Hochschule OSTFALIA
Wolfenbüttel
– University of Applied Sciences –

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_10.4.C:

• **Vereinfachungen:** $\mathrm{j}\omega L \,//\, \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \dfrac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} = \underline{Z}_1$ und $\mathrm{j}\omega L + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \dfrac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} = \underline{Z}_0$

• **Berechnung über die $\underline{A}$-Parameter der Π-Ersatzschaltung:** (1. Lösungsvariante)

$\underline{A}_{12} = \underline{Z}_0 = \dfrac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}$ mit: $\omega = \omega_0 \cdot \Omega = \dfrac{\Omega}{\sqrt{LC}}$ und: $\omega C = \dfrac{\Omega \cdot C}{\sqrt{LC}} = \dfrac{\Omega}{\sqrt{L/C}}$

$$\underline{A}_{12} = -\mathrm{j} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C}$$

$$\underline{A}_{22} = 1 + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1} = 1 + \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L} = 1 + \frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2} = \frac{\Omega^2 - (1-\Omega^2)^2}{\Omega^2} = \frac{-\Omega^4 + 3\Omega^2 - 1}{\Omega^2}$$

• **Nullstellen und Pole:**

Nullstellen: $\underline{A}_{12} \rightarrow \Omega = 1$ $\underline{A}_{22} \rightarrow \Omega_1 = 0{,}62$ und $\Omega_2 = 1{,}62$

Pole: $\underline{A}_{12} \rightarrow \Omega = 0$ $\underline{A}_{22} \rightarrow \Omega = 0$

• **Darstellung der Frequenzgänge:** (hier mit einer PSPICE-Simulation; vgl. auch [11] – Abschn. 1.3)

Für die gewählten BE-Werte liegt die Resonanzfrequenz bei $f_0 \approx 500$ Hz.

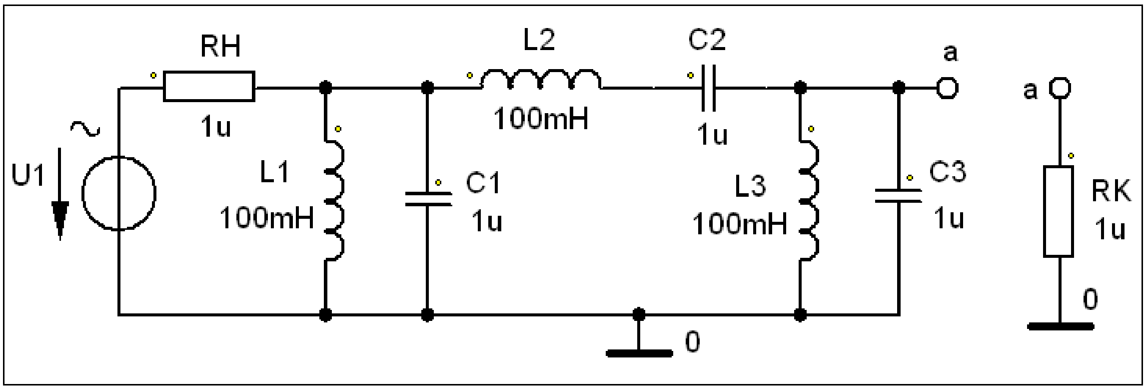

Bild ÜA_2_10.4.C_1: Simulationsschaltung

Die darzustellenden Funktionen müssen in der Trace-Expression-Zeile des PROBE-Fensters eingestellt werden. Der Widerstand $R_K = 1\ \mu\Omega$ simuliert den Kurzschluss am Ausgang.

a) Der Parameter $\underline{A}_{12}$ ist rein imaginär: $\underline{A}_{12} = \mathrm{j} \cdot \dfrac{\Omega^2 - 1}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C} = \mathrm{j} \cdot \dfrac{\Omega^2 - 1}{\Omega} \cdot Z_0$.

Der Wurzelausdruck beschreibt gemäß Gleich. (10.7) den Kennwiderstand Z_0 des Kreises.

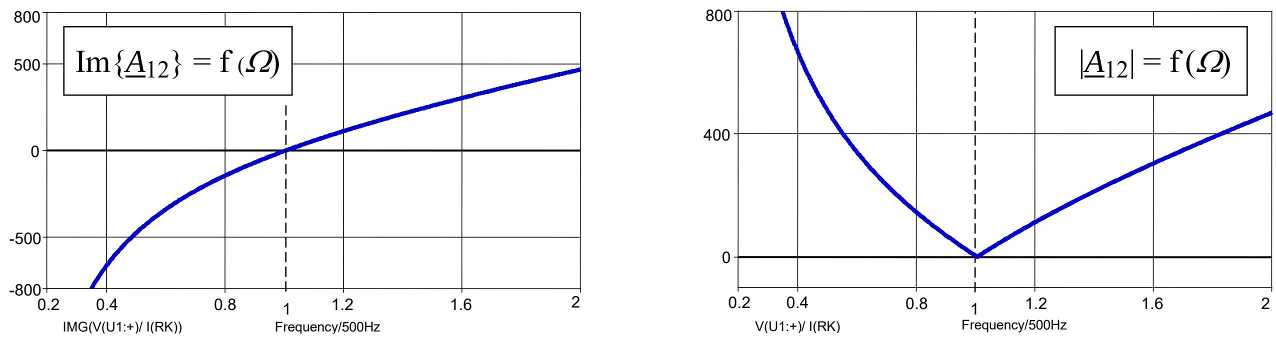

Bild ÜA_2_10.4.C_2: Verlauf des Imaginärteils (links) und des Betrages (rechts) von $\underline{A}_{12}$

Bei $\Omega = 1$ wird der Imaginärteil und damit der Betrag gleich null. Der Pol liegt bei $\Omega = 0$ ($|\underline{A}_{12}| \rightarrow \infty$).

---

b) Der Parameter $\underline{A}_{22}$ wird rein reell: $\underline{A}_{22} = 1 - \dfrac{(1-\Omega^2)^2}{\Omega^2}$

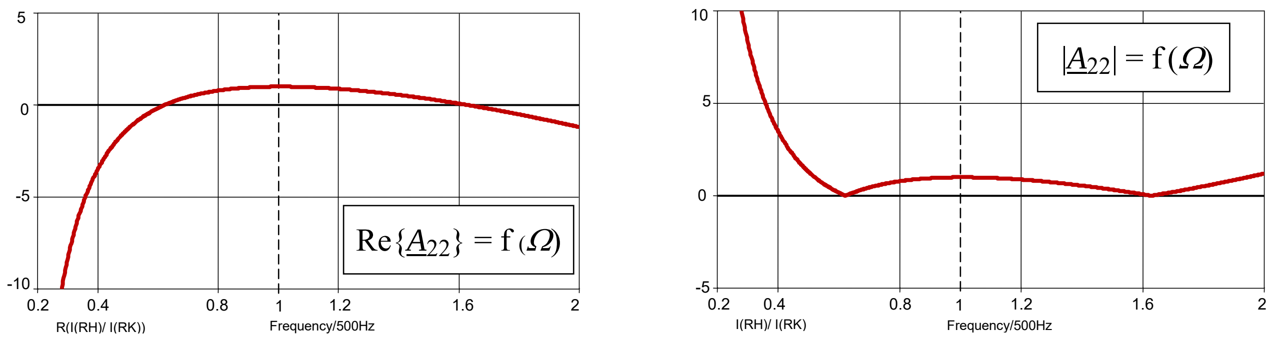

Bild ÜA_2_10.4.C_3: Verlauf des Realteils (links) und des Betrages (rechts) von $\underline{A}_{22}$

Bei $\Omega_1 = 0{,}62$ und $\Omega_2 = 1{,}62$ wird der Imaginärteil und damit der Betrag gleich null.
Der Pol liegt bei $\Omega = 0$ ($|\underline{A}_{22}| \rightarrow \infty$). Bei $\Omega = 1$ hat der Parameter einen Wert von eins.

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Berechnen Sie die gesuchten Parameter über andere Lösungsverfahren.

2. Lösungsvariante: Berechnung über Elementarvierpole

Tabelle ÜA_2_10.4.C_1:
Matrizen-Multiplikation

		1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}$	1	0
		0	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	1
1	0	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}$	$\leftarrow$	$\underline{A}_{12}$
$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	$1+\frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2}$	$\leftarrow$	$\underline{A}_{22}$

3. Lösungsvariante: Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel

$$\underline{A}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\Big|_\mathrm{K} = \underline{Z}_{1\mathrm{K}} \cdot \underline{A}_{22} = \left(\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} // \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}\right) \cdot \left[1+\frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2}\right] = \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C}$$

$$\underline{A}_{22} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}\Big|_\mathrm{K} = \left(\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} + \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}\right) \cdot \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L} = 1+\frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2} = \frac{-\Omega^4+3\Omega^2-1}{\Omega^2}$$

Beide Verfahren führen zum bereits bekannten Ergebnis.

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 10.10 sowie 10.15 bis 10.17

Ende dieser zusätzlichen Lösung