) gilt:

$$\underline{U}_q = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4 \quad \text{bzw.:} \quad \{\underline{U}_q\} \cdot e^{j\varphi_{Uq}} = \{\underline{U}_1\} + j \cdot \{\underline{U}_2\} + \{\underline{U}_3\} + \{\underline{U}_4\}$$

$$\{\underline{U}_q\} \cdot e^{j\varphi_{Uq}} = (3 + j \cdot 3,5 + 4 + 3) \text{ cm} = (10 + j \cdot 3,5) \text{ cm} = 10,595 \text{ cm} \cdot e^{j19,3^\circ}$$

Aus dem Spannungsdreieck B – A – E folgt (Bild BB 14.6_1): $\underline{U}_{BE} = \underline{U}_7 = \underline{U}_x + \underline{U}_4$

$$\{\underline{U}_7\} \cdot e^{j\varphi_{U7}} = j \cdot \{\underline{U}_x\} + \{\underline{U}_4\} = j \cdot \{\underline{U}_2\} + \{\underline{U}_4\} = (j \cdot 3,5 + 3) \text{ cm} = 4,61 \text{ cm} \cdot e^{j49,4^\circ}$$

Der Zeiger \underline{U}_6 muss den gleichen Nullphasenwinkel aufweisen wie der Zeiger \underline{U}_7 .

Der Nullphasenwinkel des Zeigers \underline{U}_5 ergibt sich dann gemäß Bild BB 14.6_2 aus:

$$\varphi_{U5} = \varphi_{U7} - 90^\circ = -40,6^\circ.$$

Die jeweiligen Zeigerlängen können aus Bild BB 14.6_2 bestimmt werden. Für das äußere rechtwinklige Dreieck gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\{\underline{U}_5\}}{\{\underline{U}_q\}}$$

$$\{\underline{U}_5\} = \{\underline{U}_q\} \cdot \sin \alpha = 5,3 \text{ cm}$$

$$\text{mit: } \alpha = \varphi_{U7} - \varphi_{Uq} = 30^\circ$$

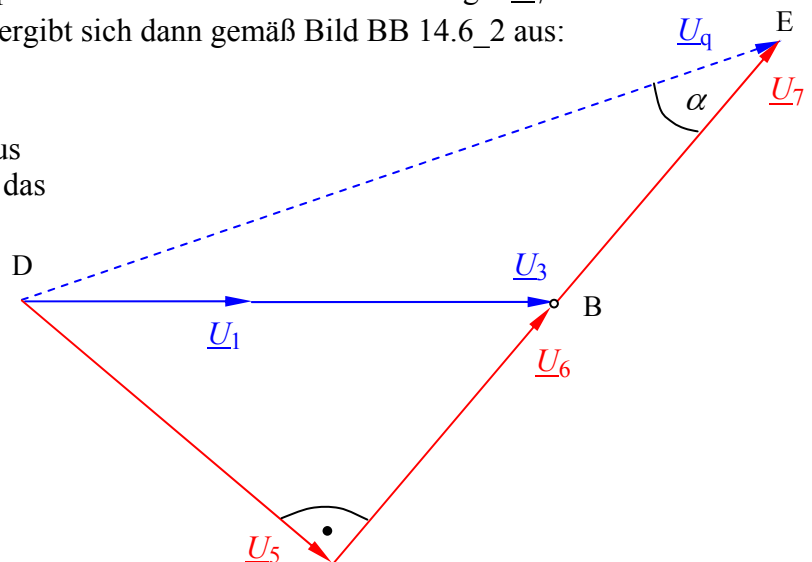


Bild BB 14.6_2: Auszug aus dem Zeigerbild des BB 14.6

Für das untere rechtwinklige Dreieck kann der Lehrsatz des PYTHAGORAS angewendet werden.

$$\{\underline{U}_{DB}\} = \sqrt{\{\underline{U}_5\}^2 + \{\underline{U}_6\}^2} \quad \text{bzw.:} \quad \{\underline{U}_6\} = \sqrt{\{\underline{U}_{DB}\}^2 - \{\underline{U}_5\}^2} = \sqrt{7^2 - 5,3^2} \text{ cm} = 4,57 \text{ cm}$$

Die Probe gelingt über den Maschensatz im unteren rechtwinkligen Dreieck:

$$\underline{U}_{DB} = \underline{U}_1 + \underline{U}_3 = \underline{U}_5 + \underline{U}_6 \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_6 = \underline{U}_1 + \underline{U}_3 - \underline{U}_5$$

$$\{\underline{U}_6\} \cdot e^{j\varphi_{U_6}} = (3 + 4 - 5,3 \cdot e^{-j40,6^\circ}) \text{ cm} = 4,56 \text{ cm} \cdot e^{j49,2^\circ} \quad \text{(Probe stimmt !)}$$

Wie die berechneten Zeigerlängen zeigen, kommt es bei der grafischen Lösung (vgl. Lehrbuch – BB 14.6) doch zu leichten Abweichungen. Mit den berechneten Zeigerlängen erhält man folgende Widerstandswerte:

$$\frac{\{\underline{U}_6\}}{\{\underline{U}_5\}} = \frac{4,56 \text{ cm}}{5,3 \text{ cm}} = \frac{R_6}{|X_5|} \quad \Rightarrow \quad R_6 = |X_5| \cdot \frac{4,56}{5,3} = 210 \Omega \cdot \frac{4,56}{5,3} = 180,7 \Omega$$

$$\frac{\{\underline{U}_7\}}{\{\underline{U}_5\}} = \frac{4,61 \text{ cm}}{5,3 \text{ cm}} = \frac{R_7}{|X_5|} \quad \Rightarrow \quad R_7 = |X_5| \cdot \frac{4,61}{5,3} = 210 \Omega \cdot \frac{4,61}{5,3} = 182,7 \Omega$$

BB 14.7: Maßstäbliches Zeigerbild einer Brückenschaltung (2)

• Erweiterte Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für das maßstäbliche Zeigerbild des Berechnungsbeispiels 14.7 die Zeigerlängen und die Winkel der Spannungen \underline{U}_q und \underline{U}_x sowie \underline{U}_5 und \underline{U}_6 . Der Bezugszeiger ist wieder \underline{U}_1 . Für die Berechnung stehen lediglich die in der Aufgabenstellung genannten Informationen zur Verfügung.

Die Berechnung wird nach Vorbild des BB 14.6 vorgenommen.

$$\text{Es gilt: Länge } \{\underline{U}\} = \frac{|\underline{Z}|}{\text{Maßstab}} \quad \text{mit: Maßstab (oberer Zweig)} = \frac{2R}{3 \text{ cm}}$$

Die Summe der Spannungszeiger im oberen Zweig ergibt \underline{U}_q :

$$\underline{U}_q = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4 \quad \text{bzw.:} \quad \{\underline{U}_q\} \cdot e^{j\varphi_{U_q}} = \{\underline{U}_1\} - j \cdot \{\underline{U}_2\} + \{\underline{U}_3\} - j \cdot \{\underline{U}_4\}$$

$$\{\underline{U}_q\} \cdot e^{j\varphi_{U_q}} = (3 - j \cdot 1,5 + 1,5 - j \cdot 4,5) \text{ cm} = (4,5 - j \cdot 6) \text{ cm} = 7,5 \text{ cm} \cdot e^{-j53,1^\circ}$$

Der Schwerpunkt dieser erweiterten Aufgabenstellung besteht nun darin, den Betrag (hier: Zeigerlänge) und die Phasenlage von \underline{U}_x zu bestimmen. Mit Kenntnis dieses Zeigers können dann die Daten des Zeigers \underline{U}_5 über die linke obere Masche und des Zeigers \underline{U}_6 über die rechte obere Masche des Bildes 14.30 berechnet werden:

$$\text{Masche oben links: } \underline{U}_5 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 - \underline{U}_x \quad \text{Masche oben rechts: } \underline{U}_6 = \underline{U}_x + \underline{U}_3 + \underline{U}_4$$

Für die Bestimmung von \underline{U}_x gilt folgende Überlegung:

Die Spannungszeiger \underline{U}_q und \underline{U}_x sollen senkrecht aufeinander stehen. Gemäß Zählpfeil eilt \underline{U}_x voraus. Der Nullphasenwinkel der Spannung \underline{U}_x beträgt demzufolge: $\varphi_{U_x} = \varphi_{U_q} + 90^\circ = +36,9^\circ$.

Die Herleitung einer Berechnungsvorschrift für die Zeigerlänge von \underline{U}_x ist über das Zeigerbild möglich. Bild BB 14.7_1 zeigt auf der linken Seite das Zeigerbild mit \underline{U}_1 als Bezugszeiger. Durch eine Drehung um 53° nach links ($-\varphi_{U_q}$) entsteht das auf der rechten Seite des Bildes BB 14.7_1 dargestellte Zeigerbild mit \underline{U}_q als Bezugszeiger.

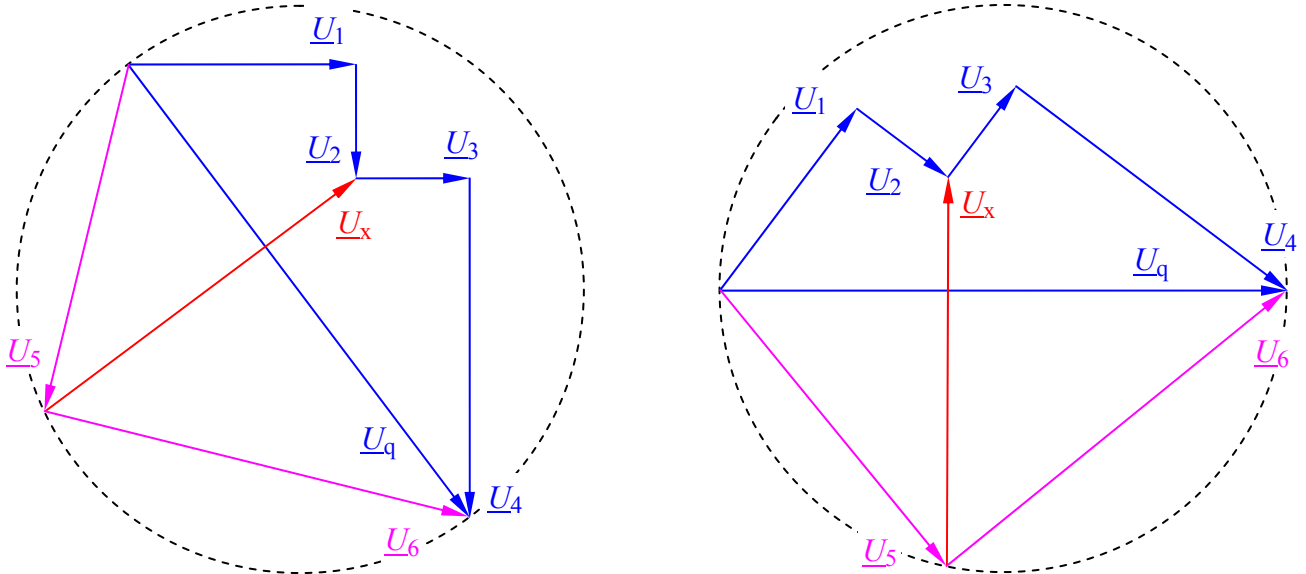


Bild BB 14.7_1: Maßstäbliches Zeigerbild zum Berechnungsbeispiel 14.7
links: mit \underline{U}_1 als Bezugszeiger rechts: mit \underline{U}_q als Bezugszeiger

Durch Zusammenfassung von $\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$ sowie von $\underline{U}_{34} = \underline{U}_3 + \underline{U}_4$ entsteht die vereinfachte Darstellung des Bildes BB 14.7_2.

Der Zeiger \underline{U}_x teilt den Zeiger \underline{U}_q an der Stelle X in zwei Ersatzzeiger mit den Längen $\{\underline{U}_1\} = 3 \text{ cm}$ und $\{\underline{U}_4\} = 4,5 \text{ cm}$. Der oberhalb des Zeigers \underline{U}_q positionierte Anteil von \underline{U}_x (Strecke \overline{XA}) hat eine Länge von $\{\underline{U}_2\} = 1,5 \text{ cm}$.

Der Mittelpunkt des THALES-Kreises M teilt den Zeiger \underline{U}_q in zwei Teilzeiger mit je $\{0,5\underline{U}_q\} = 3,75 \text{ cm}$. Diese Zeigerlänge entspricht dem Radius des Kreises. Setzt man nun diesen (hier grün dargestellten) Teilzeiger \underline{U}_{MS} am Punkt M an und dreht seine Spitze auf den Punkt B, so erhält man Informationen über die Koordinaten dieses Punktes.

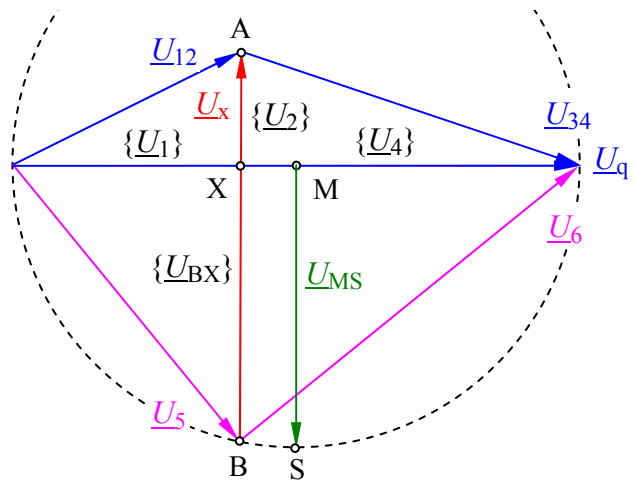


Bild BB 14.7_2: Auszug aus dem Zeigerbild des Bildes BB 14.7_1

Im vorliegenden Fall muss der Zeiger \underline{U}_{MS} um den Winkel $\beta = \arctan \frac{\overline{XM}}{\{0,5\underline{U}_q\}} = \arctan \frac{0,75 \text{ cm}}{3,75 \text{ cm}} = 11,3^\circ$

nach rechts auf den Punkt B gedreht werden.

Der Betrag seines Imaginärteils beschreibt jetzt die Länge der Strecke \overline{BX} . Für den Zeiger \underline{U}_{MB} gilt:

$$\underline{U}_{MB} = \underline{U}_{MS} \cdot e^{-j\beta} = 0,5\underline{U}_q \cdot e^{-j90^\circ} \cdot e^{-j11,3^\circ} \quad \text{bzw.:} \quad \{\underline{U}_{MB}\} \cdot e^{j\varphi_{UMB}} = \{0,5\underline{U}_q\} \cdot e^{-j101,3^\circ}$$

$$\{\underline{U}_{MB}\} \cdot e^{j\varphi_{UMB}} = -(0,735 \text{ cm} + j3,677 \text{ cm})$$

Der Zeiger \underline{U}_x hat demzufolge die Länge: $\{\underline{U}_x\} = |\text{Im}\{\underline{U}_{MB}\}| + \{\underline{U}_2\} = (3,677 + 1,5) \text{ cm} = 5,177 \text{ cm}$.

Diese Länge stimmt mit der grafischen Lösung des BB 14.7 überein. Für den Zeiger \underline{U}_x gilt dann in der originalen Darstellung des Zeigerbildes gemäß Bild BB 14.7_1 – linke Seite:

$$\{\underline{U}_x\} \cdot e^{j\varphi_{U_x}} = 5,177 \text{ cm} \cdot e^{j36,9^\circ} = (4,14 + j3,11) \text{ cm}$$

Nun können die Zeigerlängen von \underline{U}_5 und \underline{U}_6 berechnet werden:

Masche oben links: $\underline{U}_5 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 - \underline{U}_x$ bzw.:

$$\{\underline{U}_5\} \cdot e^{j\varphi_{U_5}} = [3 - j1,5 - (4,14 + j3,11)] \text{ cm} = -(1,14 + j4,61) \text{ cm} = 4,75 \text{ cm} \cdot e^{-j104^\circ}$$

Masche oben rechts: $\underline{U}_6 = \underline{U}_x + \underline{U}_3 + \underline{U}_4$ bzw.:

$$\{\underline{U}_6\} \cdot e^{j\varphi_{U_6}} = [(4,14 + j3,11) + 1,5 - j4,5] \text{ cm} = (5,64 - j1,39) \text{ cm} = 5,81 \text{ cm} \cdot e^{-j14^\circ}$$

Probe: $\underline{U}_q = \underline{U}_5 + \underline{U}_6$ bzw.:

$$\{\underline{U}_q\} \cdot e^{j\varphi_{U_q}} = -(1,14 + j4,61) \text{ cm} + (5,64 - j1,39) \text{ cm} = (4,5 - j6) \text{ cm} = 7,5 \text{ cm} \cdot e^{-j53,1^\circ}$$

(Probe stimmt !)

Eine Berechnung des in der originalen Aufgabenstellung gesuchten Wertes für den Widerstand R_5 führt zu folgendem Ergebnis:

$$\frac{U_5}{U_6} = \frac{R_5}{\omega L_6} = \frac{\{U_5\}}{\{U_6\}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_5}{3R} = \frac{\{U_5\}}{\{U_6\}} = \frac{4,75 \text{ cm}}{5,81 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad R_5 = 3R \cdot \frac{4,75}{5,81} = 2,453R$$

Anmerkung: In der originalen Aufgabenstellung zum BB 14.7 wurde rechts neben dem Bild 14.30 versehentlich eine Zeigerlänge für ωL_6 von 3 cm angegeben, die nur für $1/\omega C_5$ Gültigkeit haben kann. Im unteren Zweig der Schaltung gilt doch ein anderer Maßstab ! (Sorry)

• Zusätzliches Zahlenbeispiel:

Berechnen Sie über die Aufbauelemente der Schaltung des BB 14.7 die Spannung \underline{U}_x , wenn an die Schaltung eine Spannung $\underline{U}_q = 7,5 \text{ V} \cdot e^{-j53^\circ}$ angelegt wird.

Für die Masche oben links gilt:

$$\underline{U}_x = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 - \underline{U}_5 = \underline{I}_1 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) - \underline{I}_5 \cdot R_5 = \underline{I}_1 \cdot (2R - jR) - \underline{I}_5 \cdot 2,45R$$

$$\text{mit: } \underline{I}_1(\rightarrow) = \frac{\underline{U}_q}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_3 + \frac{1}{j\omega C_4}} = \frac{\underline{U}_q}{2R - jR + R - j3R} \quad \text{und: } \underline{I}_5(\rightarrow) = \frac{\underline{U}_q}{R_5 + j\omega L_5} = \frac{\underline{U}_q}{2,45R + j3R}$$

$$\underline{U}_x = \underline{U}_q \cdot \left(\frac{2R - jR}{3R - j4R} - \frac{2,45R}{2,45R + j3R} \right) = \underline{U}_q \cdot \left(\frac{10 + j5}{25} - \frac{6 - j7,35}{15} \right) = \underline{U}_q \cdot (0,4 + j0,2 - 0,4 + j0,49)$$

$$\underline{U}_x = \underline{U}_q \cdot j0,69 = 7,5 \text{ V} \cdot e^{-j53^\circ} \cdot 0,69 \cdot e^{j90^\circ} = 5,175 \text{ V} \cdot e^{j37^\circ}$$

Auch diese Probe stimmt mit der Lösung der erweiterten Aufgabenstellung (siehe oben) überein !

BB 14.8: Maßstäbliches Zeigerbild einer Brückenschaltung (3)

• **Erweiterte Aufgabenstellung:**

Berechnen Sie für das maßstäbliche Zeigerbild des Berechnungsbeispiels 14.8 die Spannungen \underline{U}_q und \underline{U}_x sowie \underline{U}_5 und \underline{U}_6 . Der Bezugszeiger ist wieder \underline{U}_1 . Für die Berechnung stehen lediglich die in der originalen Aufgabenstellung genannten Informationen zur Verfügung.

Nach dem Maschensatz gilt im oberen Zweig der Schaltung des Berechnungsbeispiels 14.8:

$$\underline{U}_q = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4 = (10 - j80 + 40 + j40) \text{ V} = (50 - j40) \text{ V} = 64 \text{ V} \cdot e^{-j39^\circ}$$

Der Zeiger \underline{U}_x hat einen minimalen Betrag, wenn seine Verlängerung durch den Mittelpunkt des THALES-Kreises verläuft. Der Mittelpunkt des THALES-Kreises hat in der komplexen Ebene des Bildes BB 14.8 folgende Spannungskordinaten: $\underline{M}_{TH} = 0,5 \cdot \underline{U}_q = 25 \text{ V} - j20 \text{ V}$

Über die Spannungskordinaten des Punkte A: $\underline{A} = 10 \text{ V} - j80 \text{ V}$ kann man nun einen Ersatzzeiger berechnen, der vom Punkt A zum Mittelpunkt des THALES-Kreises gerichtet ist. Seine Phasenlage entspricht dem Nullphasenwinkel von \underline{U}_x . Für diesen Ersatzzeiger gilt:

$$\underline{AM}_{TH} = \underline{M}_{TH} - \underline{A} = 25 \text{ V} - j20 \text{ V} - 10 \text{ V} + j80 \text{ V} = 15 \text{ V} + j60 \text{ V} = 61,85 \text{ V} \cdot e^{j76^\circ}$$

Wenn man schließlich vom Betrag dieses Ersatzzeigers den halben Betrag der Gesamtspannung subtrahiert, erhält man den Betrag von \underline{U}_x . Für \underline{U}_x gilt dann: $\underline{U}_x = 29,85 \text{ V} \cdot e^{j76^\circ} = 7,22 \text{ V} + j28,96 \text{ V}$.

Mit Kenntnis von \underline{U}_x können nun die Spannungen \underline{U}_5 und \underline{U}_6 berechnet werden.

Für die obere linke Masche im Bild 14.32 erhält man:

$$\underline{U}_5 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_x \approx (10 - j80 + 7,2 + j29) \text{ V}$$

$$\underline{U}_5 = (17,2 - j51) \text{ V} = 53,8 \text{ V} \cdot e^{j71,4^\circ}$$

Für die obere rechte Masche im Bild 14.32 erhält man:

$$\underline{U}_6 = \underline{U}_3 + \underline{U}_4 - \underline{U}_x \approx (40 + j40 - 7,2 - j29) \text{ V}$$

$$\underline{U}_6 = (32,8 + j11) \text{ V} = 34,6 \text{ V} \cdot e^{j18,5^\circ}$$

Probe:

$$\underline{U}_q = \underline{U}_5 + \underline{U}_6 = (17,2 - j51 + 32,8 + j11) \text{ V} = (50 - j40) \text{ V} = 64 \text{ V} \cdot e^{-j39^\circ}$$

$$\underline{U}_q = (50 - j40) \text{ V} = 64 \text{ V} \cdot e^{-j39^\circ}$$

(Probe stimmt !)

Maßstab: 1 cm $\hat{=}$ 10 V

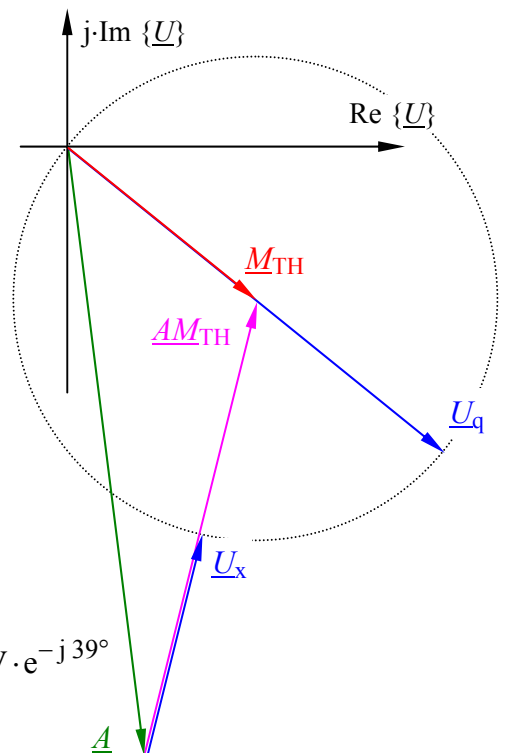


Bild BB 14.8: Auszug aus dem Zeigerbild des BB 14.8