Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_19.3.A:

09.09.2022

• Trafo in die T-Ersatzschaltung umformen: mit: $\boxed{M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0{,}5L}$

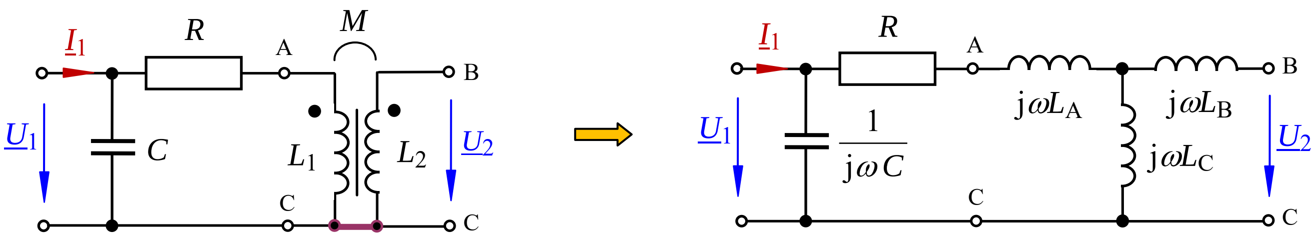

Bild ÜA_3_19.3.A_1: Ersatzschaltung

Für die Ersatz-Bauelemente gilt: $\mathrm{j}\omega L_\mathrm{A} = \mathrm{j}\omega L_\mathrm{B} = \mathrm{j}\omega L_\mathrm{C} = \mathrm{j}\omega 0{,}5L$

a) Berechnung des Spannungsverhältnisses $\underline{U}_2$ / $\underline{U}_1$:

$$\left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} = \frac{\mathrm{j}\omega 0{,}5L}{R + \mathrm{j}\omega 0{,}5L + \mathrm{j}\omega 0{,}5L} = \frac{\mathrm{j}\omega 0{,}5L}{R + \mathrm{j}\omega L} = \frac{\omega 0{,}5L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(90° - \arctan\frac{\omega L}{R})}$$

---

b1) Lösungsansatz über den Leerlauf-Eingangswiderstand:

$$\underline{Z}_{1\mathrm{L}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} // (R + \mathrm{j}\omega L) = \frac{R + \mathrm{j}\omega L}{1 - \omega^2 LC + \mathrm{j}\omega CR} \quad \text{usw.}$$

b2) Lösung über den Leerlauf-Eingangsleitwert: (weil: parallele Zweige !)

$$\underline{Y}_{1\mathrm{L}} = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L} = \mathrm{j}\omega C + \frac{R - \mathrm{j}\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Bei $\mathrm{Im}\{\underline{Y}_{1\mathrm{L}}\} = 0$ sind Eingangsspannung und Eingangsstrom in Phase !

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Lösung: $\quad |X_\mathrm{C}| = \frac{1}{\omega C} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega L} = \omega L + \frac{R^2}{\omega L} \qquad$ oder: $\quad C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Auf welchen Wert muss der Widerstand eingestellt werden, damit die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung um 45° vorauseilt?

Lösung:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\bigg|_{\underline{I}_2=0} = k \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(90° - \arctan\frac{\omega L}{R})} \qquad \text{mit:} \quad k = \frac{\omega\, 0{,}5 L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \text{(Teilungsfaktor)}$$

Der Phasenwinkel zwischen $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_1$ wird + 45°, wenn $R = \omega L$ eingestellt wird. Dann gilt:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\bigg|_{\underline{I}_2=0} = k \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(90° - \arctan 1)} = k \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(90° - 45°)} = k \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}45°}$$

Für die Konstante erhalten wird dann: $k = \dfrac{\omega\, 0{,}5 L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \dfrac{0{,}5 R}{R\sqrt{2}} = \dfrac{0{,}5}{\sqrt{2}} = 0{,}\overline{35}$

Die Lösung von b) kann dann noch wie folgt vereinfacht werden:

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R}{\omega \cdot 2R^2} = \frac{1}{\omega \cdot 2R}$$

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 19.2 und 19.3 sowie 19.6 bis 19.8

Ende dieser zusätzlichen Lösung