

**Lösung der Übungsaufgabe ÜA\_3\_16.3.A:**

a) Berechnung aller Spannungen im Ergebnis des Vorgangs A:  
 (kapazitiver Spannungsteiler)

$$\frac{U_{4A}}{U_{8A}} = \frac{C_6 | C_7 | (C_2 + C_3)}{C_4 + C_6 | C_7 | (C_2 + C_3)} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{U_{8A}}{U_A} = \frac{C_9}{C_9 + C_8 + C_4 | C_6 | C_7 | (C_2 + C_3)} = \frac{7}{16}$$

$$C_{\text{gesA}} = C_9 | [C_8 + C_4 | (C_2 + C_3) | C_6 | C_7] = \frac{9}{16} C$$

$$u_{8A}(\downarrow) = U_{8A\infty} \cdot (1 - e^{-t/\tau_A}) = \frac{7}{16} \cdot U_A \cdot (1 - e^{-t/0,5625 \cdot RC}) = 0,4375 \cdot U_A \cdot (1 - e^{-t/0,5625 \cdot RC})$$

Lösung zu a):

$$U_{2A}(\downarrow) = U_{3A}(\downarrow) = 5 \text{ V}$$

$$U_{4A}(\leftarrow) = 10 \text{ V}$$

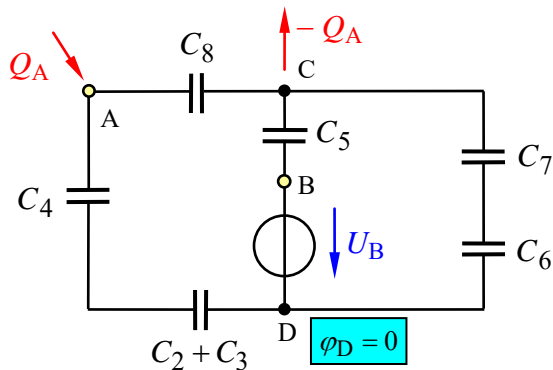
$$U_{6A}(\rightarrow) = U_{7A}(\rightarrow) = 10 \text{ V}$$

$$U_{8A}(\downarrow) = 35 \text{ V}$$

$$U_{9A}(\leftarrow) = 45 \text{ V}$$

Richtungen: gemäß Anordnung  
 der Bauelemente in der originalen  
 Schaltung (Bild ÜA\_3\_16.3.A).

b) Berechnung aller Spannungen im Ergebnis des Vorgangs B (Knotenanalyse):



mit:  $Q_A = U_A \cdot C_{\text{gesA}}$

sowie:  $U_A = 80 \text{ V}$

und:  $U_B = 75 \text{ V}$

Bild ÜA\_3\_16.3.A\_1: Ersatzschaltung zur  
 Aufgabe ÜA\_3\_16.3.A  
 [für b) umgezeichnet]

Tabelle ÜA\_3\_16.3.A\_1: Koeffizientenschema für die Potentiale im Ergebnis des Vorgangs B

	$\varphi_A$	$\varphi_B = U_B$	$\varphi_C$	Abs.
(1)	$C_8 + C_4   (C_2 + C_3)$	0	$-C_8$	$+U_A \cdot C_{\text{gesA}}$
	0	$C_5$	$-C_5$	$+U_B \cdot C_{\text{gesB}}$
(3)	$-C_8$	$-C_5$	$C_5 + C_8 + C_6   C_7$	$-U_A \cdot C_{\text{gesA}}$

- Lösung des Gleichungssystems:

$$(1) \quad \frac{5}{3}C \cdot \varphi_A - C \cdot \varphi_C = \frac{9}{16}C \cdot U_A \quad \text{und:}$$

$$(3) \quad -C \cdot \varphi_A + 2,5C \cdot \varphi_C = -\frac{9}{16}C \cdot U_A + C \cdot U_B$$

$$\begin{aligned} 1,6 \cdot \varphi_A - \varphi_C &= 45 \text{ V} \\ -\varphi_A + 2,5\varphi_C &= 30 \text{ V} \end{aligned}$$

Knotenpotentiale:  $\varphi_A = 45 \text{ V}$  und:  $\varphi_C = 30 \text{ V}$

- Berechnung der Spannungen aus den Knotenpotentialen:

Die Pfeile geben die Richtungen dieser Spannungen im statischen Zustand B für die Ersatzschaltung im Bild ÜA\_3\_16.3.A\_1 an.

$$U_{2B}(\rightarrow) = U_{3B}(\rightarrow) = \frac{\varphi_A - \varphi_D}{3} = 15 \text{ V}$$

$$U_{4B}(\downarrow) = 2 \cdot \frac{\varphi_A - \varphi_D}{3} = 30 \text{ V}$$

$$U_{5B}(\uparrow) = \varphi_B - \varphi_C = U_B - \varphi_C = 45 \text{ V}$$

$$U_{6B}(\downarrow) = U_{7B}(\downarrow) = \frac{\varphi_C - \varphi_D}{2} = 15 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad U_{67B}(\downarrow) = 30 \text{ V}$$

$$U_{8B}(\rightarrow) = \varphi_A - \varphi_C = 15 \text{ V}$$

*Probe* (Maschensatz):

Masche rechts:  $U_{5B}(\uparrow) + U_{67B}(\downarrow) - U_B(\downarrow) = 0$

$$U_B = U_{5B} + U_{67B} = 45 \text{ V} + 30 \text{ V} = 75 \text{ V} \quad (\text{stimmt !})$$

Masche links:  $U_{5B}(\uparrow) - U_{8B}(\rightarrow) + U_{4B}(\downarrow) + U_{23B}(\rightarrow) - U_B(\downarrow) = 0$

$$U_B = U_{5B} - U_{8B} + U_{4B} + U_{23B} = 45 \text{ V} - 15 \text{ V} + 30 \text{ V} + 15 \text{ V} = 75 \text{ V} \quad (\text{stimmt !})$$

c) Verschobene Ladung:

$$\Delta Q_4 = Q_{4B} - Q_{4A} = C_4 \cdot (U_{4B} - U_{4A}) = 30 \mu\text{F} \cdot (30 \text{ V} - 10 \text{ V}) = 600 \mu\text{As}$$

*Hinweis:* Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:

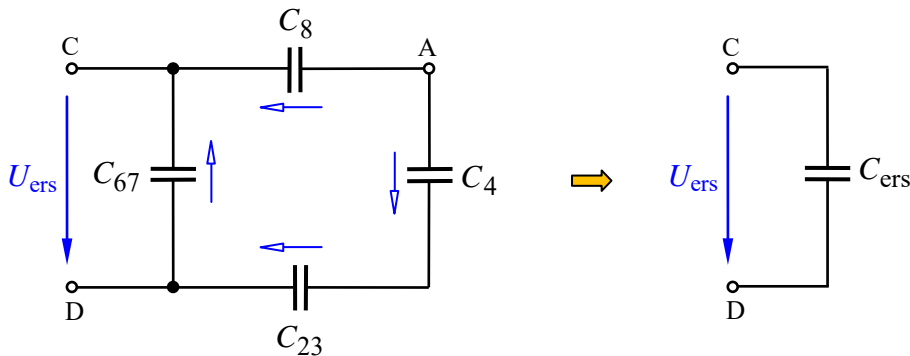
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 16.5 bis 16.11

Ende dieser Lösung

**Zusatzaufgabe:**

Der Vorgang A ist abgeschlossen. Die Kondensatoren sind auf die berechneten Werte vorgeladen [siehe: Lösung von a) – nicht ausgefüllte Zählpfeile im Bild ÜA\_3\_16.3.A\_2].

Der Vorgang B wird nicht gestartet. Berechnen Sie die Daten der vorgeladenen Ersatzkapazität, die in diesem Fall zwischen den Punkten C und D wirksam ist.



Lösung von a):

$$U_{23A} = 5 \text{ V}$$

$$U_{4A} = 10 \text{ V}$$

$$U_{67A} = 20 \text{ V}$$

$$U_{8A} = 35 \text{ V}$$

Richtungen: siehe offene Zählpfeile im Bild ÜA\_3\_16.3.A\_2.

Bild ÜA\_3\_16.3.A\_2: Ersatzschaltung zur Zusatzaufgabe ÜA\_3\_16.3.A

*Lösung:*

Der Zählpfeil der Ersatzspannung  $U_{\text{ers}}$  wird gemäß Aufgabenstellung von C nach D festgelegt.

Wir betrachten zunächst den rechten Zweig ( $C_8 - C_4 - C_{23}$ ) und berechnen diese Ersatzspannung:

$$U_{8423,\text{ers}}(\downarrow) = +U_{4A} + U_{23A} - U_{8A} = 10 \text{ V} + 5 \text{ V} - 35 \text{ V} = -20 \text{ V}$$

Dann wird in diesem Zweig folgende Ersatzladung gespeichert:

$$Q_{8423,\text{ers}} = C_8 \mid C_4 \mid C_{23} \cdot U_{8423,\text{ers}} = (30 \mid 30 \mid 60) \mu\text{F} \cdot (-20 \text{ V}) = 12 \mu\text{F} \cdot (-20 \text{ V}) = -240 \mu\text{A} \cdot \text{s}$$

Für den mittleren Zweig ( $C_{67}$ ) erhalten wir mit der Orientierung von  $U_{\text{ers}}$  ( $\downarrow$ ):

$$U_{67,\text{ers}}(\downarrow) = -20 \text{ V} \quad \text{und:} \quad Q_{67,\text{ers}} = C_{67} \cdot U_{67,\text{ers}} = 15 \mu\text{F} \cdot (-20 \text{ V}) = -300 \mu\text{A} \cdot \text{s}$$

Für die Summe der Ladungen im Punkt C gilt dann:

$$Q_{C,\text{ers}} = Q_{8423,\text{ers}} + Q_{67,\text{ers}} = -240 \mu\text{A} \cdot \text{s} - 300 \mu\text{A} \cdot \text{s} = -540 \mu\text{A} \cdot \text{s}$$

Im Ergebnis des Ausgleichsvorganges liegt somit zwischen den Punkten C und D folgende Spannung:

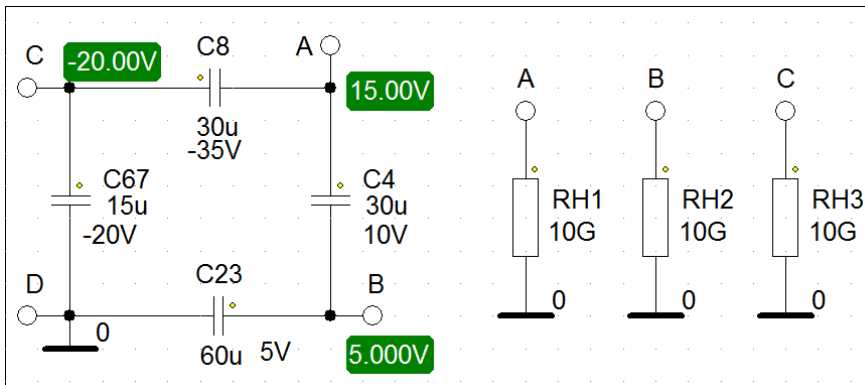
$$U_{\text{ers}}(\downarrow) = \frac{Q_{C,\text{ers}}}{C_{\text{ers}}} = \frac{Q_{C,\text{ers}}}{C_{67} + C_8 \mid C_4 \mid C_{23}} = \frac{-540 \mu\text{A} \cdot \text{s}}{27 \mu\text{F}} = -20 \text{ V}$$

Die wirksame Ersatzkapazität mit  $C_{\text{ers}} = C_{67} + C_8 \mid C_4 \mid C_{23} = 27 \mu\text{F}$  ist so vorgeladen, dass über den Punkten C und D eine negative Spannung abfällt. Die positive Ladung liegt demzufolge am Punkt D.

*Zusammenfassung:* (Schrittfolge zur Bestimmung einer vorgeladenen Ersatzkapazität)

- Anwendung des Maschensatzes zur Bestimmung der Ersatzspannung über einer Ersatzreihenschaltung
- Berechnung der Ersatzladung dieser Reihenschaltung über das Ladungsgesetz [Gleich. (15.10)]
- Bestimmung der Ersatzladung weiterer paralleler Zweige
- Anwendung des Knotenpunktsatzes (Summe aller Ladungen) auf den betrachteten äußeren Knoten
- Bestimmung der Ersatzspannung über den betrachteten äußeren Knoten [Gleich. (15.10)].

Das Ergebnis der Zusatzaufgabe sollten wir mit PSPICE testen. Bild ÜA\_3\_16.3.A\_3 zeigt die dazu verwendete Simulationsschaltung:



Einstellungen:  
siehe [11]:  
Abschn. 1.4.3

Anmerkung:  
Die gelben Punkte  
markieren den Pin 1  
eines Bauelementes.  
Der interne Zählpfeil  
zeigt in PSPICE von  
Pin 1 nach Pin 2.

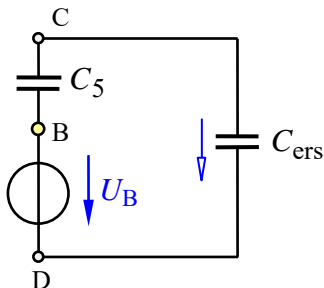
Bild ÜA\_3\_16.3.A\_3: Simulationsschaltung zur Bestimmung einer vorgeladenen Ersatzkapazität

Das Ergebnis der Simulation bestätigt unsere Berechnung.

Zu welchem Zweck kann diese vorgeladene Ersatzkapazität dann verwendet werden?

Ganz einfach:

Sie bietet uns eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Spannungen gemäß Aufgabenstellung b) oder zur Probe der in b) berechneten Spannungswerte. Dazu schalten wir die vorgeladene Ersatzkapazität als Ersatz für die Kombination  $(C_8 - C_4 - C_{23} - C_{67})$  an die Punkte C und D des Bildes ÜA\_3\_16.3.A\_1. Wir erhalten eine Reihenersatzschaltung von zwei Kondensatoren mit einer Quelle gemäß Lehrbuch [14] – Abschn. 16.3.2. Es gelten die Gleich. (16.29) und (16.30).



mit:  $U_B = 75 \text{ V}$

sowie:  $U_{\text{ers}} = -20 \text{ V}$  und:  $U_{5A} = 0 \text{ V}$

Bild ÜA\_3\_16.3.A\_4: Ersatzschaltung zur Zusatzaufgabe mit vorgeladener Ersatzkapazität

Wir wollen zur Probe  $U_{5B}$  berechnen. Dann gilt die Gleich. (16.29) in folgender Form:

$$U_{5B}(\uparrow) = \frac{C_5 \cdot U_{5A} - C_{\text{ers}} \cdot U_{\text{ers}} + C_{\text{ers}} \cdot U_B}{C_5 + C_{\text{ers}}} = \frac{27 \mu\text{F} \cdot (20 + 75) \text{ V}}{57 \mu\text{F}} = +45 \text{ V} \quad (\text{stimmt !})$$

*Hinweis:* Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:  
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 16.5 bis 16.11

Ende dieser zusätzlichen Lösung