

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_1_3.5.A:

• **Lösungsansatz:** $P_a = \frac{U_a^2}{R_a}$ mit: $U_a = I_K \cdot R_i // R_a = I_K \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a}$

1. Lösungsvariante: R_a berechnen und in P_a einsetzen

$$\frac{U_a}{I_K} = \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a} \Rightarrow I_K \cdot R_i \cdot R_a = U_a \cdot R_i + U_a \cdot R_a$$

$$R_a = \frac{U_a \cdot R_i}{I_K \cdot R_i - U_a}$$

$$P_a = \frac{U_a^2 \cdot (I_K \cdot R_i - U_a)}{U_a \cdot R_i} = U_a \cdot I_K - \frac{U_a^2}{R_i}$$

$$U_a^2 - U_a \cdot I_K \cdot R_i + P_a \cdot R_i = 0$$

(ÜA_1_3.5.A_1)

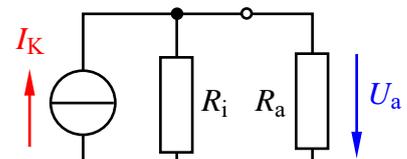


Bild ÜA_1_3.5.A_1: Stromquellen-Ersatzschaltung

2. Lösungsvariante: U_a direkt über P_a berechnen

$$U_a = I_K \cdot R_i // R_a = I_K \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a} \quad \text{mit:} \quad R_a = \frac{U_a^2}{P_a}$$

$$U_a = \frac{I_K \cdot R_i \cdot U_a^2 / P_a}{R_i + U_a^2 / P_a} \quad \text{bzw.:} \quad 1 = \frac{I_K \cdot R_i \cdot U_a / P_a}{R_i + U_a^2 / P_a} \Rightarrow R_i + \frac{U_a^2}{P_a} = \frac{I_K \cdot R_i \cdot U_a}{P_a}$$

$$U_a^2 - U_a \cdot I_K \cdot R_i + P_a \cdot R_i = 0$$

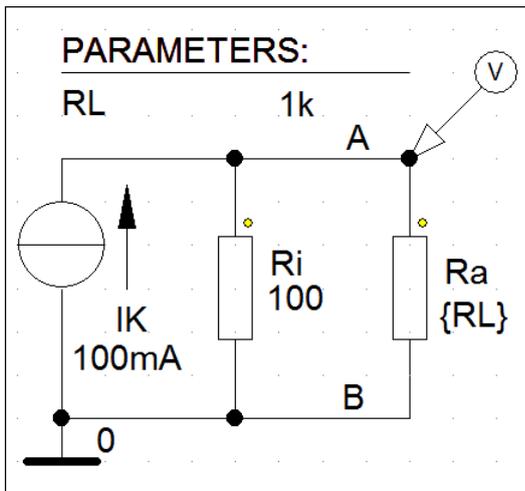
(ÜA_1_3.5.A_1)

• **Lösung:** mit Gleich: (ÜA_1_3.5.A_1)

$$U_{a,1,2} = \frac{I_K \cdot R_i}{2} \pm \sqrt{\frac{I_K^2 \cdot R_i^2}{4} - P_a \cdot R_i} = 5 \text{ V} \pm \sqrt{\frac{10^{-2} \cdot 10^4}{4} - 0,09 \cdot 100} \text{ V}$$

$$U_{a1,2} = 5 \text{ V} \pm \sqrt{25 - 9} \text{ V} \Rightarrow U_{a1} = 1 \text{ V} \quad \text{und:} \quad U_{a2} = 9 \text{ V}$$

- Probe der Lösung über eine PSPICE-Simulation: (vgl. auch [11] – Abschn. 1.2)



DC-Sweep mit:
 Global Parameter
 Name: RL
 Linear
 Start Value: 1
 End Value: 1k
 Increment: 0.1

Bild ÜA_1_3.5.A_2: Simulationsschaltung

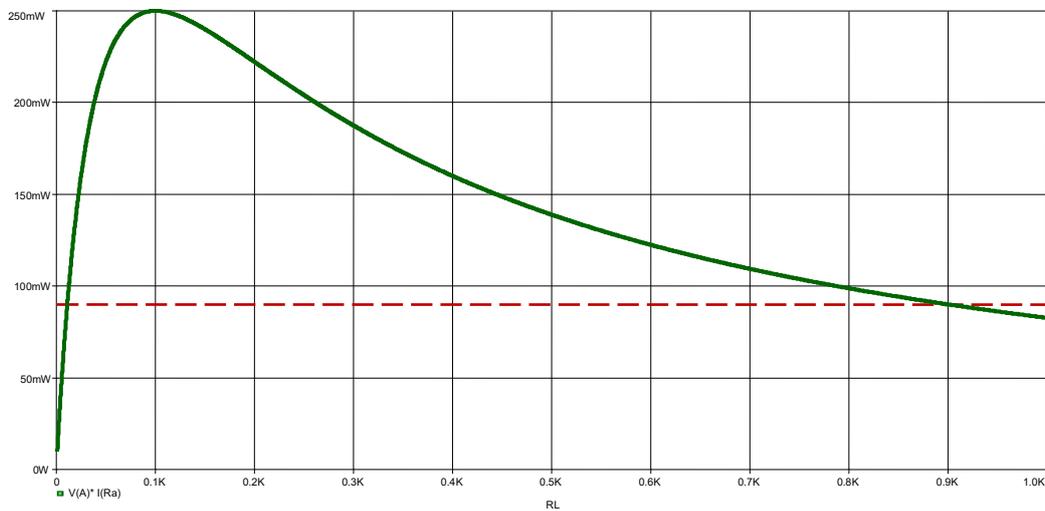


Bild ÜA_1_3.5.A_3: Leistungsverlauf $P_a = f(R_a)$

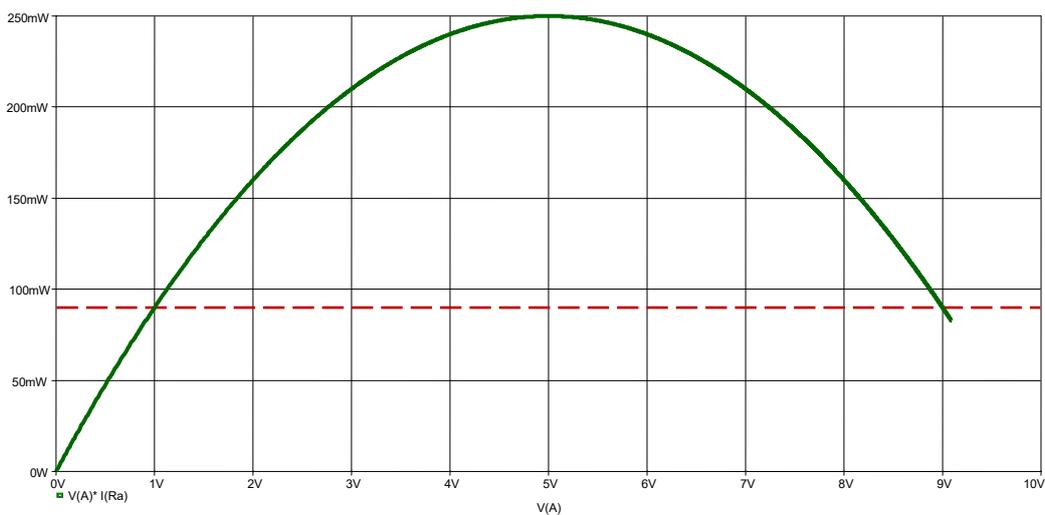


Bild ÜA_1_3.5.A_4: Leistungsverlauf $P_a = f(U_a)$

Bei $U_{a1} = 1\text{ V}$ und $U_{a2} = 9\text{ V}$ wird jeweils eine Leistung von 90 mW umgesetzt.

Zusatzaufgabe:

Ein Grundstromkreis mit $U_q = 20 \text{ V}$ und $R_i = 10 \Omega$ wird mit einem variablen Widerstand R_a belastet. Für den Lastwiderstand gilt: $0 \leq R_a \leq 100 \Omega$. Berechnen Sie:

- die maximal mögliche Leistung $P_{a,\max}$
- die Lastwiderstände R_{a1} und R_{a2} , die einen Leistungsumsatz von $P_{ax} = 0,8 \cdot P_{a,\max}$ bewirken
- die im Fall b) fließenden Ströme I_{a1} und I_{a2} .

$$\text{Zu a) } P_{a,\max} = \frac{U_L}{2} \cdot \frac{I_K}{2} = \frac{U_L}{2} \cdot \frac{U_L}{2R_i} = \frac{U_L^2}{4R_i} \quad [\text{siehe Gleich. (3.17)}]$$

$$\text{Mit } U_L = U_q \text{ gilt: } P_{a,\max} = \frac{400}{40} \text{ W} = 10 \text{ W}$$

$$\text{Zu b) } P_a = U_a \cdot I = I^2 R_a = \left(\frac{U_q}{R_i + R_a} \right)^2 \cdot R_a = \frac{U_q^2 \cdot R_a}{(R_i + R_a)^2}$$

$$P_{ax} = \frac{U_q^2 \cdot R_{ax}}{(R_i + R_{ax})^2} \quad \text{bzw.:} \quad P_{ax} \cdot (R_i + R_{ax})^2 - U_q^2 \cdot R_{ax} = 0$$

$$\Rightarrow \text{umrechnen in die Normalform: } P_{ax} \cdot (R_i^2 + 2R_i R_{ax} + R_{ax}^2) - U_q^2 \cdot R_{ax} = 0$$

$$R_{ax}^2 + R_{ax} \cdot \left(2R_i - \frac{U_q^2}{P_{ax}} \right) + R_i^2 = 0 \quad \text{Nebenrechnung: } \left(2R_i - \frac{U_q^2}{P_{ax}} \right) = \left(20 - \frac{400}{8} \right) \Omega = -30 \Omega$$

$$\text{Lösung: } R_{a1/2} = - \left(\frac{-30}{2} \right) \Omega \pm \sqrt{\frac{900}{4} - 100} \Omega = 15 \Omega \pm \sqrt{125} \Omega$$

$$R_{a1} = 3,82 \Omega \quad \text{und:} \quad R_{a2} = 26,18 \Omega$$

$$\text{Zu c) } I_{a1} = \frac{U_q}{R_i + R_{a1}} = \frac{20}{13,82} \text{ A} \approx 1,447 \text{ A} \quad \text{und:} \quad I_{a2} = \frac{U_q}{R_i + R_{a2}} = \frac{20}{36,18} \text{ A} \approx 0,553 \text{ A}$$

Probe [für b) und c)]:

$$P_{a1} = I_{a1}^2 \cdot R_{a1} = (1,447)^2 \cdot 3,82 \text{ W} = 7,998 \text{ W} \approx 8 \text{ W}$$

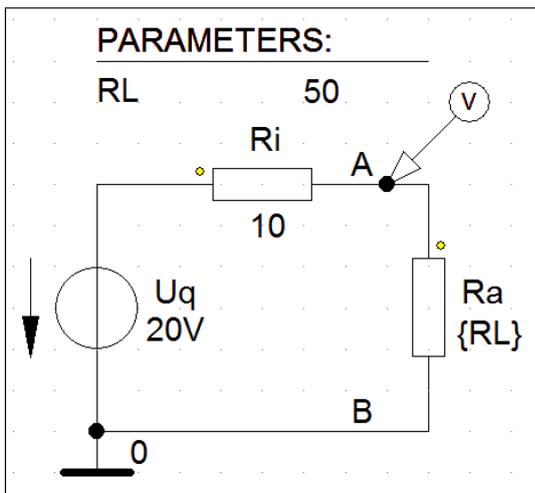
$$P_{a2} = I_{a2}^2 \cdot R_{a2} = (0,553)^2 \cdot 26,18 \text{ W} = 8,006 \text{ W} \approx 8 \text{ W} \quad (\text{beide Proben stimmen !})$$

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:

Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 1.3 und 2.1 bis 2.3

sowie 3.8 bis 3.11 und 4.3

Eine weitere Probe ist mit PSPICE möglich (vgl. auch [11] – Abschn. 1.2).



DC-Sweep mit:
 Global Parameter
 Name: RL
 Linear
 Start Value: 1
 End Value: 100
 Increment: 0.01

Bild ÜA_1_3.5.A_5: Simulationsschaltung

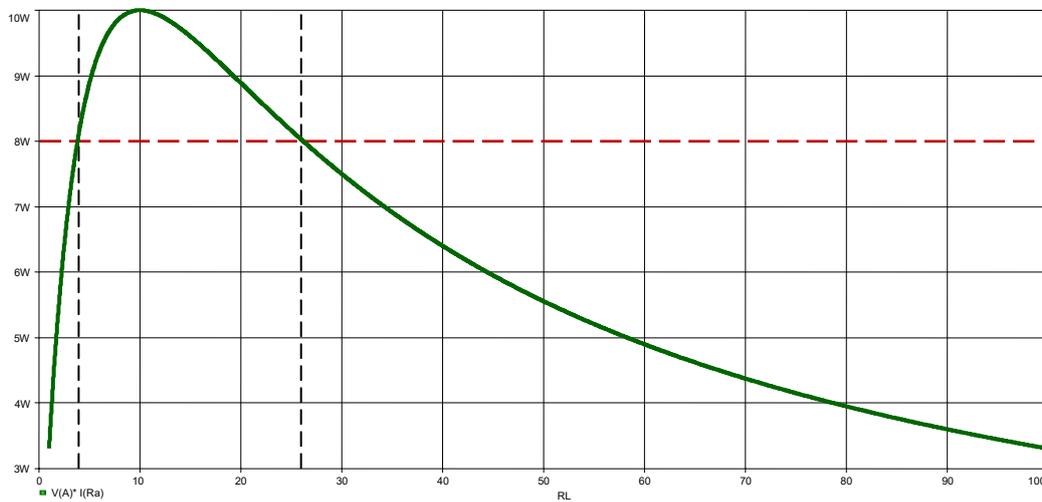


Bild ÜA_1_3.5.A_6: Leistungsverlauf $P_a = f(R_a)$

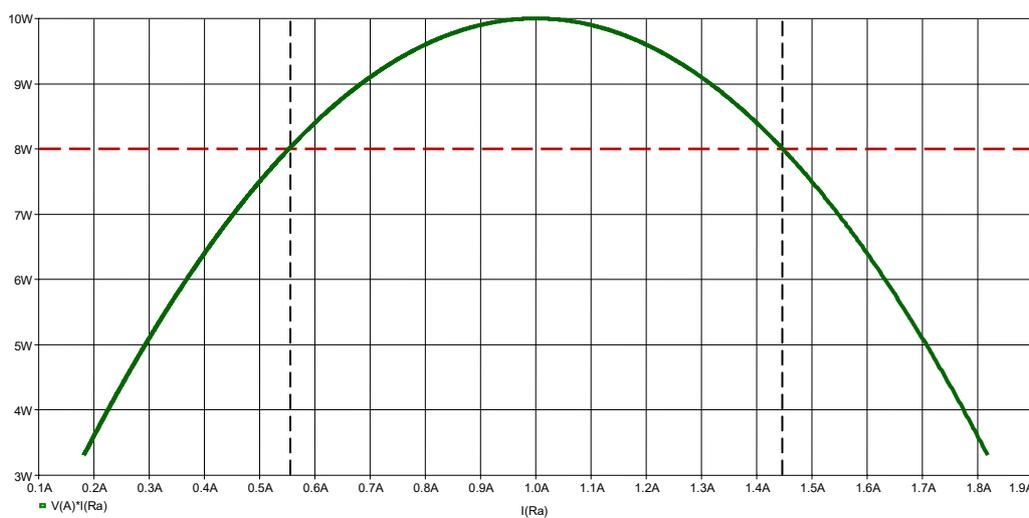


Bild ÜA_1_3.5.A_7: Leistungsverlauf $P_a = f(I_a)$

Bei $I_{a1} = 0,553$ A und $I_{a2} = 1,447$ A wird jeweils eine Leistung von 8 W umgesetzt (vgl. Rechnung).

Ende dieser Zusatzlösung