

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_19.3.A:

- Trafo in die T-Ersatzschaltung umformen:

mit:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0,5L$$

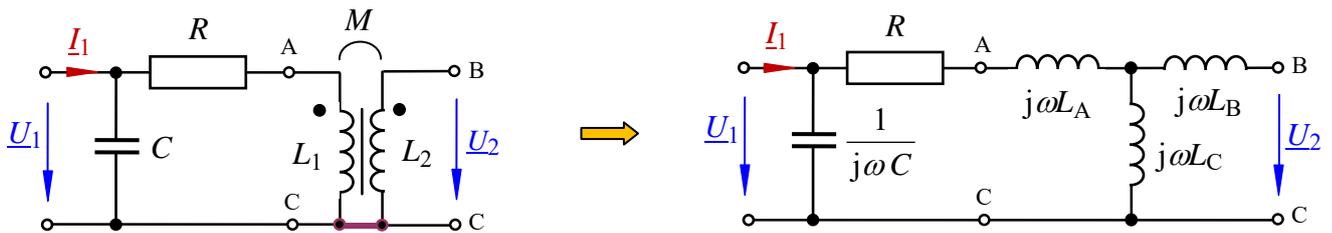


Bild ÜA_3_19.3.A_1: Ersatzschaltung

Für die Ersatz-Bauelemente gilt: $j\omega L_A = j\omega L_B = j\omega L_C = j\omega 0,5L$

- a) Berechnung des Spannungsverhältnisses $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \Big|_{L_2=0} = \frac{j\omega 0,5L}{R + j\omega 0,5L + j\omega 0,5L} = \frac{j\omega 0,5L}{R + j\omega L} = \frac{\omega 0,5L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot e^{j(90^\circ - \arctan \frac{\omega L}{R})}$$

- b1) Lösungsansatz über den Leerlauf-Eingangswiderstand:

$$\underline{Z}_{1L} = \frac{1}{j\omega C} \parallel (R + j\omega L) = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR} \quad \text{usw.}$$

- b2) Lösung über den Leerlauf-Eingangsleitwert:

(weil: parallele Zweige !)

$$\underline{Y}_{1L} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Bei $\text{Im}\{\underline{Y}_{1L}\} = 0$ sind Eingangsspannung und Eingangsstrom in Phase !

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Lösung: $|X_C| = \frac{1}{\omega C} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega L} = \omega L + \frac{R^2}{\omega L}$

oder:

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Zusatzaufgabe:

Auf welchen Wert muss der Widerstand eingestellt werden, damit die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung um 45° vorseilt?

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} \Big|_{I_2=0} = k \cdot e^{j(90^\circ - \arctan \frac{\omega L}{R})} \quad \text{mit:} \quad k = \frac{\omega 0,5L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (\text{Teilungsfaktor})$$

Der Phasenwinkel zwischen U_2 und U_1 wird $+45^\circ$, wenn $R = \omega L$ eingestellt wird. Dann gilt:

$$\frac{U_2}{U_1} \Big|_{I_2=0} = k \cdot e^{j(90^\circ - \arctan 1)} = k \cdot e^{j(90^\circ - 45^\circ)} = k \cdot e^{j45^\circ}$$

Für die Konstante erhalten wird dann: $k = \frac{\omega 0,5L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{0,5R}{R\sqrt{2}} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,35$

Die Lösung von b) kann dann noch wie folgt vereinfacht werden:

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R}{\omega \cdot 2R^2} = \frac{1}{\omega \cdot 2R}$$

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:

Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 19.2 und 19.3 sowie 19.6 bis 19.8

Ende dieser zusätzlichen Lösung