

Präzisierte Aufgabenstellung ÜA_3_15.4:

Drei metallische Kugeln werden in gleicher Höhe an den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a frei im Raum aufgehängt. Alle Kugeln haben den gleichen Durchmesser. Auf ihnen befindet sich betragsmäßig die gleiche Ladung Q . Der Radius der Kugeln sei viel kleiner als ihr Abstand zueinander. Gegenelektrode und Potentialbezugspunkt PB sind unendlich weit entfernt. Der vom Feld erfüllte Raum sei unendlich groß. Skizzieren Sie das resultierende elektrische Potentialfeld für unterschiedliche Polaritäten der Ladungen:

- Kugelladungen mit wechselnde Polarität
- Kugelladungen mit gleicher Polarität
- Zusatzaufgabe:** Erweiterung auf fünf Kugelladungen gleicher Polarität

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_15.4:

a) Zunächst werden Ladungen mit wechselnder Polarität betrachtet. Bild ÜA_3_15.4_1 zeigt das Potentialfeld dieser drei Kugelladungen in einer zweidimensionalen (links) und in einer dreidimensionalen Darstellung (rechts). Die Felddarstellungen wurden mit MATHEMATICA gezeichnet.

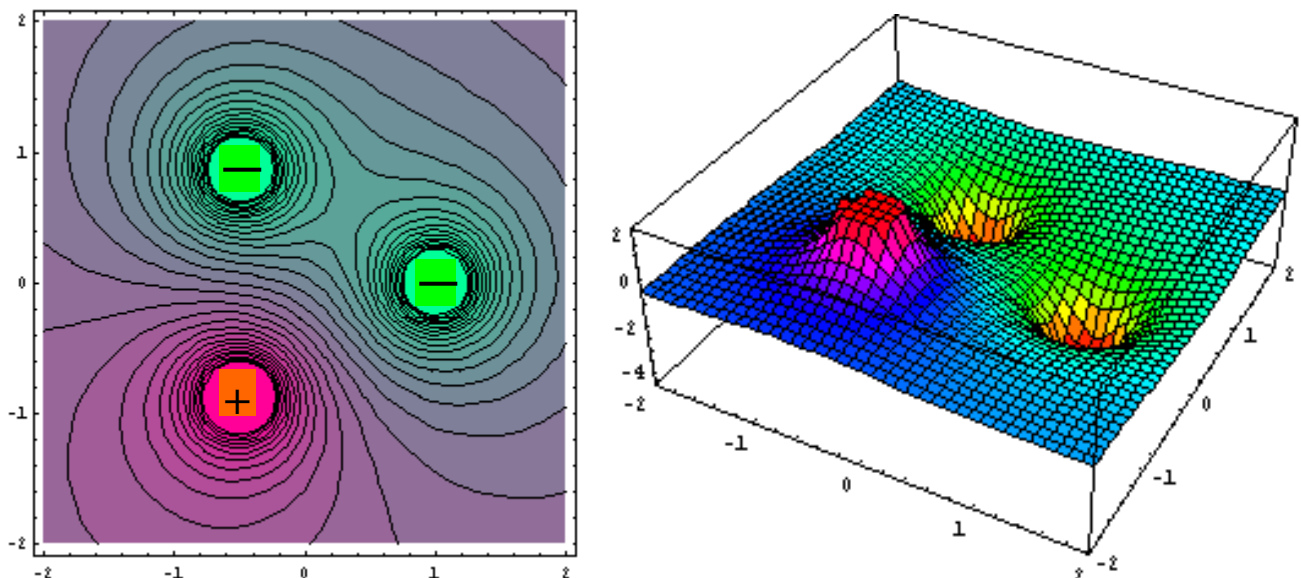


Bild ÜA_3_15.4_1: Potentialfeld dreier Kugelladungen mit wechselnder Polarität

Der resultierende Potentialverlauf im Bild ÜA_3_15.4_1 (links) zeigt, dass sich die Äquipotentiallinien der beiden negativen Ladungen (-) in einem Abstand von $0,5 a$ zu geschlossenen Gebilden vereinigen. Die positive Ladung (+) bewirkt eine Vergrößerung des Potentialgefälles in Richtung des Mittelpunktes des von den drei Kugeln aufgespannten gleichseitigen Dreiecks. Das resultierende Felddarstellung ist in der näheren Umgebung dieser drei Ladungen unsymmetrisch.

In der dreidimensionalen Darstellung [Bild ÜA_3_15.4_1 (rechts)] ist dieses Potentialgefälle aus dem Übergang vom höchsten Potential (positive Ladung) in Richtung der beiden Potentialtrichter (negative Potentiale) erkennbar. Die kürzesten Linien der elektrischen Feldstärke haben die Länge a . Sie verlaufen, von der positiven Ladung ausgehend, auf einem direkten Weg zu den beiden Oberflächen der Kugeln mit negativer Ladung.

b) Nun werden Ladungen mit gleicher Polarität betrachtet. Bild ÜA_3_15.4_2 zeigt das Potentialfeld dieser drei Ladungen in einer zweidimensionalen (links) und in einer dreidimensionalen Darstellung (rechts). Die Felddarstellungen wurden mit MATHEMATICA gezeichnet.

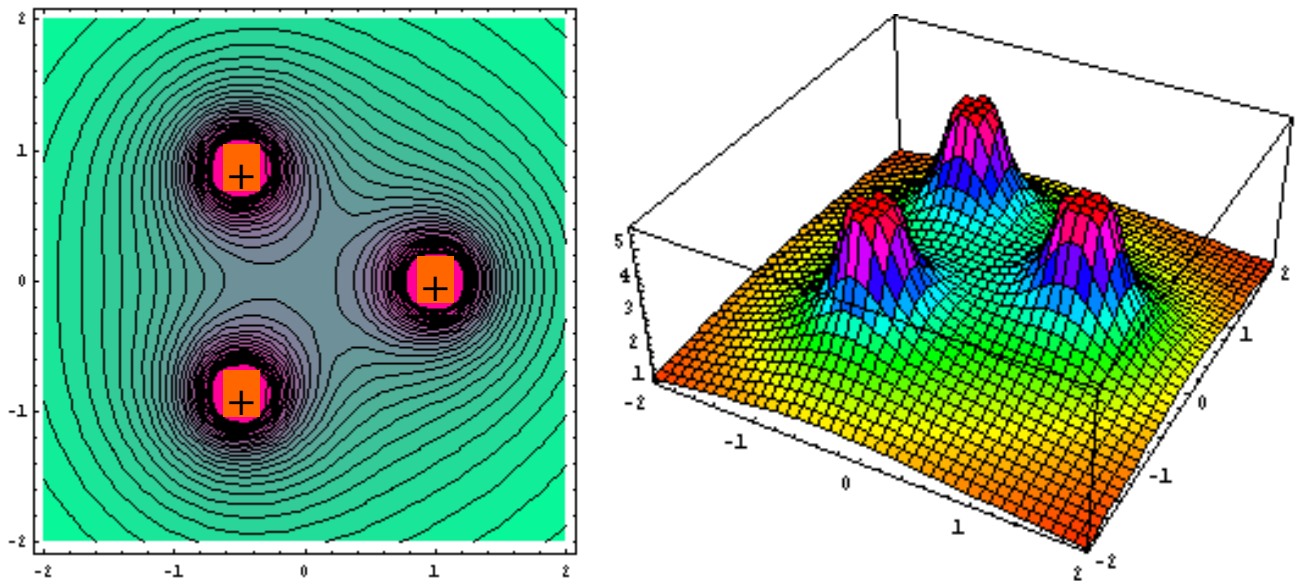


Bild ÜA_3_15.4_2: Potentialfeld dreier Kugelladungen mit gleicher Polarität

Der resultierende Potentialverlauf im Bild ÜA_3_15.4_2 (links) zeigt, dass das Potentialgefälle im Mittelpunkt des Dreiecks gleich Null ist. Die Äquipotentiallinien dieser drei positiven Ladungen (das könnten auch drei negative Ladungen sein!) vereinigen sich wieder in einem Abstand von $0,5 a$ zu geschlossenen Gebilden. Das Felddarstellung ist aus der Sicht des Mittelpunktes des Dreiecks symmetrisch. Außerhalb dieses Dreiecks nehmen die umhüllenden Äquipotentiallinien eine kreisähnliche Gestalt an. Die Anordnung wird sich demzufolge in einem hinreichend großen Abstand vom Mittelpunkt wie eine einzige resultierende Kugelladung verhalten.

Aus der dreidimensionalen Darstellung [Bild ÜA_3_15.4_2 (rechts)] ist zu erkennen, dass sich ein resultierendes Potentialgefälle beim Übergang von jeder der drei Kugeln (positive Ladungen) in alle Richtungen ergibt. Das maximale Potentialgefälle entsteht an jeder Kugel in einer Richtung, die durch die Verbindung vom Mittelpunkt des Dreiecks durch den jeweiligen Kugelmittelpunkt bestimmt wird.

Hinweis: Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 15.5

Zusatzaufgabe c):

Zur Verdeutlichung des unter b) dargestellten Sachverhaltes wird die Anzahl der Ladungen gleicher Polarität erhöht. Skizzieren Sie den resultierenden Verlauf der Äquipotentiallinien.

Lösung:

Bereits in einem Abstand von ca. $1 a$ (Abstand der Kugeln zueinander) nehmen die umhüllenden Äquipotentiallinien eine kreisähnliche Gestalt an. Die Äquipotentialflächen haben eine kugelförmige Gestalt und umhüllen die Ladungen.

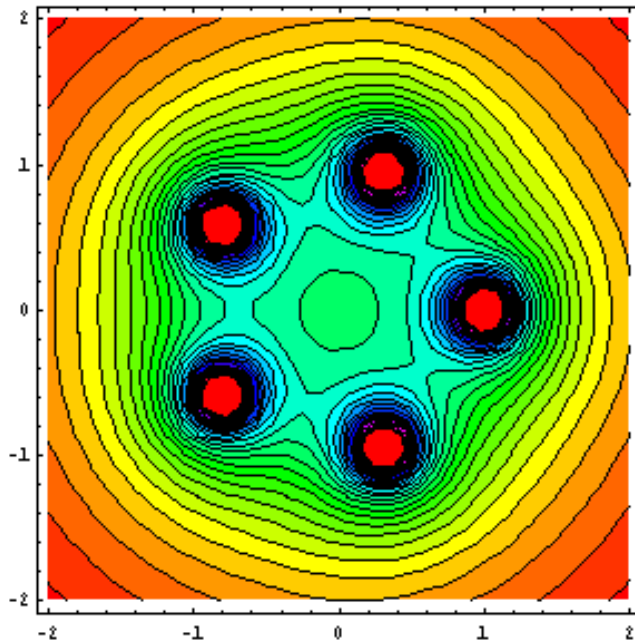


Bild ÜA_3_15.4_3: Potentialfeld von fünf Kugelladungen mit gleicher Polarität (+)

Die Anordnung wirkt für einen externen Beobachter, der sich relativ weit vom Zentrum der 5 Kugeln befindet, wie eine einzige Punktladung mit $+ 5 Q$ (Bild ÜA_3_15.4_4). In diesem Abstand zeigen die Linien der elektrischen Feldstärke nach Vorbild einer einzigen Kugelladung radial nach außen.

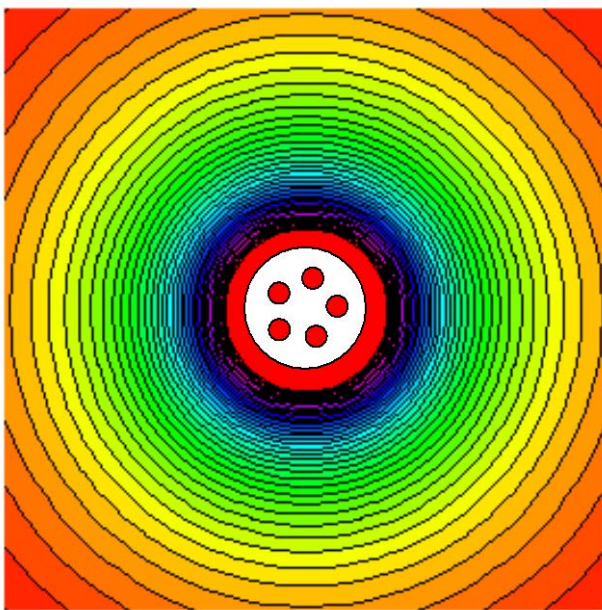


Bild ÜA_3_15.4_4: Äußeres Potentialfeld des Bildes ÜA_3_15.4_3 bei Betrachtung aus einer sehr großen Distanz