

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_10.4.D:

12.09.2022

Zur Bestimmung des komplexen Frequenzganges nutzen wir in diesem Fall die Regeln zur Berechnung von Vierpolen. Die Grundstruktur ist ja ein Gamma-Vierpol:

Längsweig mit $\underline{Z}_1 = j\omega L // \frac{1}{j\omega C}$ und Querweig mit $\underline{Z}_3 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

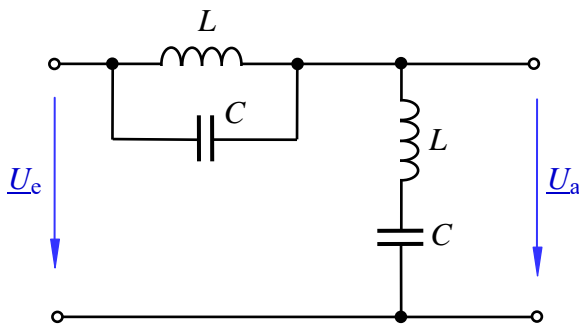


Bild ÜA_2_10.4.D_1: LC-Netz mit zwei Schwingkreisen

Diese komplexen Widerstände können durch Multiplikation mit $j\omega C$ und Anwendung der Gleichung (10.16) wie folgt vereinfacht werden: Mit $\Omega^2 = \omega^2 LC$ gilt:

$$\underline{Z}_1 = j\omega L // \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{-\omega^2 LC + 1} = \frac{j\omega L}{1 - \Omega^2}$$

$$\underline{Z}_3 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega L \cdot j\omega C + 1}{j\omega C} = \frac{-\omega^2 LC + 1}{j\omega C} = \frac{1 - \Omega^2}{j\omega C}$$

Mit der Spannungsteilerregel erhalten wir den komplexen Frequenzgang:

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{\frac{1 - \Omega^2}{j\omega C}}{\frac{j\omega L}{1 - \Omega^2} + \frac{1 - \Omega^2}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C}$$

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{1 - \Omega^2}{\frac{-\omega^2 LC}{1 - \Omega^2} + 1 - \Omega^2} = \frac{(1 - \Omega^2)^2}{-\Omega^2 + (1 - \Omega^2)^2} = \frac{1 - 2\Omega^2 + \Omega^4}{1 - 3\Omega^2 + \Omega^4} = F(\Omega)$$

Diese Funktion ist reel und hat folgende Eigenschaften:

- Anfangswert: $F(\Omega = 0) = 1$
- Endwert: $F(\Omega \rightarrow \infty) = 1$
- Nullstellen: $F = 0$ bei $\Omega_1 = 1$ und bei $\Omega_2 = 1$ (doppelt)
- Pole: bei $\Omega_3 \approx 0,618$ und $\Omega_4 \approx 1,618$

Bild ÜA_2_10.4.D_2 zeigt den Funktionsverlauf $F(\Omega)$. Die Funktion beginnt bei $\Omega = 0$ mit einem Funktionswert von eins und endet bei $\Omega \rightarrow \infty$ mit dem Wert eins. Zwischen den Polen durchläuft die Funktion bei $\Omega = 1$ ein relatives Maximum mit $F = 0$.

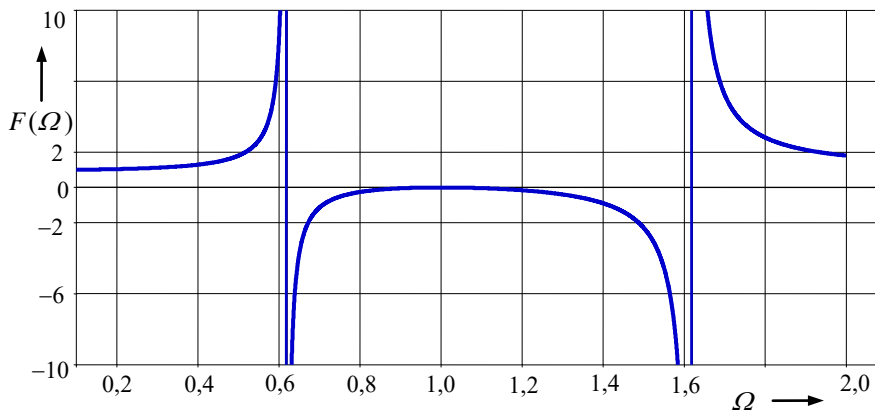


Bild ÜA_2_10.4.D_2:
Frequenzgang $F(\Omega)$
zum Bild ÜA_2_10.4.D_1

Ende der Lösung

Zusatzaufgabe:

Untersuchen Sie das frequenzselektive Verhalten dieser Schaltung.

Durch die Bildung des Amplitudenfrequenzganges (Betragsbildung) wird der Funktionsanteil zwischen den Polen in den ersten Quadranten gespiegelt. Dann ist erkennbar, dass sich zwischen den beiden Polen die Wirkung einer Bandsperre ausbildet (Bild ÜA_2_10.4.D_3).

Wenn wir die realen Verlustwiderstände der Spulen und der Kondensatoren berücksichtigen, wird die Wirkung der Pole unterdrückt. Wir wählen eine zusätzliche Bedämpfung mit einem ohmschen Reihenwiderstand. Dieser Widerstand wird zu jeder Induktivität in Reihe geschaltet.

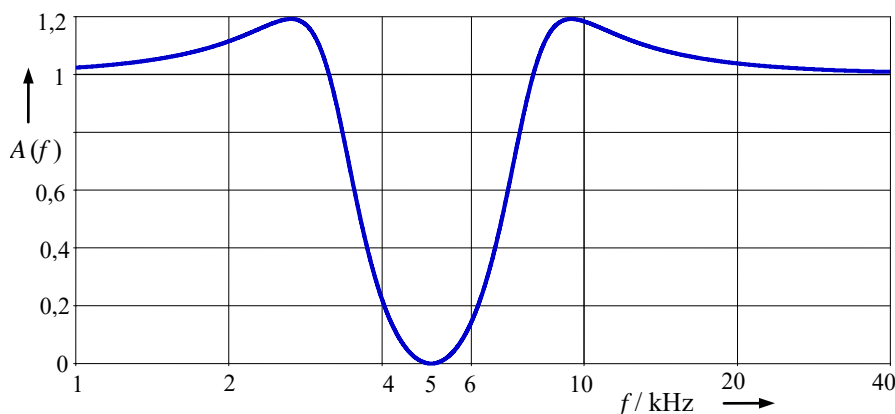


Bild ÜA_2_10.4.D_3:
Charakteristik einer
Bandsperre

Bild ÜA_2_10.4.D_3 zeigt den Amplitudenfrequenzgang mit einer Bedämpfung. Die Werte gelten für eine Mittenfrequenz $f_m = 5$ kHz. Der ohmsche Reihenwiderstand wurde mit $R_V = 150 \Omega$ gewählt. Dann sind die ehemaligen Pole noch leicht erkennbar.

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:

Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 10.10 sowie 10.15 bis 10.17

Ende dieser zusätzlichen Lösung