Prof. Dr.-Ing. Rainer Ose

Elektrotechnik für Ingenieure – Grundlagen – 6. Auflage, 2020



Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_9.3.C:

• \underline{I}_3 in der Exponentialform: \Rightarrow OHMsches Gesetz

$$\underline{I}_{3} = \frac{\underline{U}_{q}}{\underline{Z}_{3456}} = \frac{\underline{U}_{q}}{R_{3} + j\omega L_{4} + R_{6} // j\omega L_{5}} = \frac{\underline{U}_{q}}{R + j\omega L + \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}}$$

$$= \frac{\underline{U}_{q} (R + j\omega L)}{R^{2} + j\omega L \cdot R + j\omega L \cdot R - \omega^{2} L^{2} + j\omega L \cdot R} = \frac{\underline{U}_{q} (R + j\omega L)}{R^{2} - \omega^{2} L^{2} + j\omega L \cdot 3R}$$

$$\underline{I}_{3} = \underline{U}_{q} \cdot \sqrt{\frac{R^{2} + \omega^{2}L^{2}}{(R^{2} - \omega^{2}L^{2})^{2} + \omega^{2}L^{2}9R^{2}}} \cdot e^{j(\arctan\frac{\omega L}{R} - \arctan\frac{\omega L3R}{R^{2} - \omega^{2}L^{2}})}$$

• \underline{U}_2 in der kartesischen Form: \Rightarrow Spannungsteilerregel

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_q} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1 - j\omega CR}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{q} \cdot \left(\frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R^2} - j \frac{\omega CR}{1 + \omega^2 C^2 R^2}\right)$$

• Winkel zwischen \underline{U}_6 und \underline{U}_3 : \Rightarrow Spannungsteilerregel

$$\frac{\underline{U}_{6}}{\underline{U}_{3}} = \frac{R_{6}//\mathrm{j}\omega L_{5}}{R_{3}} = \frac{R \cdot \mathrm{j}\omega L}{R \cdot (R + \mathrm{j}\omega L)} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{6,3} = 90^{\circ} - \arctan\frac{\omega L}{R}$$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Berechnen Sie die Aufgabenstellung der ÜA_2_9.3.C mit folgenden Zahlenwerten:

Geg.:
$$\underline{U}_{q} = 10 \text{ V} \cdot \text{e}^{\text{j}0}$$
 sowie: $R_{1} = R_{3} = R_{6} = R = 60 \Omega$; $|X_{2}| = |X_{C}| = 80 \Omega$ und $X_{4} = X_{5} = X_{L} = 100 \Omega$.

Lösung:

Da jetzt die X-Werte gegeben sind, ersetzen wir j ωL durch j X_L und $1/j\omega C$ durch $(-jX_C)$.

$$\underline{I}_{3} = \frac{\underline{U}_{q}}{\underline{Z}_{3456}} = \frac{\underline{U}_{q}}{R + jX_{L} + R // jX_{L}} = \frac{10 \text{ V}}{(60 + j100 + 60 // j100)\Omega}$$

$$\underline{I}_{3} = \frac{10 \text{ V}}{(60 + \text{j}100 + 44,1 + \text{j}26,5)\Omega} = \frac{10 \text{ V}}{(104,1 + \text{j}126,5)\Omega} = \frac{10 \text{ V}}{163,8\Omega} \cdot e^{-\text{j}50,5^{\circ}} = 61,05 \text{ mA} \cdot e^{-\text{j}50,5^{\circ}}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_q \cdot \frac{-jX_C}{R - jX_C} = 10 \text{ V} \cdot \frac{-j80}{60 - j80} = 10 \text{ V} \cdot \frac{-j80 \cdot (60 + j80)}{60^2 + 80^2}$$

$$\underline{U}_2 = 10 \text{ V} \cdot \frac{-\text{ j}4800 + 6400}{10000} = 10 \text{ V} \cdot (0,64 - \text{ j}0,48) = 6,4 \text{ V} - \text{ j}4,8 \text{ V}$$

oder in der Exponentialform: $\underline{U}_2 = 8 \,\mathrm{V} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 36,9^\circ}$

• Probe der Zahlenwerte über eine PSPICE-Simulation (siehe auch [11] – Abschn. 1.3.3):

Output – File:			Bedeutung:
FREQ 5.000E+01	VM(\$N_0005,0) 8.000E+00	VP(\$N_0005,0) -3.687E+01	$\frac{U_2}{8 \text{ V}}$; ∠ -36,87°
FREQ 5.000E+01	IM(V_Ameter1) 6.105E-02	IP(V_Ameter1) -5.054E+01	\underline{I}_3 61,05 mA; ∠ –50,54°

$$\frac{\underline{U}_6}{\underline{U}_3} = \frac{R//jX_L}{R} = \frac{R \cdot jX_L}{R \cdot (R + jX_L)} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi_{6,3} = 90^\circ - \arctan\frac{X_L}{R} = 90^\circ - \arctan\frac{100}{60} = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im: Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 9.3 und 9.5 bis 9.8