Prof. Dr.-Ing. Rainer Ose

Elektrotechnik für Ingenieure
– Grundlagen –
4. Auflage, 2008

Fachhochschule Braunschweig/Wolfenbüttel
-University of Applied Sciences-

Lösung der Übungsaufgabe ÜA_3_16.4.C:

3. Auflage: ÜA_3_16.3.C:

• **Vereinfachungen:** $\mathrm{j}\omega L // \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \dfrac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} = \underline{Z}_1$ und $\mathrm{j}\omega L + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \dfrac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} = \underline{Z}_0$

---

1. Lösungsvariante: Berechnung über die $\underline{A}$-Parameter der Π-Ersatzschaltung

$$\underline{A}_{12} = \underline{Z}_0 = \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} \quad \text{mit: } \omega = \omega_0 \cdot \Omega = \frac{\Omega}{\sqrt{LC}} \quad \text{und: } \omega C = \frac{\Omega \cdot C}{\sqrt{LC}} = \frac{\Omega}{\sqrt{L/C}} \quad \Rightarrow \quad \underline{A}_{12} = -\mathrm{j} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C}$$

$$\underline{A}_{22} = 1 + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1} = 1 + \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L} = 1 + \frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2} = \frac{\Omega^2 - (1-\Omega^2)^2}{\Omega^2} = \frac{-\Omega^4 + 3\Omega^2 - 1}{\Omega^2}$$

---

2. Lösungsvariante: Berechnung über Elementarvierpole

Tabelle ÜA_3_16.4.C_1:
Matrizen-Multiplikation

		1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}$	1	0	
		0	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	1	
1	0	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}$			$\underline{A}_{12}$
$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	1	$\frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L}$	$1+\frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2}$			$\underline{A}_{22}$

---

3. Lösungsvariante: Anwendung der Spannungs- und Stromteilerregel

$$\underline{A}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\Big|_\mathrm{K} = \underline{Z}_{1\mathrm{K}} \cdot \underline{A}_{22} = \left(\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} // \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}\right) \cdot \left[1 + \frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2}\right] = \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j} \cdot \frac{1-\Omega^2}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C}$$

$$\underline{A}_{22} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}\Big|_\mathrm{K} = \left(\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\Omega^2} + \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega C}\right) \cdot \frac{1-\Omega^2}{\mathrm{j}\omega L} = 1 + \frac{(1-\Omega^2)^2}{-\Omega^2} = \frac{-\Omega^4 + 3\Omega^2 - 1}{\Omega^2}$$

- **Nullstellen und Pole:**

Nullstellen: $\underline{A}_{12} \rightarrow \ \Omega = 1$ $\quad\quad$ $\underline{A}_{22} \rightarrow \ \Omega_1 = 0{,}62$ und $\Omega_2 = 1{,}62$

Pole: $\underline{A}_{12} \rightarrow \ \Omega = 0$ $\quad\quad$ $\underline{A}_{22} \rightarrow \ \Omega = 0$

- **Darstellung der Frequenzgänge:** (hier mit einer PSPICE-Simulation; vgl. auch [14] – Abschn. 1.3)

Für die gewählten BE-Werte liegt die Resonanzfrequenz bei $f_0 \approx 500$ Hz.

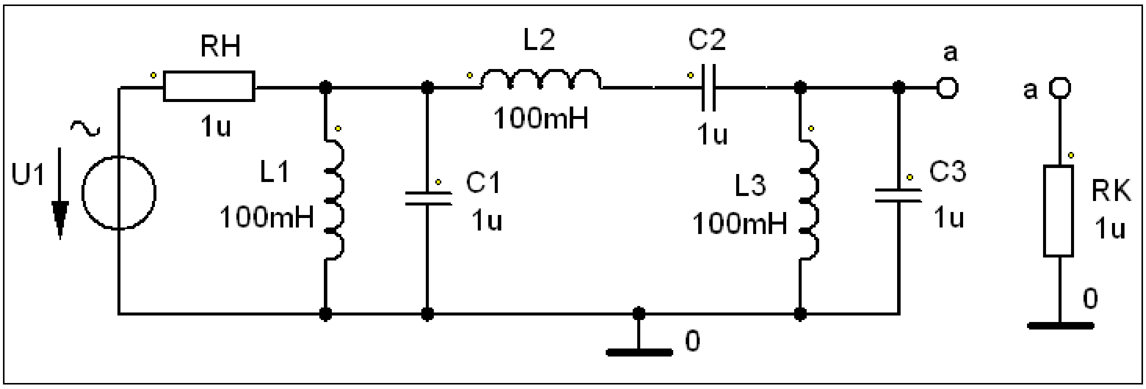

Bild ÜA_3_16.4.C_1: Simulationsschaltung

a) $\underline{A}_{12}$ (rein imaginär): $\underline{A}_{12} = \mathrm{j} \cdot \dfrac{\Omega^2 - 1}{\Omega} \cdot \sqrt{L/C}$

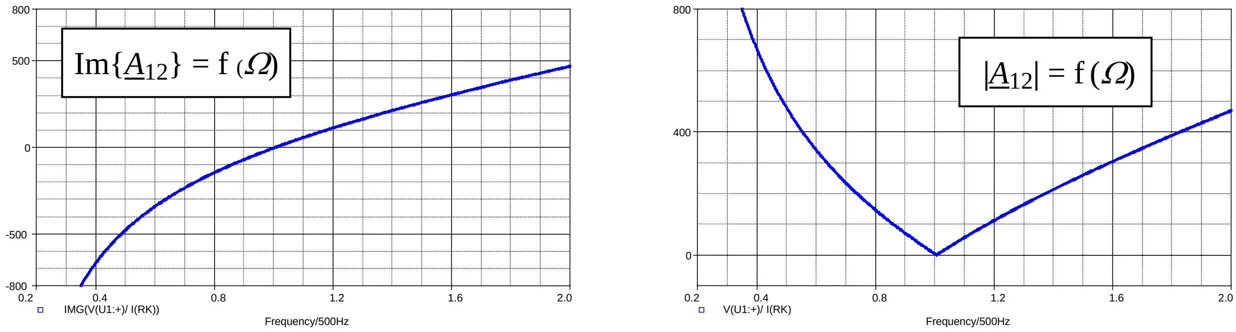

Bild ÜA_3_16.4.C_2: Verlauf des Imaginärteils (links) und des Betrages (rechts) von $\underline{A}_{12}$

b) $\underline{A}_{22}$ (rein reell): $\underline{A}_{22} = 1 - \dfrac{(1 - \Omega^2)^2}{\Omega^2}$

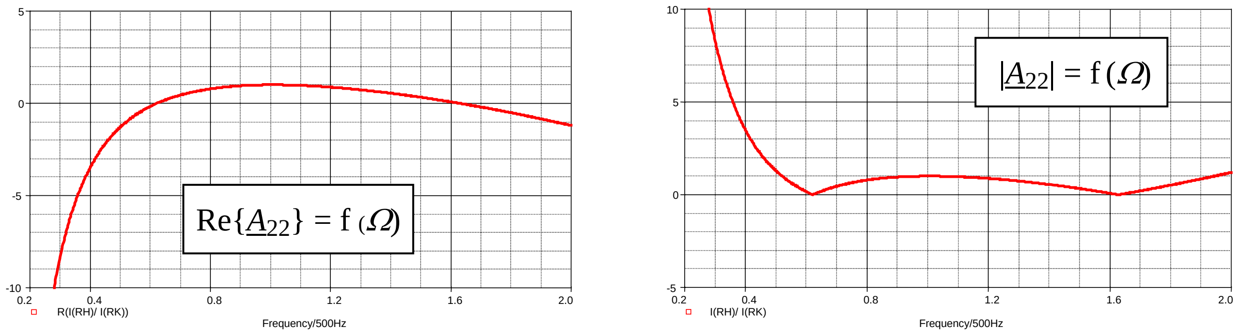

Bild ÜA_3_16.4.C_3: Verlauf des Realteils (links) und des Betrages (rechts) von $\underline{A}_{22}$

Ende dieser Lösung