

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_1_5.3.B:

25.09.2022

- **Bestimmung des Innenwiderstandes und der Leerlaufspannung:** (R_a abtrennen !)

$$R_i = R_2 + R_1 // [R_3 + R_5 // (R_6 + R_7)] = R + R // \frac{5}{3}R = R + \frac{3}{8}R = \frac{39}{24}R = \frac{13}{8}R = 1,625R$$

$$U_L(\downarrow) = U_1(\downarrow) - U_2(\uparrow) = I_1 \cdot R_1 - I_C \cdot R_2 = R \cdot (I_1 - I_C) \quad (\text{gilt nur bei Leerlauf})$$

- **Lösungsansatz I_1 über HELMHOLTZ:** $I_1 = I_{1A} - I_{1B} - I_{1C} + I_{1D}$

$$I_{1A} = \frac{U_A}{R_1 + R_3 + R_5 // (R_6 + R_7)} = \frac{U_A}{2,6R}$$

$$I_{1B} = \frac{U_B}{R_1 + R_3 + R_5 // (R_6 + R_7)} = \frac{U_B}{2,6R}$$

$$I_{1C} = I_C \cdot \frac{R_5}{R_1 + R_3 + R_5} \cdot \frac{R_6}{R_6 + R_7 + R_5 // (R_1 + R_3)} = I_C \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{R}{2,6R}$$

$$I_{1D} = \frac{R_5}{R_1 + R_3 + R_5} \cdot \frac{U_D}{R_6 + R_7 + R_5 // (R_1 + R_3)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U_D}{2,6R}$$

$$I_1 = \frac{3U_A - 3U_B - I_C R + U_D}{8R}$$

- **Einsetzen in U_L :**

$$U_L = R \cdot \left(\frac{3U_A - 3U_B - I_C R + U_D}{8R} - I_C \right) \Rightarrow U_L = \frac{3U_A - 3U_B - 9I_C R + U_D}{8}$$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Bestimmen Sie im Rahmen einer neuen Berechnung den Kurzschlussstrom zwischen X und Y.

Lösungshinweis: Zeichnen Sie die Schaltung für jede Quelle in eine sinnvolle Ersatzschaltung um.

Wir verwenden wieder den HELMHOLTZschen Überlagerungssatz (vgl. Lehrbuch: Abschn. 5.2):

Ansatz:
$$I_K = I_{KA} - I_{KB} - I_{KC} + I_{KD}$$

$$I_{KA} = \frac{U_A}{R_1 // R_2 + R_3 + R_5 // (R_6 + R_7)} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_A}{2,16 R} \cdot \frac{1}{2}$$

$$I_{KB} = \frac{U_B}{R_1 // R_2 + R_3 + R_5 // (R_6 + R_7)} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_B}{2,16 R} \cdot \frac{1}{2}$$

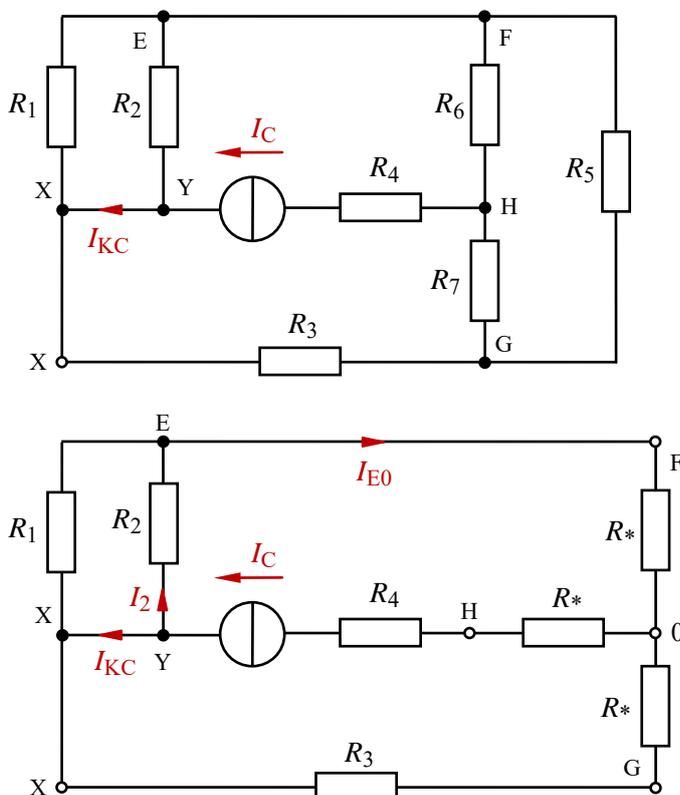
$$I_{KD} = \frac{U_D}{R_6 + R_7 + R_5 // (R_3 + R_1 // R_2)} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_5}{R_5 + R_3 + R_1 // R_2} = \frac{U_D}{2,6 R} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,5}$$

Die Berechnung des Beitrages der Stromquelle C ist etwas komplizierter. Der Kurzschlussstrom I_{KC} fließt in diesem Fall durch keinen definierbaren Widerstand.

Wir könnten das Widerstandsdreieck $R_1 - R_3 - R_5$ in einen Stern umwandeln. Dann fließt zumindest der Kurzschlussstrom I_{KC} durch den am Punkt X angeschlossenen linken Sternwiderstand. Das bringt uns aber auch nicht weiter, da nun eine sehr unübersichtliche schaltungstechnische Struktur entsteht.

Wenn wir also nicht mehr so richtig weiter wissen – wen fragen wir? KIRCHHOFF !

Knotenpunktsatz für Y: $I_C = I_{KC} + I_2(K)$ bzw.: $I_{KC} = I_C - I_2(K)$



Wir zeichnen die Schaltung so um, dass wir den Strom $I_2(K)$ berechnen können.

Durch den Kurzschluss liegt der Punkt X auf dem gleichen Potential wie der Punkt Y. Damit ist R_1 zu R_2 parallelgeschaltet.

Nun ergibt sich aber zwischen den Punkten F, H und G eine unangenehme Dreieckschaltung. Da alle Widerstände gleich sind, müssen wir die Sternwiderstände nicht aufwendig berechnen.

Es gilt:

$$R_* = \frac{R_\Delta}{3} = 0,33 R$$

Jetzt kann die Stromteilerregel angewendet werden.

Bild ÜA_1_5.3.B_1: Ersatzschaltungen zur Berechnung des Beitrages der Stromquelle C

Für den Kurzschlussfall (nur Quelle C) gilt:

$$\frac{I_2(\text{K})}{I_C} = \frac{I_2(\text{K})}{I_{E0}} \cdot \frac{I_{E0}}{I_C} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 + R^*}{R_1 // R_2 + R^* + R_3 + R^*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{4}{3}}{\frac{6,5}{3}} = \frac{2}{6,5} = \frac{4}{13}$$

$$I_{\text{KC}} = I_C - I_2(\text{K}) = I_C - \frac{4}{13} I_C = \frac{9}{13} I_C$$

Nun fassen wir die Komponenten der Quellen A bis D zusammen:

$$I_K = I_{\text{KA}} - I_{\text{KB}} - I_{\text{KC}} + I_{\text{KD}} = \frac{U_A - U_B}{4,3R} - \frac{9}{13} I_C + \frac{U_D}{13R} = \frac{3U_A - 3U_B - 9I_C R + U_D}{13R}$$

Eine einfache Probe gelingt mit Kenntnis von U_L und R_i über Gleich. (5.5). Dazu wählen wir folgende Bauelemente-Werte: $U_A = 24 \text{ V}$, $U_B = 12 \text{ V}$, $I_C = 10 \text{ mA}$, $U_D = 21 \text{ V}$ und alle $R = 100 \Omega$.

$$U_L = \frac{3U_A - 3U_B - 9I_C R + U_D}{8} = \frac{72 - 36 - 9 + 21}{8} \text{ V} = 6 \text{ V}$$

$$I_K = \frac{3U_A - 3U_B - 9I_C R + U_D}{13R} = \frac{72 - 36 - 9 + 21}{1,3} \text{ mA} = 36,92 \text{ mA}$$

Probe: $I_K = \frac{U_L}{R_i} = \frac{6 \text{ V}}{162,5 \Omega} \approx 36,92 \text{ mA}$ (stimmt !)

• Probe der Zahlenwerte über eine MICROCAP-Simulation:

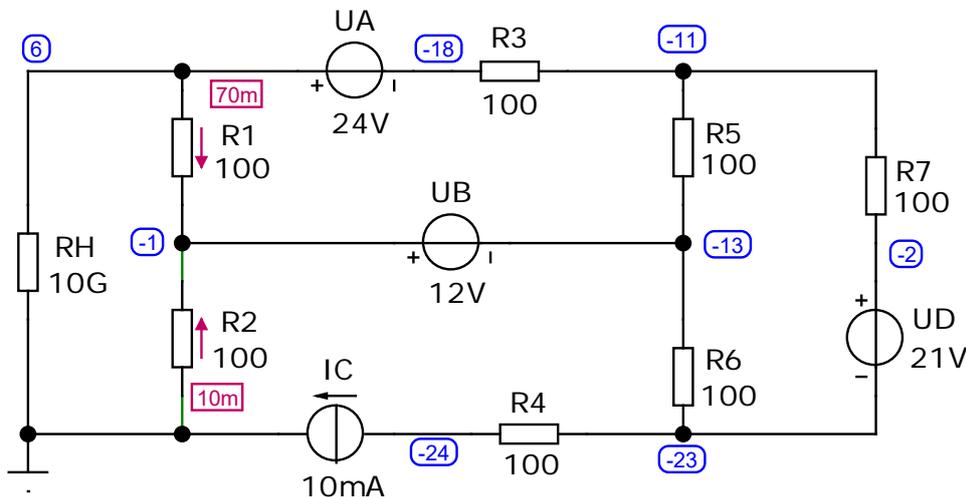


Bild ÜA_1_5.3.B_2: Simulationsschaltung zur Zusatzaufgabe mit den Ergebnissen einer DC-Analyse (Leerlauf zwischen X und Y)

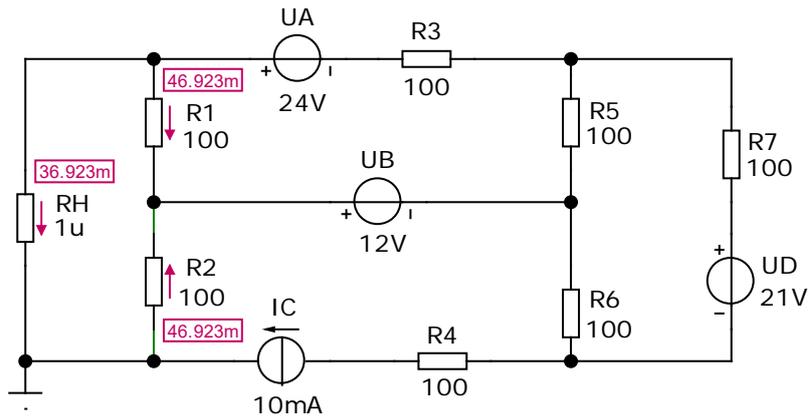


Bild ÜA_1_5.3.B_3: Simulationsschaltung zur Zusatzaufgabe mit den Ergebnissen einer DC-Analyse (Kurzschluss zwischen X und Y)

Die MICROCAP-Simulation (*Dynamic-DC*) bestätigt die durchgeführten Berechnungen!

Ende der zusätzlichen Lösung