

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_18.3:

Eine vergleichbare Lösung finden Sie im Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiel 18.5.

Zur Lösung der Aufgabenstellung benötigen wir die Ersatz-Induktivitäten einer gleichsinnigen und einer gegensinnigen Reihenschaltung verkoppelter Induktivitäten. Diese Ersatz-Induktivitäten können wir mit Strom-Spannungs-Messungen bestimmen.

Um die Spulen immer im gleichen Arbeitspunkt zu betreiben, speisen wir einen Strom I_1 ein und messen den Spannungsabfall $|\underline{U}_1|$ (Bild ÜA_3_18.3_1 – links). Da in der Regel keine geeignete Konstantstromquelle verfügbar ist, muss der Strom ebenfalls gemessen und bei Bedarf nachgeregelt werden.

Die beiden Wicklungswiderstände wurden in der Aufgabenstellung bereits vorgegeben. Wir erhalten $R_L = R_{L1} + R_{L2} = 200 \Omega$. Damit sind uns bekannt: R_L sowie die Effektivwerte $|\underline{U}_1|$ und $|\underline{I}_1|$.

Wir benötigen aber die Spannung \underline{U}_{AC} bzw. $|\underline{U}_{AC}|$. Sie liegt über der Ersatz-Induktivität L_{AC} und kann nicht direkt gemessen werden, da R_L zu L_{AC} in Reihe liegt und im realen Bauelement „integriert“ ist. Zur Bestimmung der Spannung $|\underline{U}_{AC}|$ hilft uns das Zeigerbild weiter. Es gilt der Maschensatz:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{RL} + \underline{U}_{AC} \quad \text{mit:} \quad \underline{U}_{RL} = \underline{I}_1 \cdot R_L \quad \text{und:} \quad \underline{U}_{AC} = \underline{I}_1 \cdot j\omega L_{AC}$$

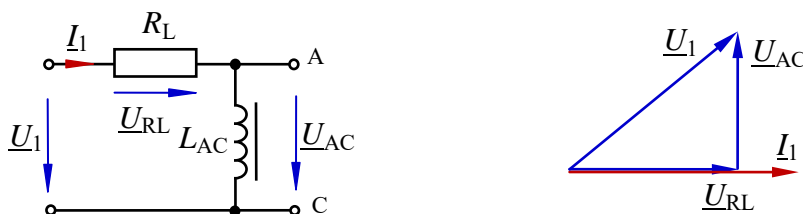


Bild ÜA_3_18.3_1: Bestimmung einer Induktivität

Aus dem Spannungszeigerbild (Bild ÜA_3_18.3_1 – rechts mit dem Bezugszeiger \underline{I}_1) folgt:

$$U_1^2 = U_{RL}^2 + U_{AC}^2 \quad \text{bzw.:} \quad U_{AC} = \sqrt{U_1^2 - U_{RL}^2}$$

$$\text{Mit } \omega L_{AC} = \frac{U_{AC}}{I_1} \text{ erhalten wir:} \quad L_{AC} = \frac{\sqrt{U_1^2 - I_1^2 \cdot (R_{L1} + R_{L2})^2}}{2\pi \cdot f \cdot I_1}$$

Diese Rechnung gilt für einzelne Induktivitäten und auch für die gleichsinnige bzw. die gegensinnige Reihenschaltung. Wir erhalten allerdings immer andere Messwerte. Durch Einsetzen dieser Messwerte können wir die Ersatz-Induktivitäten berechnen und mit Gleich. (18.15) die gesuchte Gegeninduktivität M bestimmen.

Die Gesamtinduktivität einer gleichsinnigen Reihenschaltung $L_{AC}(=)$ kann mit Gleich. (19.3) ermittelt werden. Bei einer gegensinnigen Reihenschaltung $L_{AC}(\leftrightarrow)$ wechselt lediglich das Vorzeichen bei $2M$. Wenn man beide Gleichungen geschickt miteinander verknüpft, kann die Gegeninduktivität aus den Messwerten für $L_{ges}(=)$ und $L_{ges}(\leftrightarrow)$ berechnet werden:

$$L_{AC}(=) - L_{AC}(\leftrightarrow) = L_1 + L_2 + 2M - (L_1 + L_2 - 2M) = 4M$$

$$M = \frac{L_{AC}(=) - L_{AC}(\leftrightarrow)}{4} \quad (18.15)$$

Wir müssen also zwei Messungen durchführen. Dazu sehen wir uns ein Beispiel mit Zahlenwerten an:

a) gleichsinnige Reihenschaltung der Induktivitäten L_1 und L_2 : $U_1 = 303,6 \text{ V}$ ($I_1 = 500 \text{ mA} = \text{const.}$)

b) gegensinnige Reihenschaltung der Induktivitäten L_1 und L_2 : $U_1 = 103,7 \text{ V}$ ($I_1 = 500 \text{ mA} = \text{const.}$)

$$\text{Zu a) } L_{AC}(=) = \frac{\sqrt{303,6^2 - 0,5^2 \cdot 200^2}}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,5} \text{ H} = 1,825 \text{ H}$$

$$\text{Zu b) } L_{AC}(\leftrightarrow) = \frac{\sqrt{103,7^2 - 0,5^2 \cdot 200^2}}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,5} \text{ H} = 0,175 \text{ H}$$

Damit erhalten wir die gesuchte Gegeninduktivität:

$$M = \frac{L_{AC}(=) - L_{AC}(\leftrightarrow)}{4} = \frac{1,825 - 0,175}{4} \text{ H} = 0,4125 \text{ H}$$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Testen Sie die Ergebnisse der originalen Lösung mit PSpICE.

Dazu zeichnen wir die Schaltung und fügen die beiden Messgeräte ein. Die Stromquelle wird auf 0,5 A eingestellt. Für die miteinander verkoppelten Induktivitäten kann XRFM_LINEAR verwendet werden. Die Induktivitäten und den Kopplungsfaktor stellen wir in seiner PartName-Liste ein:

L1_VALUE=300mH

L2_VALUE=700mH

COUPLING=0.9

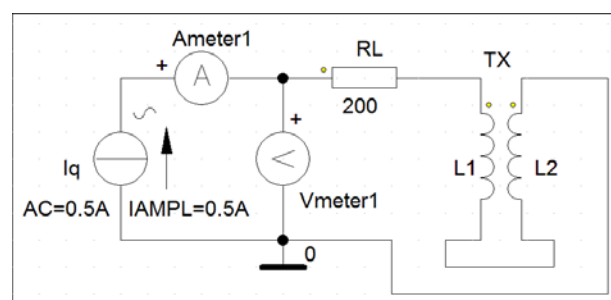
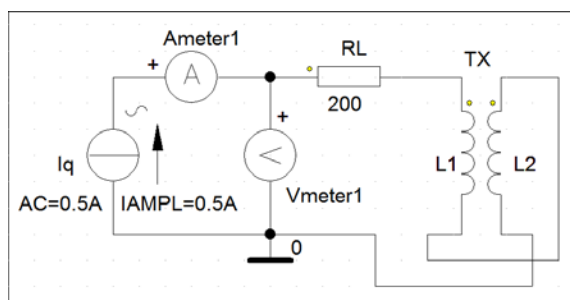


Bild ÜA_3_18.3_2: Simulationsschaltungen (links – gleichsinnig und rechts – gegensinnig)

Für die Messgeräte muss noch eine feste Frequenz im AC-Sweep (✓) eingestellt werden:

Total Pts.: 1

Start-Frequ.: 50

End-Frequ.: 50

Nach dem Start der Simulation bekommen wir die Messergebnisse im Probe-Fenster (rechts unten) [Karteikarte: Watch] angezeigt. Diese Ergebnisse findet man auch noch im Menü „Analysis“ (Examine Output). Sie stimmen mit unseren Messwerten überein.

Da wir jetzt die Induktivitäten kennen, ist auch noch eine Kontrollrechnung für die Gegeninduktivität mit Gleich. (18.8) möglich:

$$(18.8) \quad M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2} = 0,9 \cdot \sqrt{0,3 \cdot 0,7} \text{ H} = 0,4124 \text{ H}$$

Ende dieser zusätzlichen Lösung