

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_14.4.C:

09.09.2022

$$\text{Zu a) } R_{\ddot{U}} = \frac{\varphi_E}{I_E} = \frac{\varphi_{0E} + \varphi_{0S}}{I_E} = \frac{1}{4\pi \cdot \kappa \cdot r_0} + \frac{1}{4\pi \cdot \kappa \cdot 2h} = \frac{1}{4\pi \cdot \kappa} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{3a} \right)$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{1}{4\pi \cdot R_{\ddot{U}}} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{3a} \right) = \frac{I_E}{4\pi \cdot \varphi_E} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{3a} \right)$$

$$\varphi_2 = \frac{2 \cdot I_E}{4\pi \cdot \kappa \cdot r_{V-H2}} = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{h^2 + a^2}} = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot a \cdot \sqrt{3,25}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{I_E}{2\pi \cdot \varphi_2 \cdot \kappa \cdot \sqrt{3,25}}$$

a in κ einsetzen:

$$\kappa = \frac{I_E}{4\pi \cdot \varphi_E} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{2\pi \cdot \varphi_2 \cdot \kappa \cdot \sqrt{3,25}}{3 \cdot I_E} \right) = \frac{I_E}{4\pi \cdot \varphi_E \cdot r_0} + \frac{\varphi_2 \cdot \kappa \cdot \sqrt{3,25}}{6 \cdot \varphi_E} = \frac{I_E}{4\pi \cdot \varphi_E \cdot r_0} + 5 \cdot 10^{-3} \cdot \kappa$$

$$\kappa = \frac{I_E}{0,995 \cdot 4\pi \cdot \varphi_E \cdot r_0} = 5,33 \cdot 10^{-2} \frac{\text{S}}{\text{m}} \quad \text{und:} \quad a = \frac{I_E}{2\pi \cdot \varphi_2 \cdot \kappa \cdot \sqrt{3,25}} = 3,31 \text{ m}$$

Zu b) Zur Vereinfachung weiter mit: $\kappa = 5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ und: $a = 3 \text{ m}$ (Originalwerte* in Klammern)

$$U_s = \varphi_x - \varphi_{x+s} = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot 1,5a} - \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{2,25 \cdot a^2 + s^2}}$$

$$U_s = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa} \left(\frac{1}{4,5 \text{ m}} - \frac{1}{4,61 \text{ m}} \right) = \frac{1000}{10\pi \cdot 10^{-2}} \left(5,29 \cdot 10^{-3} \right) \text{ V} = 16,84 \text{ V} \quad (U_s^* = 13 \text{ V})$$

Zu c) $\varphi_x = \varphi_x(\text{VE}) + \varphi_x(\text{SE}) + \varphi_x(\text{HE1}) + \varphi_x(\text{HE2}) = 2\varphi_x(\text{VE}) + 2\varphi_x(\text{HE})$

$$\varphi_x = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot 1,5a} + 2 \frac{0,5 I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot a} = \frac{I_E}{2\pi \cdot \kappa \cdot a} \left(\frac{1}{1,5} + 1 \right) = 1,768 \text{ kV} \quad (\varphi_x^* = 1,5 \text{ kV})$$

Zusatzaufgabe:

d1) An welcher Stelle auf der Erdoberfläche ist für den Fall c) die elektrische Feldstärke gleich null?

d2) Wie groß ist der Betrag der Feldstärke im Punkt y (0,5a über dem Mittelpunkt von VE)?

Lösung:

Zu d1) Die resultierende Feldstärke auf der Erdoberfläche ist genau am Eingrabpunkt des VE gleich null, da sich hier alle Feldstärkekomponenten jeweils gegenseitig aufheben.

$$E_x(\text{VE}) = E_x(\text{SE}) \quad \text{und:} \quad E(\text{HE1}) = E(\text{HE2})$$

Zu d2) Resultierende Feldstärke im Punkt y: $\vec{E}_y = \vec{E}_y(\text{VE}) + \vec{E}_y(\text{SE}) + \vec{E}_y(\text{HE1}) + \vec{E}_y(\text{HE2})$

⇒ Beträge der einzelnen Feldstärkekomponenten:

$$E_y(\text{VE}) = 707 \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad E_y(\text{SE}) = 28,3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad E_y(\text{HE1}) = E_y(\text{HE2}) = E_y(\text{HE}) = 88,4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

⇒ Richtungen der Feldstärkevektoren vom Erder (↑) und vom Spiegelerder (↓):

$$\vec{E}_y(\text{VE}) \uparrow \quad \vec{E}_y(\text{SE}) \downarrow \Rightarrow E_y(\text{E}) = E_y(\text{VE}) - E_y(\text{SE}) = 678,7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

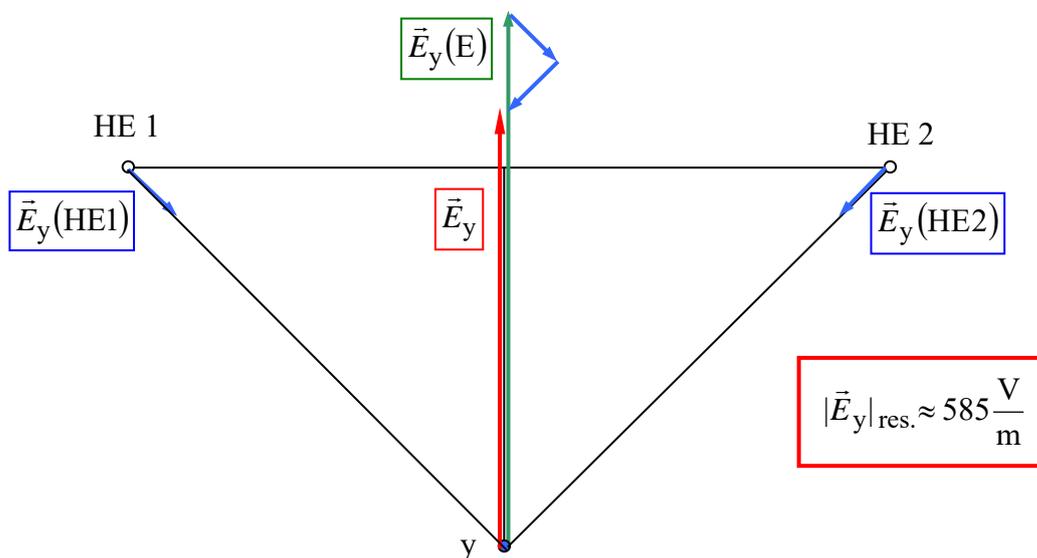


Bild ÜA_3_14.4.C_1: Skizze zur Überlagerung der Feldstärkevektoren

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 14.6 bis 14.8.

Ende der zusätzlichen Lösung