

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_9.4.A:

12.09.2022

- **Lösungsansatz:** \Rightarrow Spannungsteilerregel

$$\begin{aligned}\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} &= \frac{R_2 // j\omega L_2}{R_1 + j\omega L_1 + R_2 // j\omega L_2} = \frac{j\omega L_2 R_2}{R_1 R_2 + j\omega L_2 R_1 + j\omega L_1 R_2 - \omega^2 L_1 L_2 + j\omega L_2 R_2} \\ &= \frac{j\omega LR}{R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR} = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L}\right)}\end{aligned}$$

- **Dimensionierung:**

1. Variante für $\varphi_{x1} = -45^\circ$:

$$\varphi_{x1} = \varphi_a - \varphi_e = -45^\circ, \text{ wenn: } \operatorname{Im}\{\text{Nenner}\} = \operatorname{Re}\{\text{Nenner}\}$$

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L} = \frac{\omega^2 L^2 - R^2}{\omega LR} = 3 \quad \text{bzw.:} \quad \omega^2 - \omega \frac{3R}{L} - \frac{R^2}{L^2} = 0 \quad \text{mit: } \omega = \omega_x$$

$$\omega_{x1,2} = \frac{3R}{2L} \pm \sqrt{\frac{9R^2}{4L^2} + \frac{4R^2}{4L^2}} = \frac{3R \pm \sqrt{13}R}{2L}$$

$$\omega_{x1} = \frac{3R + 3,606R}{2L} = 3,303 \frac{R}{L} \quad (\text{Die negative Lösung ist nicht praktikabel !})$$

2. Variante für $\varphi_{x2} = +45^\circ$:

$$\varphi_{x2} = \varphi_a - \varphi_e = +45^\circ, \text{ wenn: } -\operatorname{Im}\{\text{Nenner}\} = \operatorname{Re}\{\text{Nenner}\}$$

$$\omega_{x2} = 0,3 \cdot \frac{R}{L}$$

• Probe der Ergebnisse über eine MICROCAP-Simulation:

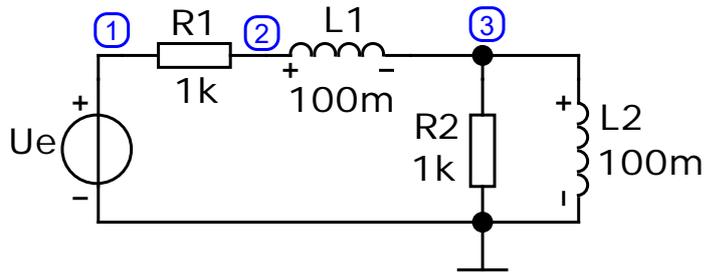


Bild ÜA_2_9.4.A_1: Bestimmung des Phasenfrequenzganges mit einer AC-Analyse

1. Variante für $\varphi_{x1} = -45^\circ$: $f_{x1} = \frac{3,3}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} = 5252 \text{ Hz}$ (Gewählt: $R = 1 \text{ k}\Omega$ und $L = 100 \text{ mH}$)

2. Variante für $\varphi_{x2} = +45^\circ$: $f_{x2} = \frac{0,3}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} = 477 \text{ Hz}$ (Gewählt: $R = 1 \text{ k}\Omega$ und $L = 100 \text{ mH}$)

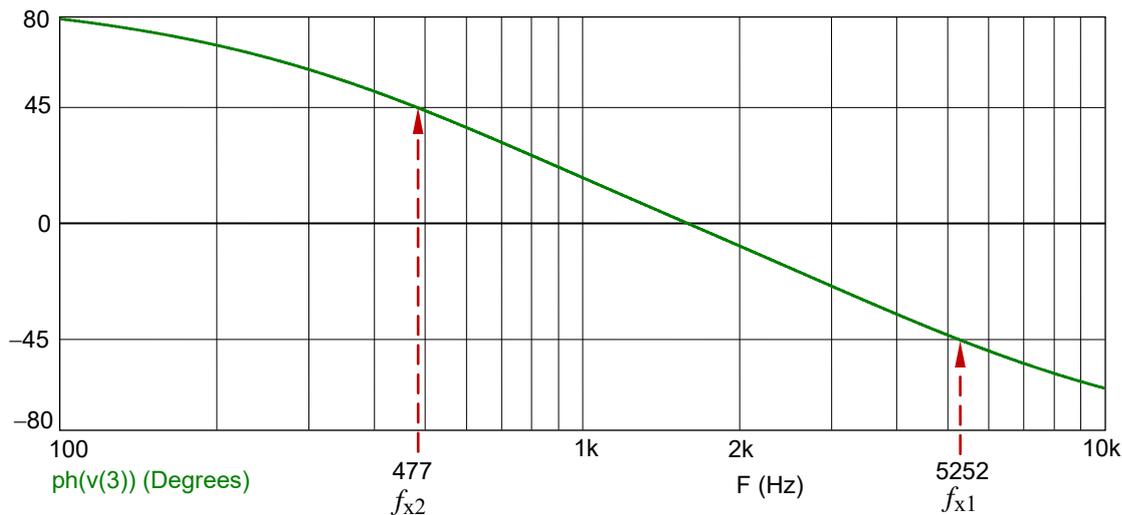


Bild ÜA_2_9.4.B_2: Phasenfrequenzgang zum Bild ÜA_2_9.4.A_1

Die Proben stimmen bis auf kleine Abweichungen, die durch Rundungsfehler ($\sqrt{13} \approx 3,6$) entstehen.

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Bei welcher Kreisfrequenz ist der Winkel zwischen der Ausgangsspannung und der Eingangsspannung gleich null?

Lösung:

Wir verwenden den Lösungsansatz zur originalen Aufgabenstellung:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{j\omega LR}{R^2 - \omega^2 L^2 + 3j\omega LR} = \frac{1}{3 + j \cdot \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L} \right)}$$

Der Winkel wird null, wenn der Imaginärteil des Nenners null ist. Dann gilt:

$$\frac{\omega_{x3}L}{R} = \frac{R}{\omega_{x3}L} \quad \text{bzw.:} \quad \omega_{x3}^2 = \frac{R^2}{L^2} \quad \text{oder:} \quad \omega_{x3} = \frac{R}{L}$$

Die Schaltung wirkt in diesem Fall wie ein ohmscher Spannungsteiler mit einem Teilungsfaktor:

$$\left. \frac{U_a}{U_e} \right|_{\omega_{x3}} = \frac{1}{3}$$

Mit den Zahlenwerten der in den Bildern ÜA_2_9.4.B_1 und ÜA_2_9.4.B_2 dargestellten Simulation erhalten wir folgende Frequenz:

$$3. \text{ Variante für } \varphi_{x3} = 0^\circ: \quad f_{x3} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} = 1592 \text{ Hz} \quad (\text{Gewählt: } R = 1 \text{ k}\Omega \text{ und } L = 100 \text{ mH})$$

Diskussion:

Die Kombination $R_1 - L_1$ besitzt eine Tiefpass-Charakteristik. Die Kombination $R_2 - L_2$ weist ein Hochpass-Verhalten auf. Der gesamte Übertragungsvierpol zeigt dann ein Bandpass-Verhalten (allerdings mit der genannten Dämpfung).

Das Maximum im Funktionsverlauf des Amplitudenfrequenzganges entsteht bei der angegebenen Dimensionierung ($R_1 = R_2 = R$ und $L_1 = L_2 = L$), wenn der Vierpol mit $\omega = \omega_{x3}$ betrieben wird.

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:

Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 9.10 und 9.11 sowie 9.13 und 9.14.

Eine vergleichbare Lösung zur Zusatzaufgabe: [14] – Berechnungsbeispiel 10.16.

Ende der zusätzlichen Lösung