

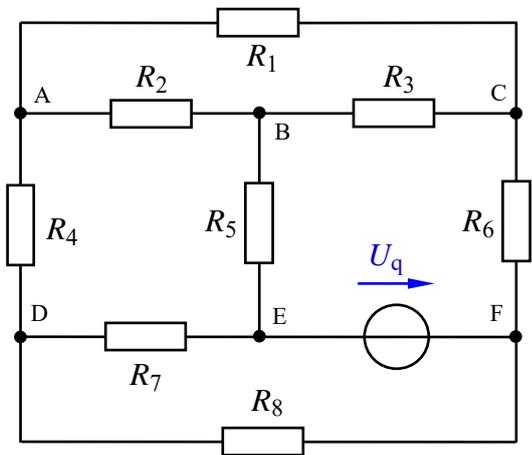
Lösung der Übungsaufgabe ÜA_1_3.5.C:

26.09.2022

• Schaltung umzeichnen:

Die Schaltung sollte so umgezeichnet werden, dass alle Widerstände rechts von der Quelle positioniert sind. Nutzen Sie dazu die Bezeichnungen der Knotenpunkte.

Es entsteht ein Widerstandsdreieck zwischen den Punkten A, B und C mit $(R_2 - R_3 - R_1)$. Dieses Dreieck kann in einen Widerstandsstern transformiert werden (rote Linien).



Geg.:

$$U_q = 15 \text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_6 = R_7 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_8 = 3 \text{ k}\Omega$$

Bild ÜA_1_3.5.C: laut Aufgabenstellung

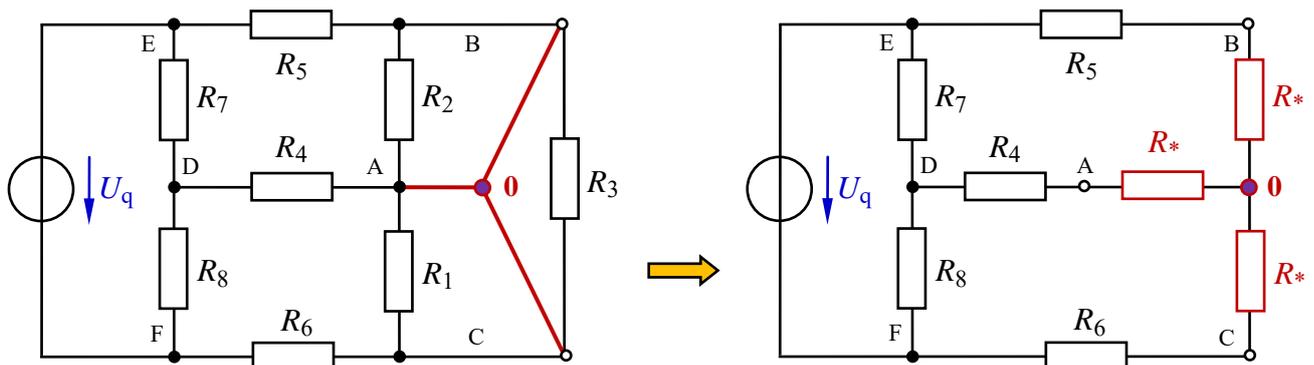


Bild ÜA_1_3.5.C_1: Umgezeichnete Schaltung (links) und transformierte Schaltung (rechts)

Da alle Dreieckswiderstände gleich groß sind ($R_\Delta = R$), müssen auch alle Sternwiderstände einen gleichen Wert aufweisen. Mit Gleich. (4.16) gilt:

$$R_* = \frac{R_\Delta \cdot R_\Delta}{R_\Delta + R_\Delta + R_\Delta} = \frac{R_\Delta}{3}$$

Die Widerstandsrelationen zeigen nun, dass sich die Schaltung wie eine abgeglichene Brücke verhält:

$$(R_7 / R_8) = 2 / 3 \quad \text{und:} \quad (R_5 + R_*) / (R_6 + R_*) = 2 / 3$$

Der Strom zwischen den Punkten D und A (bzw. 0) ist null: $I_4 = 0$.

• **Berechnung der Zweigströme:**

$$I_{78} = \frac{U_q}{R_7 + R_8} = \frac{15 \text{ V}}{5 \text{ k}\Omega} = 3 \text{ mA}$$

$$I_{56} = \frac{U_q}{R_5 + R_6 + 2R^*} = \frac{15 \text{ V}}{5 \text{ k}\Omega} = 3 \text{ mA}$$

• **Bestimmung der Spannungen über R_1 , R_2 und R_3 :**

$$U_3 = I_{56} \cdot 2R^* = 3 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 6 \text{ V}$$

$$U_1 = U_2 = 0,5 \cdot U_3 = 3 \text{ V}$$

• **Berechnung der Verbraucherleistungen:** (Verbraucher-Zählpeilsystem)

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{9}{3} \text{ mW} = 3 \text{ mW} \quad P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{9}{3} \text{ mW} = 3 \text{ mW} \quad P_3 = \frac{U_3^2}{R_3} = \frac{36}{3} \text{ mW} = 12 \text{ mW}$$

$$P_4 = I_4^2 \cdot R_4 = 0 \text{ W} \quad P_5 = I_{56}^2 \cdot R_5 = 9 \cdot 1 \text{ mW} = 9 \text{ mW} \quad P_6 = I_{56}^2 \cdot R_6 = 9 \cdot 2 \text{ mW} = 18 \text{ mW}$$

$$P_7 = I_{78}^2 \cdot R_7 = 9 \cdot 2 \text{ mW} = 18 \text{ mW} \quad P_8 = I_{78}^2 \cdot R_8 = 9 \cdot 3 \text{ mW} = 27 \text{ mW}$$

• **Berechnung der Quellenleistung:** (Quellen-Zählpeilsystem)

$$I_{\text{ges}} = I_{56} + I_{78} = 6 \text{ mA}$$

$$\text{Probe: } R_{\text{ges}} = (R_7 + R_8) // (R_5 + R_6 + 2 \cdot R^*) = 2,5 \text{ k}\Omega \Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U_q}{R_{\text{ges}}} = \frac{15}{2,5} \text{ mA} = 6 \text{ mA}$$

$$P_q = U_q \cdot I_{\text{ges}} = 15 \text{ V} \cdot 6 \text{ mA} = 90 \text{ mW} \quad \text{oder: } P_q = \frac{U_q^2}{R_{\text{ges}}} = \frac{225}{2,5} \text{ mW} = 90 \text{ mW}$$

• **Vollständige Leistungsbilanz:** [jetzt mal über Gleich. (2.8)]: $\Sigma P_q = \Sigma P_v$

$$90 \text{ mW} = 3 \text{ mW} + 3 \text{ mW} + 12 \text{ mW} + 0 \text{ W} + 9 \text{ mW} + 18 \text{ mW} + 18 \text{ mW} + 27 \text{ mW} \quad (\text{stimmt !})$$

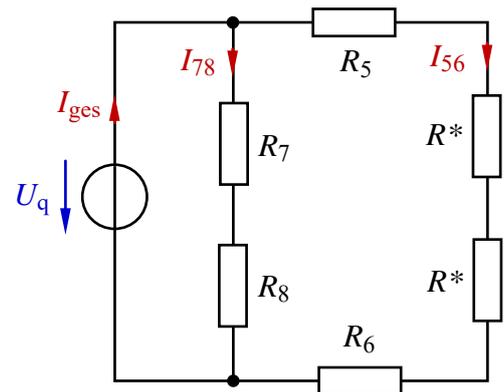


Bild ÜA_1_3.5.C_2: Vereinfachte Schaltung

• Probe der Zahlenwerte über eine MICROCAP-Simulation:

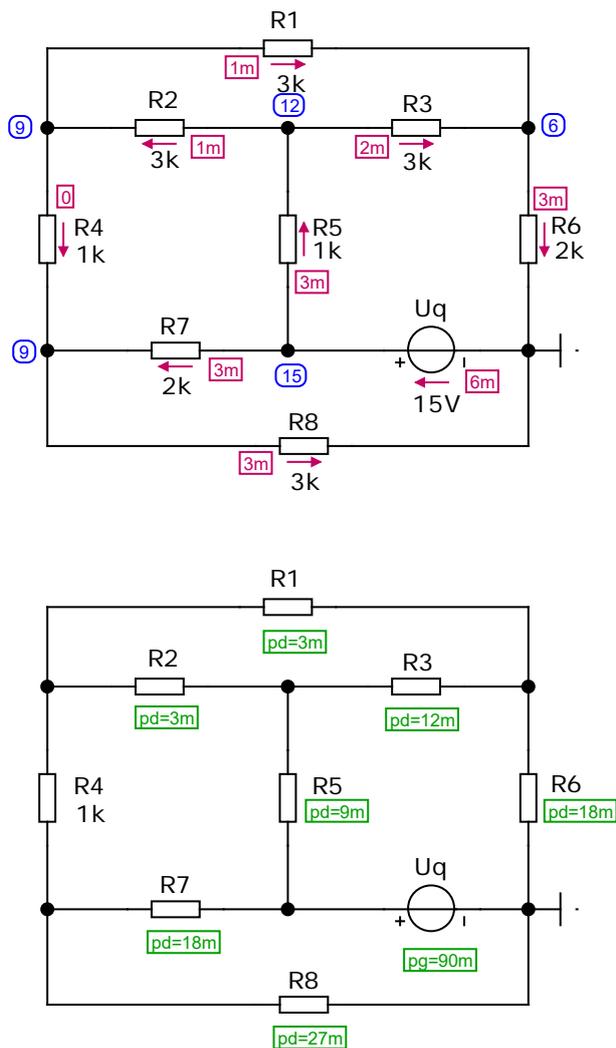


Bild ÜA_1_3.5.C_3: Probe der Zahlenwerte mit einer MICROCAP-Simulation (Dynamic-DC-Analyse)

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Der Widerstand R_5 im Bild ÜA_1_3.5.C_1 (links) wird durch einen Leerlauf ersetzt: $R_5 \rightarrow \infty$. Damit entfällt die Transformation. Die Quellenspannung ändern wir im Sinne einer einfachen Zahlenrechnung auf $U_{qZ} = 15,5 \text{ V}$. Stellen Sie für diesen Fall die vollständige Leistungsbilanz im V-ZPS auf.

Wir benötigen für die Leistungsbilanz (z.B.) alle Ströme. Dazu gibt es vielfältige Lösungsmöglichkeiten (Spannungsteiler / Stromteiler / OHMSches Gesetz). Zur Übung entscheiden wir uns für folgende Lösungsstrategie:

- Gesamtstrom über das OHMSche Gesetz (Übung für R_{ges})
- U_8 über die Spannungsteilerregel (Bestimmung von I_8 und I_4 über das OHMSche Gesetz)
- Probe für I_{ges} über I_8 und I_4
- Stromteilerregel für den Knoten A (Probe: $I_4 = I_1 + I_2$)

Für die weitere Berechnung zeichnen wir die Schaltung der Zusatzaufgabe noch einmal neu:

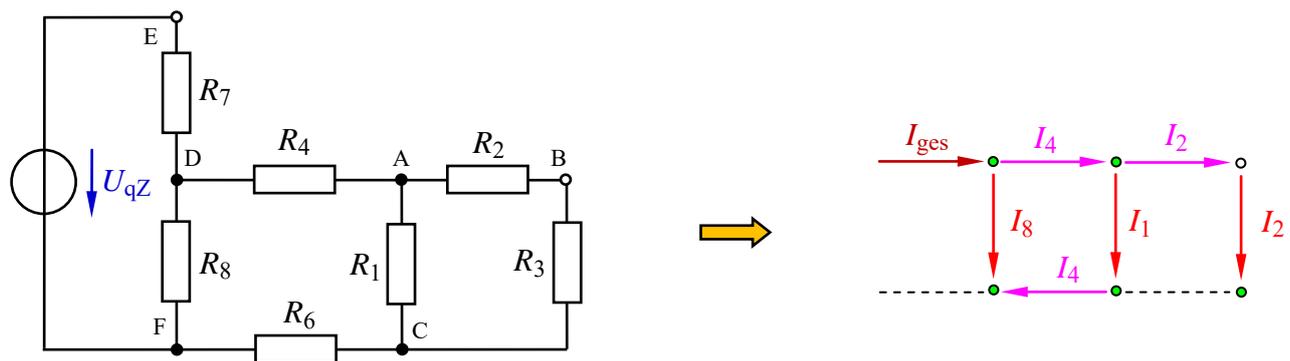


Bild ÜA_1_3.5.C_4: Veränderte Schaltung zur Zusatzaufgabe ÜA_1_3.5.C (rechts: Stromaufteilung)

Lösung:

$$\text{Zu a) } I_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{qZ}}}{R_7 + R_8 // [R_4 + R_6 + R_1 // (R_2 + R_3)]} = \frac{15,5 \text{ V}}{\{2 + 3 // [1 + 2 + 2]\} \text{ k}\Omega} = \frac{15,5}{3,875} \text{ mA} = 4 \text{ mA}$$

$$\text{Zu b) } \frac{U_8}{U_{\text{qZ}}} = \frac{R_8 // [R_4 + R_6 + R_1 // (R_2 + R_3)]}{R_{\text{ges}}} = \frac{1,875 \text{ k}\Omega}{3,875 \text{ k}\Omega} = \frac{15}{31}$$

$$U_8 = \frac{15}{31} \cdot U_{\text{qZ}} = \frac{15}{31} \cdot 15,5 \text{ V} = 7,5 \text{ V}$$

$$I_8 = \frac{U_8}{R_8} = \frac{7,5 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega} = 2,5 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad I_4 = \frac{U_8}{R_4 + R_6 + R_1 // (R_2 + R_3)} = \frac{7,5 \text{ V}}{5 \text{ k}\Omega} = 1,5 \text{ mA}$$

$$\text{Zu c) } I_{\text{ges}} = I_4 + I_8 = 4 \text{ mA} \quad (\text{Probe stimmt !})$$

$$\text{Zu d) } \frac{I_2}{I_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad I_2 = 0,5 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad I_1 = 1 \text{ mA}$$

$$I_4 = I_1 + I_2 = 1,5 \text{ mA} \quad (\text{Probe stimmt !})$$

Nun können wir die Leistungen berechnen:

$$P_{\text{qZ}} = U_{\text{qZ}} \cdot I_{\text{ges}} = 15,5 \text{ V} \cdot 4 \text{ mA} = 62 \text{ mW}$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 3 \text{ mW} \quad P_2 = P_3 = I_2^2 \cdot R_2 = I_2^2 \cdot R_3 = 0,75 \text{ mW}$$

$$P_4 = I_4^2 \cdot R_4 = 2,25 \text{ mW} \quad P_6 = I_4^2 \cdot R_6 = 4,5 \text{ mW}$$

$$P_7 = I_{\text{ges}}^2 \cdot R_7 = 32 \text{ mW} \quad P_8 = I_8^2 \cdot R_8 = 18,75 \text{ mW}$$

• **Vollständige Leistungsbilanz:** (V-ZPS)

$$\Sigma P = P_{\text{qZ}} + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_6 + P_7 + P_8$$

$$\Sigma P = -62 \text{ mW} + 3 \text{ mW} + 0,75 \text{ mW} + 0,75 \text{ mW} + 2,25 \text{ mW} + 4,5 \text{ mW} + 32 \text{ mW} + 18,75 \text{ mW} = 0$$

• Probe der Zahlenwerte über eine MICROCAP-Simulation:

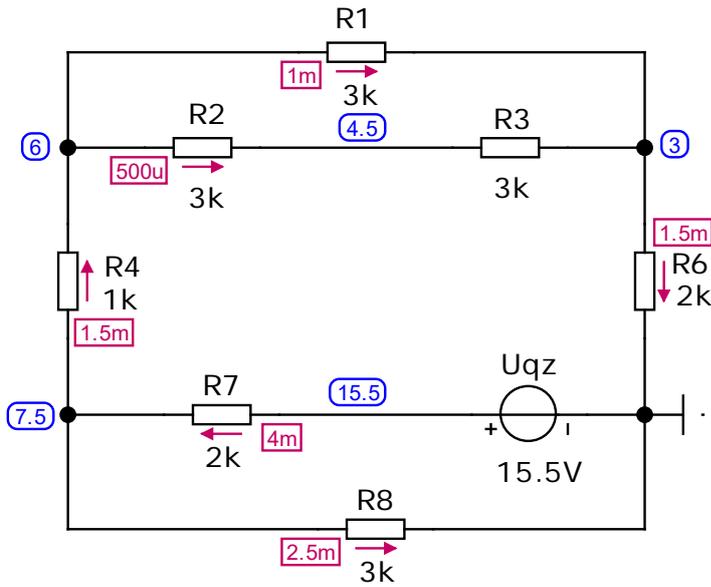


Bild ÜA_1_3.5.C_5: Dynamic-DC-Analyse der Schaltung zur Zusatzaufgabe ÜA_1_3.5.C

$I_{ges} (\leftarrow) = I_7 = 4 \text{ mA}$

$I_8 (\rightarrow) = 2,5 \text{ mA}$

$I_4 (\uparrow) = 1,5 \text{ mA}$

$I_1 (\rightarrow) = 1 \text{ mA}$

$I_2 (\rightarrow) = 0,5 \text{ mA}$

$I_6 (\downarrow) = 1,5 \text{ mA}$

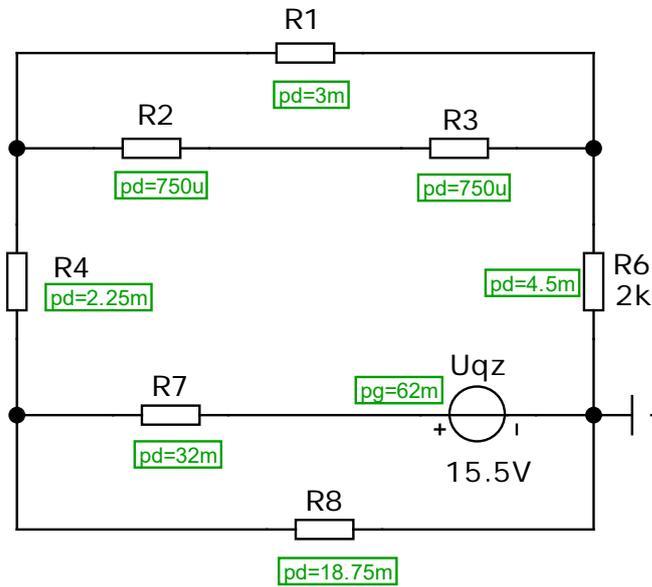


Bild ÜA_1_3.5.C_6: Simulation der Leistungen

Ende der zusätzlichen Lösung