Aufgabenstellung zur Übungsaufgabe ÜA_1_4.4:

14.09.2022

Leiten Sie eine allgemeine Berechnungsvorschrift für eine abgeglichene WHEATSTONEsche Brückenschaltung her. Das angestrebte Ergebnis ist mit Gleich. (4.10) bereits bekannt. Diese Lösung soll jetzt über die Zweipoltheorie nachgewiesen werden.

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_1_4.4:

Im unabgeglichenen Zustand fließt ein Strom I_G durch das Galvanometer im Querzweig der Brücke (Bild ÜA_1_4.4_1 – vgl. auch: Lehrbuch [14]: Abschn. 4.4).

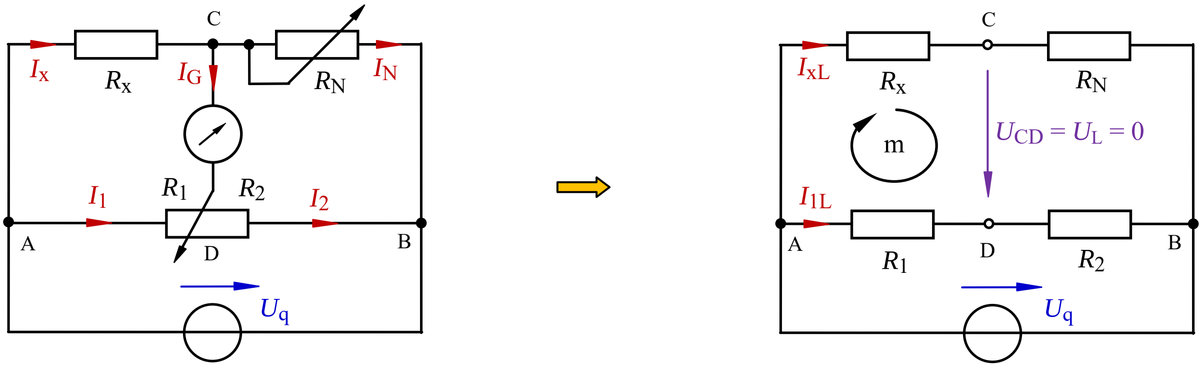

Bild ÜA_1_4.4_1: WHEATSTONEsche Brückenschaltung (rechts: abgeglichener Zustand)

Durch die Veränderung des Normalwiderstandes R_N (Grobabgleich) und des Widerstandsverhältnisses R_1/R_2 (Feinabgleich) kann der Strom im Querzweig der Brücke auf $I_G = 0$ abgeglichen werden. Dieser abgeglichene Zustand vereinfacht die Situation der Schaltung wie folgt:

- Die Anzahl der Ströme wird erkennbar reduziert ($I_x = I_N$ und $I_1 = I_2$ sowie $I_G = 0$).
- Das Potential im Punkt C ist gleich dem Potential des Punktes D ($U_{CD} = 0$).

Eine Lösung der Aufgabenstellung über die Zweipoltheorie ist über die Leerlaufspannung oder über den Kurzschlussstrom möglich.

a) *Lösung über die Leerlaufspannung*:

Im abgeglichenen Zustand ist die Leerlaufspannung über den Punkten C und D gleich null. Wir berechnen die Leerlaufspannung in allgemeiner Form und setzen das Ergebnis gleich null.

Für die Masche m gilt: $U_x(\rightarrow) + U_L(\downarrow) - U_1(\leftarrow) = 0$

$$U_L = U_1 - U_x \qquad \Rightarrow \qquad U_L = I_{1L} \cdot R_1 - I_{xL} \cdot R_x$$

$$\text{mit: } I_{1L} = \frac{U_q}{R_1 + R_2} \qquad \text{und: } I_{xL} = \frac{U_q}{R_x + R_N}$$

$$U_L = \frac{U_q}{R_1 + R_2} \cdot R_1 - \frac{U_q}{R_x + R_N} \cdot R_x = U_q \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_x + R_N} \right) = 0$$

Im abgeglichenen Zustand gilt: $\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{R_x}{R_x + R_N}$

$R_1 \cdot (R_x + R_N) = R_x \cdot (R_1 + R_2)$ bzw.: $R_1 \cdot R_x + R_1 \cdot R_N = R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x$

Wir erhalten die bekannte Brückengleichung (4.10): $\boxed{R_x = R_N \cdot \dfrac{R_1}{R_2}}$

b) *Lösung über den Kurzschlussstrom*: (Zusatzaufgabe)

Im abgeglichenen Zustand ist der Kurzschlussstrom zwischen den Punkten C und D infolge $\varphi_C = \varphi_D$ gleich null. Wir berechnen den Kurzschlussstrom in allgemeiner Form und setzen das Ergebnis gleich null.

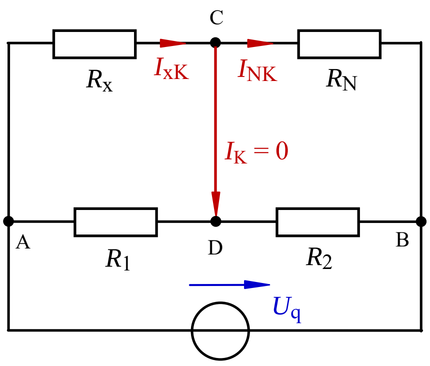

Bild ÜA_1_4.4_2: Berechnung des Kurzschlussstromes

Für den Knoten C gilt:

$I_{xK}(\rightarrow) - I_K(\downarrow) - I_{NK}(\rightarrow) = 0$ bzw.:

$I_K = I_{xK} - I_{NK}$

Die beiden Ströme berechnen wir über das OHMsche Gesetz in Kombination mit der Spannungsteilerregel:

mit: $U_x = U_q \cdot \dfrac{R_x // R_1}{R_x // R_1 + R_N // R_2}$ und: $U_N = U_q \cdot \dfrac{R_N // R_2}{R_x // R_1 + R_N // R_2}$ gilt:

$$I_K = I_{xK} - I_{NK} = \frac{U_x}{R_x} - \frac{U_N}{R_N} = U_q \cdot \left(\frac{R_x // R_1}{R_x // R_1 + R_N // R_2} \cdot \frac{1}{R_x} - \frac{R_N // R_2}{R_x // R_1 + R_N // R_2} \cdot \frac{1}{R_N} \right) = 0$$

Im abgeglichenen Zustand gilt: $\dfrac{R_x // R_1}{R_x // R_1 + R_N // R_2} \cdot \dfrac{1}{R_x} = \dfrac{R_N // R_2}{R_x // R_1 + R_N // R_2} \cdot \dfrac{1}{R_N}$

oder vereinfacht: $(R_x // R_1) \cdot R_N = (R_N // R_2) \cdot R_x$

$\dfrac{R_x \cdot R_1 \cdot R_N}{R_x + R_1} = \dfrac{R_N \cdot R_2 \cdot R_x}{R_N + R_2}$ bzw.: $R_1 \cdot R_N^2 + R_1 \cdot R_N \cdot R_2 = R_N \cdot R_2 \cdot R_x + R_N \cdot R_2 \cdot R_1$

$R_1 \cdot R_N^2 = R_N \cdot R_2 \cdot R_x$ oder: $R_1 \cdot R_N = R_2 \cdot R_x$

Wir erhalten wieder die bekannte Brückengleichung (4.10): $\boxed{R_x = R_N \cdot \dfrac{R_1}{R_2}}$

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 4.4 bis 4.6 sowie 5.12 und 6.5

Ende dieser Lösung