

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_1_3.3.D:

26.09.2022

• **Schaltungsanalyse:**

Da alle Widerstände gleich sind, stellt sich an den Punkten D und C gleiches Potential ein. Infolge $\varphi_D = \varphi_C$ wird der Strom zwischen D und C gleich null. Die Anordnung verhält sich zwischen den Punkten A und B wie eine abgeglichene Brückenschaltung. Es gilt: $I_y = 0$ A.

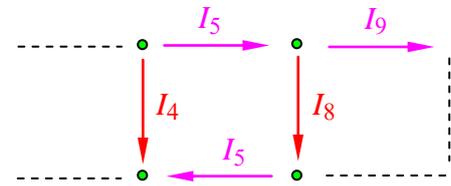
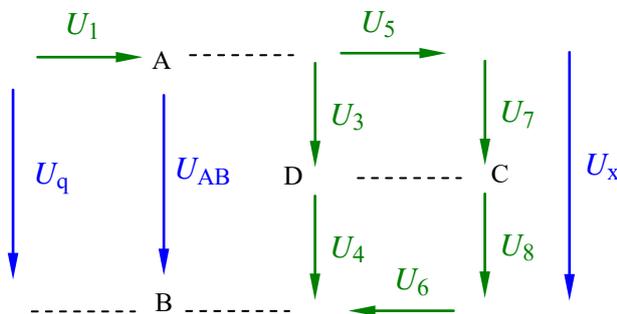


Bild ÜA_1_3.3.D_1: Anwendung der Spannungs- und der Stromteilerregel

• **Spannungsteilerregel** (doppelter Teiler):

(Alle Spannungszählpfeile zeigen nach rechts bzw. nach unten)

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{U_x}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_q} = \frac{R_9 \parallel (R_7 + R_8)}{R_5 + R_6 + R_9 \parallel (R_7 + R_8)} \cdot \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4) \parallel [R_5 + R_6 + R_9 \parallel (R_7 + R_8)]}{R_1 + \text{Zähler}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}R}{\frac{8}{3}R} \cdot \frac{\frac{2}{3}R \parallel \frac{8}{3}R}{R + \text{Zähler}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{23} = \frac{2}{15}$$

• **Stromteilerregel** (doppelter Teiler):

(Alle Stromzählpfeile zeigen nach rechts bzw. nach unten)

$$\frac{I_4}{I_8} = \frac{I_4}{I_5} \cdot \frac{I_5}{I_8} = \frac{R_5 + R_6 + R_9 \parallel (R_7 + R_8)}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_7 + R_8 + R_9}{R_9} = \frac{\frac{8}{3}R}{2R} \cdot \frac{3R}{R} = 4$$

• **Gesamtleistung:**

$$P_{\text{ges}} = \frac{U_q^2}{R_{\text{ges}}} = \frac{U_q^2}{R + R \parallel 2R \parallel \frac{8}{3}R} = \frac{U_q^2}{\frac{23}{15}R} = \frac{144}{4,6} \text{ mW} = 31,3 \text{ mW}$$

• **Probe der Zahlenwerte über eine MICROCAP-Simulation:**

Zur Messung des Stromes I_x muss ein Hilfswiderstand eingeführt werden: $R_H = 1 \mu\Omega \ll R$

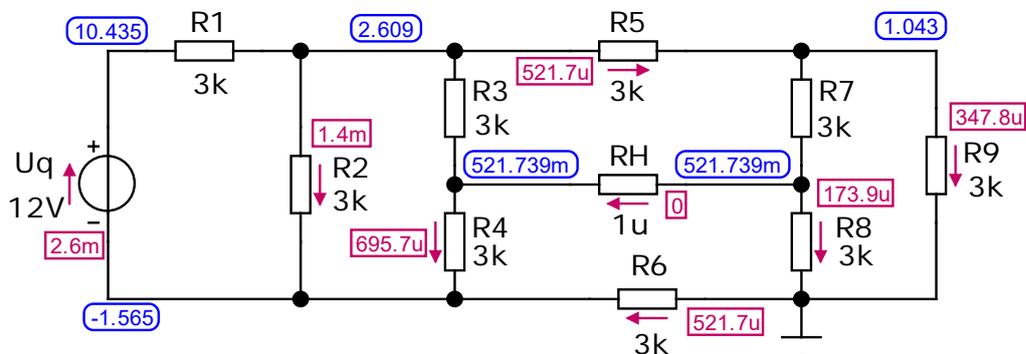


Bild ÜA_1_3.3.D_2: Simulationsschaltung mit den Ergebnissen einer Dynamic-DC-Analyse

$$\frac{U_x}{U_q} = \frac{1,043 \text{ V}}{12 \text{ V}} = 0,087 = \frac{2}{23} \quad \Rightarrow \quad \text{Probe stimmt !}$$

$$\frac{I_4}{I_8} = \frac{695,7 \mu\text{A}}{173,9 \mu\text{A}} = 4 \quad \Rightarrow \quad \text{Probe stimmt !}$$

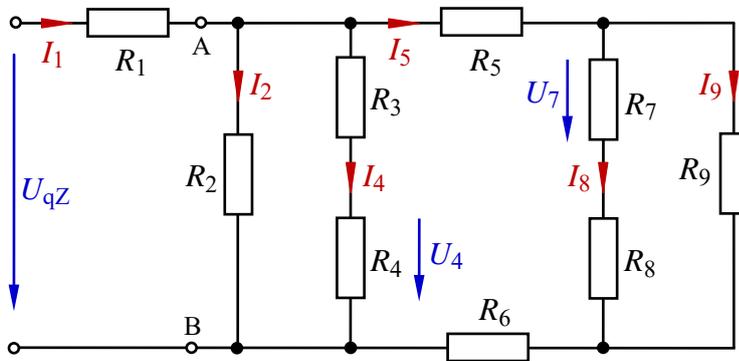
$$P_{\text{ges}} = U_q \cdot I_{\text{ges}} = 31,2 \text{ mW} \quad \Rightarrow \quad \text{Probe stimmt !}$$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Berechnen Sie für die vereinfachte Schaltung ($I_y = 0$) im Bild ÜA_1_3.3.D_3:

- a) das Verhältnis der Spannungen U_7/U_4
- b) alle Zweigströme und
- c) stellen Sie die vollständige Leistungsbilanz (dargestellt im V-ZPS) auf.



Geg.:
 alle $R = 3 \text{ k}\Omega$
 $U_{qz} = 23 \text{ V}$

Bild ÜA_1_3.3.D_3

Die Quellenspannung wird auf $U_{qz} = 23 \text{ V}$ verändert, um einfache Zahlenwerte zu erhalten.

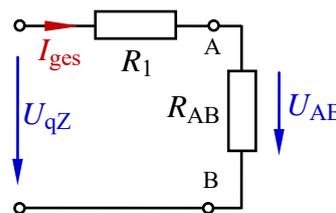
Lösung:

Zu a)
$$\frac{U_7}{U_4} = \frac{U_7}{U_9} \cdot \frac{U_9}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_4} = \frac{R_7}{R_7 + R_8} \cdot \frac{R_9 // (R_7 + R_8)}{R_5 + R_6 + R_9 // (R_7 + R_8)} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4} = \frac{3}{6} \cdot \frac{2 \cdot 6}{8 \cdot 3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Zu b)
$$I_1 = I_{ges} = \frac{U_{qz}}{R_{ges}} = \frac{U_{qz}}{R_1 + R_2 // (R_3 + R_4) // [R_5 + R_6 + R_9 // (R_7 + R_8)]} = \frac{23}{4,6} \text{ mA} = 5 \text{ mA}$$

Nebenrechnung:
$$R_{ges} = \{3 + 3 // 6 // 8\} \text{ k}\Omega = \{3 + 2 // 8\} \text{ k}\Omega = \{3 + 1,6\} \text{ k}\Omega = 4,6 \text{ k}\Omega$$

Mit Kenntnis von U_{AB} können wir jetzt die Ströme I_2 , I_4 und I_5 ausrechnen. Das erspart die wiederholte Anwendung der Stromteilerregel.



$R_{AB} = 1,6 \text{ k}\Omega$
 (siehe Nebenrechnung)

Bild ÜA_1_3.3.D_4:
 Ersatzschaltung

$$\frac{U_{AB}}{U_{qz}} = \frac{R_{AB}}{R_1 + R_{AB}} = \frac{1,6}{4,6} = \frac{8}{23} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = \frac{8}{23} \cdot U_{qz} = 8 \text{ V}$$

oder:
$$U_{AB} = I_{ges} \cdot R_{AB} = 5 \text{ mA} \cdot 1,6 \text{ k}\Omega = 8 \text{ V}$$

• **OHMSches Gesetz:**
$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{8}{3} \text{ mA} = 2,6 \bar{6} \text{ mA} \quad I_4 = \frac{U_{AB}}{R_3 + R_4} = \frac{8}{6} \text{ mA} = 1,3 \bar{3} \text{ mA}$$

• **Knotenpunktsatz:**
$$I_5 = I_{ges} - I_2 - I_4 = 5 \text{ mA} - 4 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

Die Ströme I_8 und I_9 können infolge der einfachen Zahlenwerte direkt über den Strom I_5 bestimmen:

$$I_8 = \frac{1}{3} \cdot I_5 = 0,3 \bar{3} \text{ mA} \quad \text{und:} \quad I_9 = \frac{2}{3} \cdot I_5 = 0,6 \bar{6} \text{ mA}$$

$$\text{Zu c) } P_{qZ}(V-ZPS) = U_{qZ} \cdot I_{\text{ges}} = 23 \text{ V} \cdot (-5 \text{ mA}) = -115 \text{ mW}$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 5^2 \cdot 3 \text{ mW} = 75 \text{ mW}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 2,6^2 \cdot 3 \text{ mW} = 21,3 \text{ mW}$$

$$P_3 = P_4 = I_4^2 \cdot R_3 = I_4^2 \cdot R_4 = 1,3^2 \cdot 3 \text{ mW} = 5,3 \text{ mW}$$

$$P_5 = P_6 = I_5^2 \cdot R_5 = I_5^2 \cdot R_6 = 1^2 \cdot 3 \text{ mW} = 3 \text{ mW}$$

$$P_7 = P_8 = I_8^2 \cdot R_7 = I_8^2 \cdot R_8 = 0,3^2 \cdot 3 \text{ mW} = 0,3 \text{ mW}$$

$$P_9 = I_9^2 \cdot R_9 = 0,6^2 \cdot 3 \text{ mW} = 1,3 \text{ mW}$$

• **Leistungsbilanz** (dargestellt im V-ZPS):

$$\Sigma P = P_{qZ} + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9$$

$$\Sigma P = -115 \text{ mW} + 75 \text{ mW} + 21,3 \text{ mW} + 5,3 \text{ mW} + 5,3 \text{ mW} + 3 \text{ mW} + 0,3 \text{ mW} + 0,3 \text{ mW} + 1,3 \text{ mW} = 0$$

Die Proben zur Zusatzaufgabe führen wir mit MICROCAP durch:

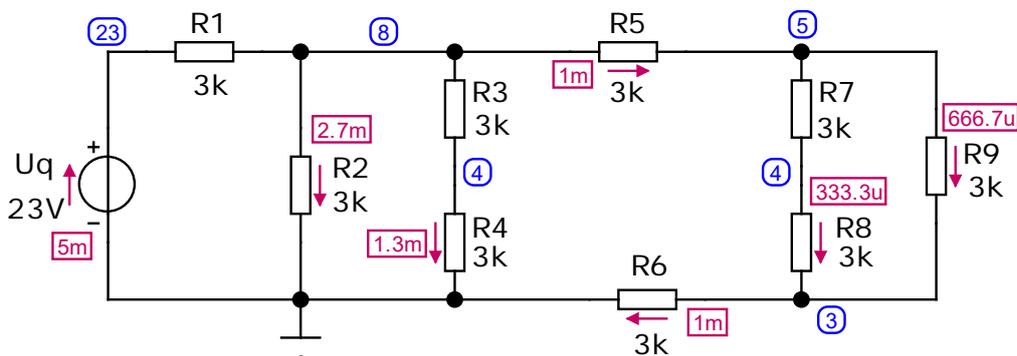


Bild ÜA_1_3.3.D_5: Dynamic-DC-Analyse zur Zusatzaufgabe mit MICROCAP

$$U_7 (\downarrow) = 5 \text{ V} - 4 \text{ V} = 1 \text{ V} \quad U_4 (\downarrow) = 4 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_4}{U_7} = \frac{1}{4} \text{ (Probe stimmt !)}$$

$$U_{AB} (\downarrow) = 8 \text{ V}$$

$$I_{\text{ges}} (\uparrow) = 5 \text{ mA}$$

$$I_2 (\downarrow) = 2,666 \text{ mA}$$

$$I_4 (\downarrow) = 1,333 \text{ mA}$$

$$I_5 (\rightarrow) = 1 \text{ mA}$$

$$I_8 (\downarrow) = 0,333 \text{ mA}$$

$$I_9 (\downarrow) = 0,666 \text{ mA}$$

Alle simulierten Werte stimmen mit den berechneten Werten überein. Die Anzeige der Ströme wurde aus Übersichtsgründen auf 1 Digit reduziert.

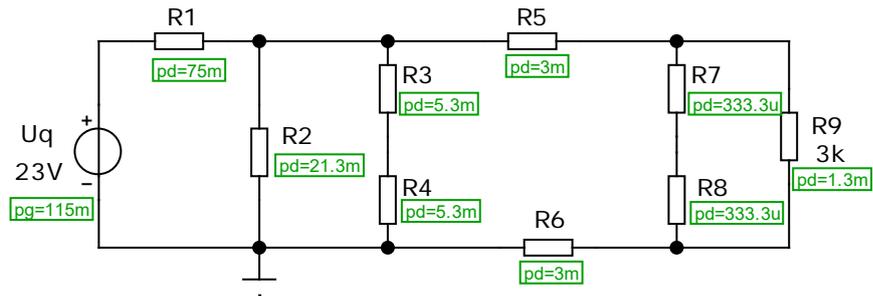


Bild ÜA_1_3.3.D_6: Dynamic-DC-Analyse der Leistungen (Zusatzaufgabe)

Ende der zusätzlichen Lösung