Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_10.2.B:

09.09.2022

Die Schaltung überträgt tieffrequente Komponenten und sperrt hochfrequente Spektralanteile. Sie wirkt also jetzt als Tiefpass. Bei $f = 0$ ist dann $U_a = U_{a,max} = U_e$.

Bei sehr hohen Frequenzen (Sperrbereich) gilt:

$$\frac{\underline{U}_{a,\infty}}{\underline{U}_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Der Tiefpass überträgt jetzt im Sperrbereich noch spektrale Komponenten.

Es gilt: $A_{min} > 0$ (vgl. ÜA_10.2.B_2 – rechts).

Zur Berechnung der Grenzfrequenz wird die Spannungsteilerregel angewendet:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{R_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{1 + \mathrm{j}\omega C R_2}{1 + \mathrm{j}\omega C(R_1 + R_2)}$$

Daraus wird der Betrag gebildet und für die Bestimmung der Grenzfrequenz gleich $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gesetzt:

$$\left|\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}\right| = \sqrt{\frac{1 + \omega_g^2 C^2 R_2^2}{1 + \omega_g^2 C^2 (R_1 + R_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{mit: } R_1 = R_2 = R$$

$$1 + \omega_g^2 C^2 4R^2 = 2 + \omega_g^2 C^2 2R^2 \qquad \text{bzw.:} \qquad \omega_g^2 C^2 2R^2 = 1 \qquad \Rightarrow \qquad f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{2} \cdot RC}$$

Die frequenzselektive Wirkung der Schaltung wird bei $R_2 << R_1$ erkennbar verbessert!

Ziel: siehe Bild ÜA_2_10.2.B_1.

Diskussion:

Der Amplitudenfrequenzgang $|\underline{U}_a| = f(\omega)$ ändert sich gegenüber der ÜA_10.2.A in der Art, dass die Hochpasswirkung durch eine Tiefpasswirkung ersetzt wird. Wenn die Ausgangsspannung über den Punkten x und y abgegriffen wird, wechselt der Kondensator seine Position vom Längszweig in den Querzweig des Vierpols.

Faustregel: Kapazitive Wirkung im Längszweig gleich Hochpasswirkung.

Kapazitive Wirkung im Querzweig gleich Tiefpasswirkung.

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Ersetzen Sie die Kapazität durch eine Induktivität und bestimmen Sie für diese Schaltung die Grenzfrequenz. Diskutieren Sie den Einfluss des Widerstandes R_2 auf das Übertragungsverhalten.

Lösung:

Die Schaltung überträgt hochfrequente Komponenten und sperrt tieffrequente Spektralanteile. Sie wirkt also jetzt als Hochpass. Bei $f \to \infty$ ist dann $U_a = U_{a,max} = U_e$.

Bei sehr tiefen Frequenzen (Sperrbereich) gilt:

$$\frac{\underline{U}_{a,0}}{\underline{U}_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Der Hochpass überträgt jetzt im Sperrbereich noch spektrale Komponenten.

Es gilt: $A_{min} > 0$ (vgl. ÜA_10.2.B_4 – rechts).

Zur Berechnung der Grenzfrequenz wenden wir wieder die Spannungsteilerregel an:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{R_2 + j\omega L}{R_1 + R_2 + j\omega L}$$

Von diesem Ansatz wird der Betrag gebildet und gleich $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gesetzt:

$$\left|\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}\right| = \sqrt{\frac{R_2^2 + \omega_g^2 L^2}{(R_1 + R_2)^2 + \omega_g^2 L^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{mit: } R_1 = R_2 = R$$

$$2R^2 + 2\omega_g^2 L^2 = 4R^2 + \omega_g^2 L^2 \qquad \text{bzw.:} \qquad \omega_g^2 L^2 = 2R^2$$

$$f_g = \frac{R\sqrt{2}}{2\pi \cdot L}$$

Diskussion:

Die frequenzselektive Wirkung der Schaltung wird bei $R_2 << R_1$ erkennbar verbessert!

Ziele: $A_{min}(\text{HP}) = \frac{\underline{U}_{a,0}}{\underline{U}_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \to 0$ und: $A_\infty(\text{HP}) = \frac{\underline{U}_{a,\infty}}{\underline{U}_e} \to 1$

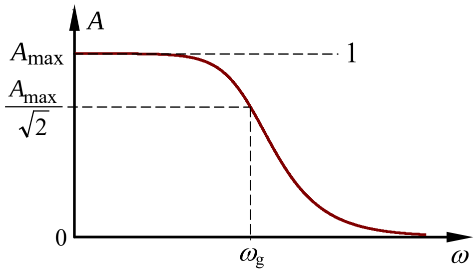
Bei $R_2 \to 0$ gilt: $A_{min} \to 0$ (siehe Bild ÜA_2_10.2.B_3).

Wenn die Ausgangsspannung über den Punkten x und y abgegriffen wird, wechselt die Induktivität ihre Position vom Längszweig in den Querzweig des Vierpols.

Faustregel: Induktive Wirkung im Längszweig gleich Tiefpasswirkung.

Induktive Wirkung im Querzweig gleich Hochpasswirkung.

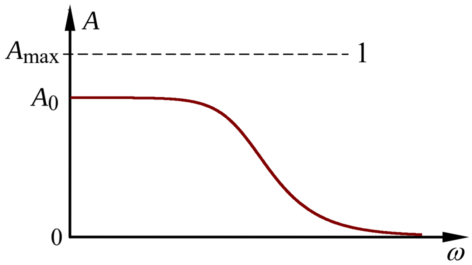
Die nachfolgenden Bilder zeigen unterschiedliche Verläufe des Amplitudenfrequenzganges einer Passschaltung:

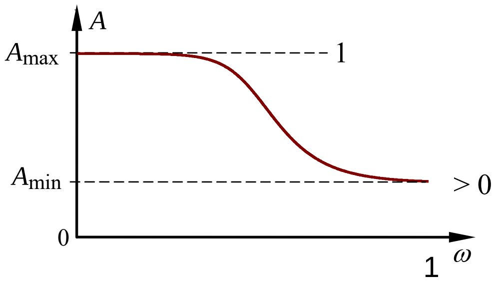


$$A_{max} = \frac{U_a}{U_e}\Big|_{\omega=0} = 1$$

$$A_{min} = \frac{U_a}{U_e}\Big|_{\omega\to\infty} = 0$$

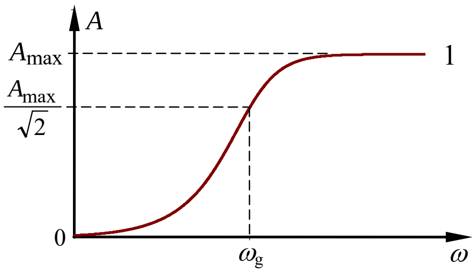
ÜA_2_10.2.B_1: Ideales Tiefpassverhalten





ÜA_2_10.2.B_2: Reales Tiefpassverhalten

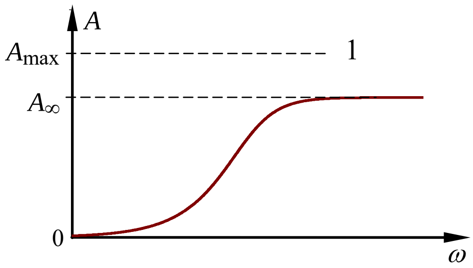
links: mit Grunddämpfung im Durchlassbereich
rechts: mit Restübertragung im Sperrbereich

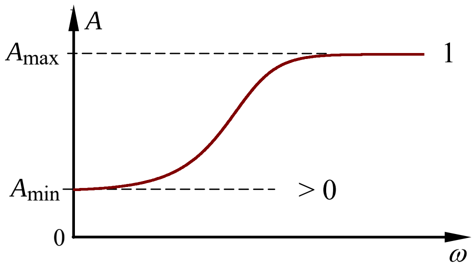


$$A_{max} = \frac{U_a}{U_e}\Big|_{\omega\to\infty} = 1$$

$$A_{min} = \frac{U_a}{U_e}\Big|_{\omega=0} = 0$$

ÜA_2_10.2.B_3: Ideales Hochpassverhalten





ÜA_2_10.2.B_4: Reales Hochpassverhalten

links: mit Grunddämpfung im Durchlassbereich
rechts: mit Restübertragung im Sperrbereich

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 10.1 bis 10.9

Ende der zusätzlichen Lösung