

Lösung der Übungsaufgabe ÜA\_1\_5.2.C:

13.09.2022

• Lösungsansatz über HELMHOLTZ:

$$I_A(\downarrow) = -I_{AA} + I_{AB} + I_{AC} \quad \Rightarrow \quad I_A(\downarrow), \text{ weil die Quelle geladen werden soll!}$$

$$I_A = \frac{-U_A}{R_1 + R_2 // R_3 // (R_4 + R_5)} + I_B \frac{R_2 // R_3 // (R_4 + R_5)}{R_1 + R_2 // R_3 // (R_4 + R_5)} + \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} \cdot \frac{U_C}{R_1 // R_2 // R_3 + R_4 + R_5}$$

• Vereinfachungen einsetzen:

$$I_A = \frac{-U_A}{1,4 \cdot R} + I_B \frac{0,4 \cdot R}{1,4 \cdot R} + \frac{0,5}{1,5} \cdot \frac{U_C}{2,3 \cdot R} = \frac{-5U_A + 2I_B \cdot R + U_C}{7R}$$

• Umstellen nach  $I_B$ :

$$I_A \cdot 7R + 5U_A - U_C = I_B \cdot 2R \quad \Rightarrow \quad I_B = \frac{I_A \cdot 7R + 5 \cdot U_A - U_C}{2R}$$

Ende dieser Lösung

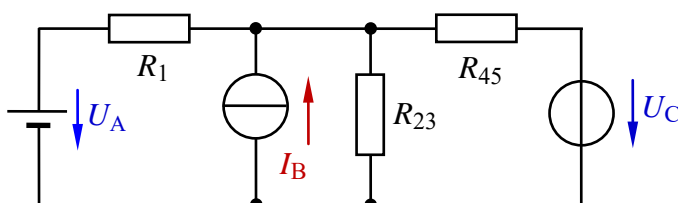
Zusatzaufgabe:

Berechnen Sie die Leistungen der drei Quellen für folgende Werte:

Geg.:  $U_A = 14 \text{ V}$ ,  $I_B = 30 \text{ mA}$  und  $U_C = 24 \text{ V}$  sowie: alle  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .

Lösung:

Für diese Aufgabenstellung kann die Schaltung etwas vereinfacht werden:



Es gilt:

$$R_{23} = R_2 // R_3 = 0,5R = 500 \Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 2R = 2 \text{ k}\Omega$$

Bild ÜA\_1\_5.2.C\_1: Vereinfachte Schaltung zur ÜA\_1\_5.2.C

Wir wollen zunächst die Lösung zur originalen Aufgabenstellung zahlenmäßig beschreiben:

$$I_A = \frac{-5U_A + 2I_B \cdot R + U_C}{7R} = \frac{-70 + 60 + 24}{7} \text{ mA} = 2 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{I_A \cdot 7R + 5 \cdot U_A - U_C}{2R} = \frac{14 + 70 - 24}{2} \text{ mA} = 30 \text{ mA}$$

Wir könnten jetzt natürlich diese Teillösungen auch für die Zusatzaufgabe verwenden. Zur Vermeidung von Folgefehlern (und natürlich zur Übung) ist es aber sinnvoll, eine neue Lösungsstrategie anzusetzen:

Mit Kenntnis der Spannung  $U_{23} = U_B$  können wir die Ströme  $I_A$  und  $I_C$  über den Maschensatz bzw. den Knotenpunktsatz berechnen. Die Spannung  $U_{23}$  ermitteln wir über den Strom  $I_{23}$  durch Anwendung des Überlagerungssatzes:

$$\text{Ansatz: } I_{23}(\downarrow) = I_{23A} + I_{23B} + I_{23C}$$

$$I_{23} = \frac{U_A}{R_1 + R_{23} \parallel R_{45}} \cdot \frac{R_{45}}{R_{23} + R_{45}} + I_B \cdot \frac{R_1 \parallel R_{45}}{R_{23} + R_1 \parallel R_{45}} + \frac{U_C}{R_{45} + R_1 \parallel R_{23}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{23}}$$

Zur Übung führen wir eine zusätzliche Berechnung in allgemeiner Form durch:

$$I_{23} = \frac{U_A}{R + 0,5R \parallel 2R} \cdot \frac{2R}{0,5R + 2R} + I_B \cdot \frac{R \parallel 2R}{0,5R + 2R} + \frac{U_C}{2R + R \parallel 0,5R} \cdot \frac{R}{R + 0,5R}$$

$$I_{23} = \frac{U_A}{1,4R} \cdot \frac{4}{5} + I_B \cdot \frac{0,6R}{1,16R} + \frac{U_C}{2,3R} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4U_A}{7R} + \frac{4R}{7R} \cdot I_B + \frac{2U_C}{7R}$$

$$I_{23} = \frac{4U_A + 4R \cdot I_B + 2U_C}{7R} = \frac{56 + 120 + 48}{7} \text{ mA} = 32 \text{ mA} \Rightarrow U_{23}(\downarrow) = I_{23} \cdot R_{23} = 16 \text{ V}$$

$$\text{Masche rechts: } U_{23}(\downarrow) - U_C + I_C(\uparrow) \cdot R_{45} = 0 \quad \text{bzw.: } I_C(\uparrow) = \frac{U_C - U_{23}}{R_{45}} = 4 \text{ mA}$$

$$\text{Masche links: } U_{23}(\downarrow) - U_A - I_A(\leftarrow) \cdot R_1 = 0 \quad \text{bzw.: } I_A(\downarrow) = \frac{U_{23} - U_A}{R_1} = 2 \text{ mA}$$

Jetzt können wir die Leistungen der drei Quellen berechnen (Q-ZPS):

$$P_A = U_A \cdot I_A = 14 \text{ V} \cdot (-2 \text{ mA}) = -28 \text{ mW} \quad (\text{nimmt Leistung auf})$$

$$P_B = U_B \cdot I_B = (+16 \text{ V}) \cdot 30 \text{ mA} = +480 \text{ mW} \quad (\text{gibt Leistung ab})$$

$$P_C = U_C \cdot I_C = 24 \text{ V} \cdot (+4 \text{ mA}) = +96 \text{ mW} \quad (\text{gibt Leistung ab})$$

• **Probe der Zahlenwerte über eine MICROCAP-Simulation:**

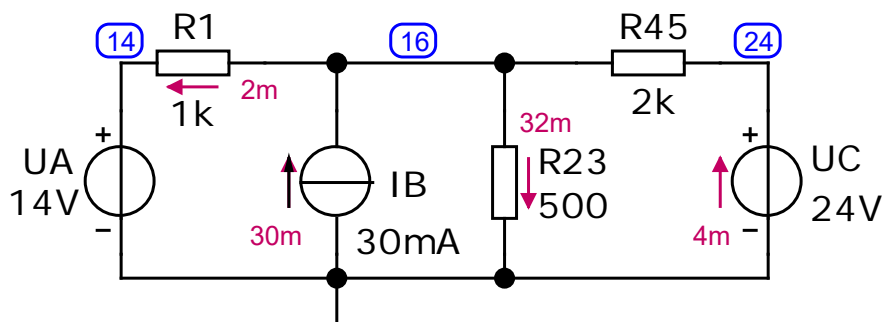


Bild ÜA\_1\_5.2.C\_2: Simulationsschaltung zur Zusatzaufgabe mit den Ergebnissen einer Dynamic-DC-Analyse

$$I_A(\downarrow) = 2 \text{ mA} \quad U_B(\downarrow) = 16 \text{ V} \quad I_C(\uparrow) = 4 \text{ mA} \quad \text{und: } I_{23}(\downarrow) = 32 \text{ mA}$$

Die Leistung der Quellen (pg) werden wie folgt angegeben:

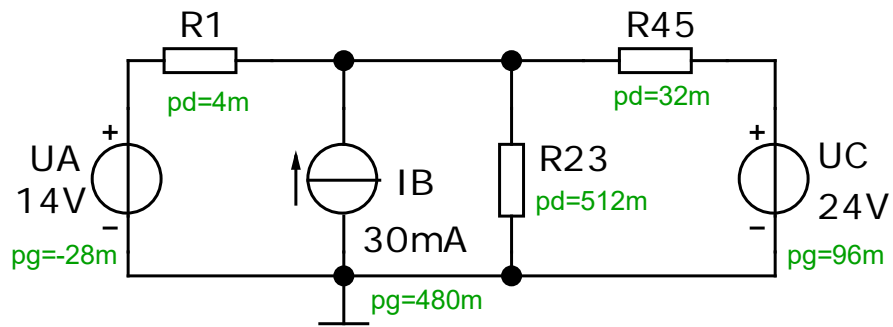


Bild ÜA\_1\_5.2.C\_3: Leistungsbetrachtungen im Ergebnissen einer Dynamic-DC-Analyse

Ende der zusätzlichen Lösung