Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_14.4.B:

09.09.2022

Zu a) Überlagerung der Potentialbeiträge vom Erder und vom Spiegelerder im Punkt x_1

$$\varphi_{x1} = \varphi_{x1E} + \varphi_{x1SE} = \frac{2I_1}{4\pi \cdot \kappa \cdot h_1} \qquad \Rightarrow \qquad \kappa = \overline{\kappa}_{\mathrm{Erde}} = \frac{2I_1}{4\pi \cdot \varphi_{x1} \cdot h_1} = 5 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$$

$$R_{\ddot{U}} = \frac{1}{4\pi \cdot \kappa}\left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{2h_1}\right) = 15{,}9\,\Omega \cdot \left(\frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{6}\right) = 161{,}8\,\Omega$$

Zu b) Überlagerung der Potentialbeiträge vom Erder und vom Spiegelerder im Punkt x_2

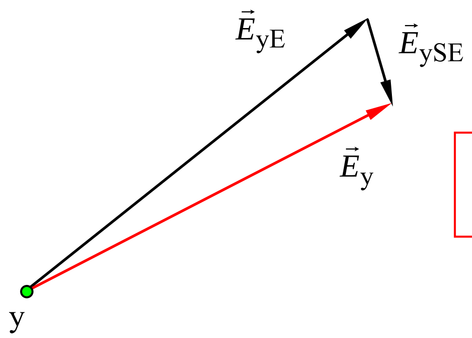
$$\varphi_{x2} = \varphi_{x2E} + \varphi_{x2SE} = \frac{2I_1}{4\pi \cdot \kappa \sqrt{h_1^2 + x_2^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2I_1}{4\pi \cdot \kappa \cdot h_1}$$

Nenner: $\sqrt{h_1^2 + x_2^2} = 2h_1 \qquad \Rightarrow \qquad x_2 = \sqrt{3} \cdot h_1 = 5{,}2\mathrm{m}$

Zu c) Überlagerung der Feldstärkevektoren im Punkt y: $\vec{E}_y = \vec{E}_{yE} + \vec{E}_{ySE}$

$$|\vec{E}_{yE}| = \frac{I_1}{4\pi \cdot \kappa \cdot (0{,}25\,h_1^2 + 0{,}25\,h_1^2)} = 1{,}77\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$$

$$|\vec{E}_{ySE}| = \frac{I_1}{4\pi \cdot \kappa \cdot (0{,}25\,h_1^2 + 2{,}25\,h_1^2)} = 0{,}35\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$$



$$\boxed{|\vec{E}_y| \approx 1{,}65\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}}$$

Bild ÜA_3_14.4.B_1: Überlagerung der Feldstärkevektoren im Punkt *y*

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Berechnen Sie die Schrittspannung, wenn sich ein Läufer vom Punkt x_1 in x-Richtung bewegt.
Geg.: $\kappa_{\text{Erde}} = 5 \cdot 10^{-3}$ S / m; $r_0 << h_1$ (Punktquelle); $h_1 = 3$ m; $\varphi_{x1} = 5300$ V und $I_1 = 500$ A.

Lösung:

Das Potential im Punkt x_1 ist bereits als Messwert bekannt (siehe Aufgabenstellung). Für die gesuchte Schrittspannung gilt mit $x_1 = 0$:

$$U_{\text{s}}(x_1) = \varphi_{x1} - \varphi_{x1\text{s}} = \varphi_{x1} - \frac{2I_1}{4\pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{h_1^2 + s^2}} = \varphi_{x1} - \frac{I_1}{2\pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{h_1^2 + s^2}}$$

$$U_{\text{s}}(x_1) = 5300\,\text{V} - \frac{500}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{9+1}}\,\text{V} = 5300\,\text{V} - 5033\,\text{V} = 267\,\text{V}$$

Wie können wir jetzt unser Ergebnis überprüfen?

Dem gegebenen Messwert $\varphi_{x1} = 5300$ V sollten wir eigentlich vertrauen. Es wäre trotzdem schön, wenn wir seine Richtigkeit kontrollieren könnten.

Die berechnete Schrittspannung liegt bei dem kritischen Schritt vom Punkt $x_1 = 0$ zum Punkt $x_{1\text{s}} = 1$m in der erwarteten Größenordnung. Stimmt aber der Zahlenwert?

Probe:

Wir nutzen ein Programm zur Darstellung von Äquipotentiallinien eines Vollkugelerders (hier: programmiert mit LabVIEW). Das Programm stellt eine Potentiallinie für einen vorgegebenen Potentialwert in der Ebene dar. Die Ebene repräsentiert einen senkrechten Schnitt von der Erdoberfläche durch den Mittelpunkt des Erders (aufgefasst als Punktquelle). Der Erder wird mit einem grünen Punkt in der vorgegebenen Eingrabtiefe h und bei $x = 0$ dargestellt.

• **Überprüfung des vorgegebenen Messwertes** $\varphi_{x1} = 5300$ V:

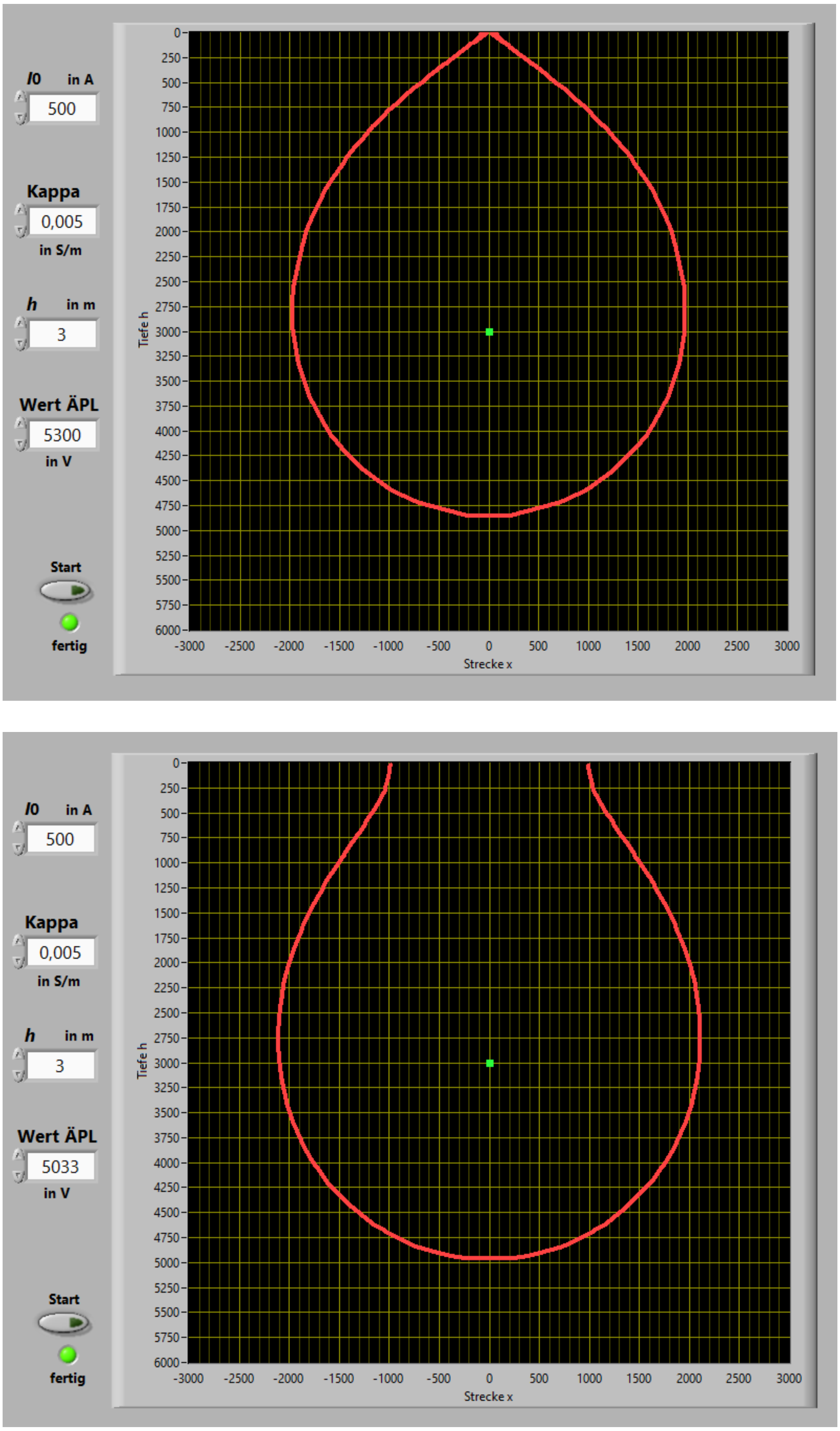
Diese Potentiallinie muss sich an der Erdoberfläche gerade noch so schließen. Bild ÜA_3_14.4.B_2 zeigt im oberen Teil der Verlauf dieser Linie. Das Potential $\varphi_{x1} = 5300$ V tritt am Punkt x_1 ($x = 0$) auf der Erdoberfläche messbar in Erscheinung. Der Messwert stimmt!

• **Überprüfung des Potentialwertes** $\varphi_{x1\text{s}} = 5033$ V:

Diese Potentiallinie endet im Abstand $s = 1$ m vom Punkt x_1 ($x = 0$) an der Erdoberfläche. Bedingt durch die Symmetrie (vgl. Bild ÜA_3_14.4.B_2 – unten) endet diese Linie, die ja eigentlich eine Fläche ist, auf einem Kreis, der sich auf dem Erdreich ausbildet.

Da beide Potentialwerte die Probe bestehen, muss auch unsere berechnete Schrittspannung richtig sein.

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 14.6 bis 14.8.



LabVIEW

Bild ÜA_3_14.4.B_2: Äquipotentiallinien für φ_{x1} = 5300 V (oben) und φ_{x1s} = 5033 V (unten)

In der grafischen Darstellung werden *h* und *x* in mm angegeben (1mm entspricht 1 Pixel).

Ende der zusätzlichen Lösung