Lösung der Übungsaufgabe ÜA_2_9.4.B:

• **Lösungsansatz:** $\Rightarrow$ Spannungsteilerregel

$$\frac{\underline{U}_\mathrm{a}}{\underline{U}_\mathrm{e}} = \frac{\underline{U}_\mathrm{a}}{\underline{U}_2}\cdot\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_\mathrm{e}} = \frac{R_4}{R_4+\mathrm{j}\omega L_3}\cdot\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}//(R_4+\mathrm{j}\omega L_3)}{R_1+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}//(R_4+\mathrm{j}\omega L_3)} = \frac{R_4}{R_4+\mathrm{j}2R}\cdot\frac{-\mathrm{j}2R//(R_4+\mathrm{j}2R)}{R-\mathrm{j}2R//(R_4+\mathrm{j}2R)}$$

$$= \frac{-\mathrm{j}2RR_4}{R\cdot(R_4-\mathrm{j}2R+\mathrm{j}2R)-\mathrm{j}2R\cdot(R_4+\mathrm{j}2R)} = \frac{-\mathrm{j}2RR_4}{RR_4-\mathrm{j}2RR_4+4R^2}\cdot\left(\frac{:(-\mathrm{j}2RR_4)}{:(-\mathrm{j}2RR_4)}\right) = \frac{1}{1+\mathrm{j}\cdot\left(0{,}5+\frac{2R}{R_4}\right)}$$

• **Dimensionierung:**

$\varphi_\mathrm{x} = \varphi_\mathrm{a} - \varphi_\mathrm{e} = -45°$, wenn: $\mathrm{Im}\{\mathrm{Nenner}\} = \mathrm{Re}\{\mathrm{Nenner}\}$

$0{,}5+\frac{2R}{R_4} = 1$ bzw. $R_4 = \frac{2R}{0{,}5} = 4R$

• **Probe der Zahlenwerte über eine PSPICE-Simulation (siehe auch [11] – Abschn. 1.3.3):**

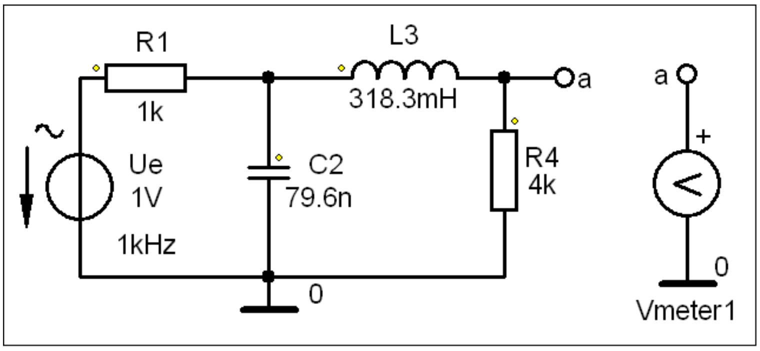

Bild ÜA_2_9.4.B_1: Simulationsschaltung für φ_x = – 45°

Gewählt:
$\underline{U}_\mathrm{e} = 1\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}0}$
$f = 1$ kHz
$R = 1$ kΩ
$L = 318{,}3$ mH
$C = 79{,}6$ nF

Lösung:
siehe Output-File

Output – File:			**Bedeutung:**
FREQ	VM(a,0)	VP(a,0)	$\underline{U}_\mathrm{a}$
1.000E+03	7.071E-01	-4.501E+01	707 mV ; $\angle -45°$

Ende dieser Lösung

Zusatzaufgabe:

Wie müsste die Dimensionierungsvorschrift für R_4 geändert werden, um zwischen der Ausgangsspannung und der Eingangsspannung einen Winkel von $\varphi_y = -60°$ zu erzeugen?

Lösung:

Für den Tangens von 60° gilt: $\tan 60° \approx 1{,}732$. Das negative Vorzeichen kommt dann dadurch zustande, dass der Winkel nur vom Nenner des Ansatzes erzeugt wird, wenn der Zähler reell ist.

Wir verwenden den Lösungsansatz zur originalen Aufgabenstellung:

Dann gilt: $$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{1}{\mathrm{Re}\{Nenner\} + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}\{Nenner\}} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\cdot 1{,}732} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\cdot\left(0{,}5 + \dfrac{2R}{R_{4Z}}\right)}$$

Der Imaginärteil des Nenners muss demzufolge gleich 1,732 sein.

$$\left(0{,}5 + \frac{2R}{R_{4Z}}\right) = 1{,}732 \qquad \text{bzw.} \qquad 1{,}232 = \frac{2R}{R_{4Z}} \qquad \Rightarrow \qquad R_{4Z} = \frac{2R}{1{,}232} \approx 1{,}623R$$

Probe:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}(\mathrm{Z}) = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\cdot\left(0{,}5 + \dfrac{2R}{1{,}623\,R}\right)} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\cdot 1{,}732} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1{,}732^2}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\arctan 1{,}732} \approx 0{,}5 \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}60°}$$

• Probe der Zahlenwerte über eine PSPICE-Simulation (siehe auch [11] – Abschn. 1.3.3):

Zur Simulation wird die Schaltung des Bildes ÜA_2_9.4.B_1 verwendet. Es gelten die dort angegebenen Simulationswerte mit $R_{4Z} = 1{,}623\ \mathrm{k\Omega}$.

Output – File:			**Bedeutung:**
FREQ	VM(a,0)	VP(a,0)	$\underline{U}_a$
1.000E+03	4.999E-01	-6.001E+01	0,5 V ; $\angle -60°$

Das Simulationsergebnis bestätigt unsere Berechnung.

Hinweis: Aufgaben mit vergleichbaren Inhalten finden Sie im:
Übungsbuch [14] – Berechnungsbeispiele 9.10 und 9.11 sowie 9.13 und 9.14.

Ende der zusätzlichen Lösung