Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Wolfsburg
Fakultät Wirtschaft

WWP

Wolfsburg Working Papers No. 16-01

Risikobasierte Asset Allocation mit dem Risk Parity-Ansatz

Eine theoretische und empirische Analyse für den deutschen Markt

---

Frieder Meyer-Bullerdiek, März 2016

Risikobasierte Asset Allocation mit dem Risk Parity-Ansatz

Eine theoretische und empirische Analyse für den deutschen Markt

Prof. Dr. Frieder Meyer-Bullerdiek

Ostfalia University of Applied Sciences, Faculty of Business, Siegfried-Ehlers-Straße 1, D-38440 Wolfsburg, Germany

E-mail: F.Meyer-Bullerdiek@Ostfalia.de

Abstract

Vor dem Hintergrund negativer Erfahrungen während der Finanzmarktkrise 2008 haben viele Investoren die traditionellen kapitalgewichteten Modelle der Asset Allocation neu überdacht und sich risikobasierten Ansätzen zugewandt. Der hier einzuordnende Risk Parity-Ansatz wird in der vorliegenden Analyse zunächst theoretisch – auch im Vergleich zu alternativen risikobasierten Modellen – analysiert, wobei jeweils von einer Long-Only-Strategie ausgegangen wird, d.h. es wird von Leerverkäufen abgesehen. Die anschließende empirische Analyse für den deutschen Markt, bei der die Assetklassen Aktien, Anleihen, Immobilien und Gold einbezogen werden, zeigt, dass der Risk Parity-Ansatz in allen betrachteten Perioden zu besseren Ergebnissen führt als ein „naiver“, gleichgewichteter Ansatz. Übertroffen wird er aber noch in vier der ausgewählten fünf Perioden vom Minimum-Varianz-Ansatz.

Inhalt

1 Einleitung

Die traditionellen Investmentansätze basieren auf einer kapitalgewichteten strategischen Asset Allocation. Stehen beispielsweise die beiden Assetklassen Aktien und Anleihen zur Verfügung, könnte eine Aufteilung des Kapitals auf z.B. 50% Aktien und 50% Anleihen erfolgen. Da aber Aktien in der Regel risikoreicher als Anleihen sind, entspricht diese Aufteilung nicht der Aufteilung des Risikos innerhalb eines Portfolios. Insbesondere vor dem Hintergrund der Erfahrungen aus der Finanzmarktkrise im Jahr 2008 scheint eine Assetklassen-Gewichtung entsprechend des eingegangenen Risikos sinnvoll zu sein.[1]

In der Finanzmarktkrise konnten auch bei gut diversifizierten Portfolios z.T. hohe Verluste und Wertschwankungen beobachtet werden. Infolgedessen wird auch die Wirkung der Diversifikation kritischer gesehen, die in Krisenzeiten aufgrund der dann steigenden Korrelationen geringer ausfällt. Ferner erscheint der Diversifikationseffekt bei zunehmender Anzahl an Assetklassen in den Portfolios begrenzt, sofern diese zusätzlichen Assetklassen eine geringe Liquidität und Transparenz aufweisen; denn hierdurch können zusätzliche, unerwünschte Risiken entstehen. Vor diesem Hintergrund und aufgrund der zudem zu beobachtenden unzureichenden Verlässlichkeit langfristiger Renditeprognosen wurden Steuerungskonzepte entwickelt, die nicht auf der Prognose von Renditen, sondern nur auf Volatilitäts- und Korrelationsannahmen basieren. Grundsätzlich orientiert sich dabei die Asset Allocation am Risiko. Beispielsweise kann eine Reduzierung des Gewichts einer Assetklasse in den Fällen vorgenommen werden, in denen ihre Volatilität bzw. ihre Korrelation zu einer anderen Assetklasse steigt.[2]

Als risikobasiertes Konzept zum Risikoausgleich wurde u.a. der sogenannte Risk Parity-Ansatz entwickelt. Das Ziel besteht dabei, das Risiko der jeweiligen Assetklassen möglichst auszugleichen, so dass nicht eine einzelne Assetklasse (z.B. Aktien) einen Verlust bei einem gesamten Portfolio verursacht. Innerhalb des Risk Parity-Ansatzes lassen sich die beiden Ausprägungen Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie und Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie unterscheiden. Zu alternativen risikobasierten Asset Allocation-Konzepten zählen der Minimum-Varianz-Ansatz und der Most-Diversified-Ansatz. Die beiden letzteren Ansätze zielen allerdings nicht direkt auf gleiche Risikobudgets bzw. Risikobeiträge ab.[3]

---

1 Vgl. o.V. (2010). So ist in Zeiten stark fallender Kurse eine deutliche Erhöhung der Risikoaversion von Investoren zu beobachten. Vgl. Goldwhite (2009), S. 40.

2 Vgl. Neumann/Konrad (2011), S. B10.

3 Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 129ff.; Bruder/Roncalli (2013), S. 3.

In der Praxis wird u.a. behauptet, dass das Risk Parity-Konzept der Diversifizierung und dem Risikoausgleich dient und das Management von Risikofaktoren mit einer stabilen Performance vereint. Im Ergebnis soll dieser als „marktunabhängige Strategie“ bezeichnete Ansatz ein deutlich verbessertes Risiko-Ertrags-Profil aufweisen. Obwohl das Konzept bereits häufig in der Praxis angewendet wird, liegen noch nicht viele akademische empirische Untersuchungen vor bzgl. des Verhaltens von Risk Parity-Portfolios.[4]

Vor diesem Hintergrund soll in der vorliegenden Untersuchung der Erfolg der beiden Risk Parity-Ansätze Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie und Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie für den deutschen Markt empirisch ermittelt werden, wobei nicht nur Zeiten fallender Kurse, sondern auch Phasen steigender Kurse von besonderem Interesse sind.

Ziel der Untersuchung ist dabei die Ermittlung der Vorteilhaftigkeit der Risk Parity-Strategien im Vergleich zu einem „naiven“ Portfolio, bei dem die Assetklassen gleich gewichtet sind („Equally Weighted“-Ansatz). Darüber hinaus sollen diese Strategien auch mit dem Minimum-Varianz-Portfolio sowie dem Most-Diversified-Portfolio verglichen werden, die ebenfalls ohne die Bestimmung von erwarteten Renditen zusammengestellt werden können. Zu diesem Zweck werden die Ergebnisse der Untersuchungen mit Hilfe von ausgewählten Performancekennzahlen miteinander verglichen. Zugrunde gelegt wird dabei jeweils eine Long-Only-Strategie, d.h. es wird von Leerverkäufen abgesehen.

Nach der Einleitung wird im zweiten Kapitel zunächst auf die Bestimmung von Risikobeiträgen mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix sowie die Grundlagen des Risk Parity-Ansatzes eingegangen, bevor anschließend die Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie und die Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie vorgestellt werden.

Im dritten Kapitel wird ein Vergleich des Risk Parity-Ansatzes mit den Asset Allocation-Konzepten Equally-Weighted-, Minimum-Varianz- und Most-Diversified-Ansatz vorgenommen. Nach einer Darstellung der jeweiligen Konzepte wird abschließend eine vergleichende Analyse mit den Risk-Parity-Ansätzen durchgeführt.

Auf der Grundlage der in den theoretischen Teilen gewonnenen Erkenntnisse werden im vierten Kapitel die Strategien für den deutschen Aktienmarkt empirisch überprüft, wobei jeweils eine Long-Only-Strategie unterstellt wird. Um den Erfolg insbesondere in der Finanzmarktkrise im Jahr 2008 sowie in der Zeit danach aufzuzeigen, konzentriert sich die Analyse auf den Zeitraum ab dem 1.1.2008 bis zum 31.12.2014. Zur Nutzung des Diversi-

4 Vgl. Aquila Capital Concepts (2015), S. 1f., Kula/Schuller (2012), S. 1.

fikationseffektes für das Portfoliomanagement werden vier wichtige Assetklassen in die zu analysierenden Portfolios einbezogen. Hierdurch kann das unsystematische Risiko weitestgehend wegdiversifiziert werden. Bei den Assetklassen handelt es sich um Aktien (repräsentiert durch den Deutschen Aktienindex, DAX), Anleihen (repräsentiert durch den Deutschen Rentenindex (Performanceindex, REXP), Immobilien (repräsentiert durch den deutschen Index RX Real Estate (Performance)) und Gold. Nach der Beschreibung des Untersuchungsdesigns werden die Gewichtungen der Assetklassen bestimmt und die zur Erfolgsbeurteilung ausgewählten Performancemaße vorgestellt. Daran schließt sich die Darstellung der Performanceergebnisse der einzelnen Strategien an, wobei zunächst die Ergebnisse der einbezogenen Assetklassen für sich betrachtet werden. Am Ende des Kapitels werden die empirischen Untersuchungsergebnisse miteinander verglichen und analysiert.

Die Arbeit endet mit einem Fazit, das die wichtigsten Erkenntnisse der Arbeit zusammenfasst.

2 Der Risk Parity-Ansatz

2.1 Einführung

2.1.1 Die Bestimmung von Risikobeiträgen mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix

Die Bestimmung von Risikobeiträgen kann auf der Basis portfoliotheoretischer Erkenntnisse erfolgen. Dabei geht es insbesondere um die Identifizierung des optimalen risikobehafteten Portfolios, d.h. um die für einen Investor optimale Kombination von risikobehafteten Anlagen unter Berücksichtigung von Rendite und Risiko. Die Portfoliotheorie nutzt auch den sog. Diversifikationseffekt, d.h. die Aufteilung des anzulegenden Vermögens auf mehrere Anlagetitel zwecks Verringerung des unsystematischen Risikos. Die Portfoliorendite wird dazu wie folgt bestimmt:

$$r_{PF} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot r_i$$

mit

x_i = Portfolioanteil (Gewichtung) der Anlage i

r_i = erwartete Rendite der Anlage i (z.B. als Mittelwert der realisierten Renditen)

Als Risikomaß dient die Varianz bzw. die Standardabweichung (als Wurzel der Varianz) der Renditen, wobei zur Bestimmung des Portfoliorisikos die Korrelationen zwischen den Renditen der Anlagen einbezogen werden. Allgemein kann die Portfoliovarianz (σ_{PF}^2) wie folgt dargestellt werden:[5]

$$\sigma_{PF}^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot Cov(r_i, r_j)$$

mit

$Cov(r_i, r_j) = k_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$	=	Kovarianz zwischen den Renditen der Anlagen i und j
k_{ij}	=	Korrelation zwischen den Renditen der Anlagen i und j

Beispielsweise lässt sich die Standardabweichung der Renditen eines Portfolios im Zwei-Anlagen-Fall einfach bestimmen:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

In dem Fall eines aus n Anlagen bestehenden Portfolios kann die Portfoliovarianz mit Hilfe der sog. Varianz-Kovarianz-Matrix ermittelt werden, die sich wie folgt darstellen lässt:

Tab. 1: Varianz-Kovarianz-Matrix

	A	B	**C**	**.....**	**....**	**n**
A	$\sigma_A{}^2$	$Cov(r_A,r_B)$	$Cov(r_A,r_C)$			$Cov(r_A,r_n)$
B	$Cov(r_B,r_A)$	$\sigma_B{}^2$	$Cov(r_B,r_C)$			$Cov(r_B,r_n)$
C	$Cov(r_C,r_A)$	$Cov(r_C,r_B)$	$\sigma_C{}^2$			$Cov(r_C,r_n)$
:						
:						
n	$Cov(r_n,r_A)$	$Cov(r_n,r_B)$	$Cov(r_n,r_C)$			$\sigma_n{}^2$

Die Hauptdiagonale gibt die jeweiligen Varianzen an. Unterhalb dieser Diagonalen befinden sich die gleichen Kovarianzen wie oberhalb. Dies führt zur Vereinfachung der allgemeinen Formel der Portfoliovarianz:

5 Vgl. hierzu und zu den folgenden Ausführungen zur Varianz-Kovarianz-Matrix Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 78ff.

$$\sigma_{PF}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot Cov(r_i, r_j)$$

Mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix kann unter Berücksichtigung der jeweiligen Portfolioanteile x_i der einzelnen Anlagen i die Portfoliovarianz bestimmt werden. Dies wird in der nachfolgenden Tabelle gezeigt. Für eine vereinfachte Darstellung wird dazu für die Kovarianz zwischen den Renditen der Anlagen i und j der folgende Ausdruck verwendet: $Cov(r_i, r_j) = \sigma_{ij}$.

Tab. 2: Mit den Portfolioanteilen gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix

	A	**B**	**C**	**.....**	**....**	**n**	**Σ**
A	$x_A \cdot x_A \cdot \sigma_A^2$	$x_A \cdot x_B \cdot \sigma_{AB}$	$x_A \cdot x_C \cdot \sigma_{AC}$			$x_A \cdot x_n \cdot \sigma_{An}$	$\mathbf{x_A \cdot \sigma_{APF}}$
B	$x_B \cdot x_A \cdot \sigma_{BA}$	$x_B \cdot x_B \cdot \sigma_B^2$	$x_B \cdot x_C \cdot \sigma_{BC}$			$x_B \cdot x_n \cdot \sigma_{Bn}$	$\mathbf{x_B \cdot \sigma_{BPF}}$
C	$x_C \cdot x_A \cdot \sigma_{CA}$	$x_C \cdot x_B \cdot \sigma_{CB}$	$x_C \cdot x_C \cdot \sigma_C^2$			$x_C \cdot x_n \cdot \sigma_{Cn}$	$\mathbf{x_C \cdot \sigma_{CPF}}$
:							
:							
n	$x_n \cdot x_A \cdot \sigma_{nA}$	$x_n \cdot x_B \cdot \sigma_{nB}$	$x_n \cdot x_C \cdot \sigma_{nC}$			$x_n \cdot x_n \cdot \sigma_n^2$	$\mathbf{x_n \cdot \sigma_{nPF}}$
Σ	$\mathbf{x_A \cdot \sigma_{APF}}$	$\mathbf{x_B \cdot \sigma_{BPF}}$	$\mathbf{x_C \cdot \sigma_{CPF}}$			$\mathbf{x_n \cdot \sigma_{nPF}}$	$\mathbf{\sigma_{PF}^2}$

In der Tabelle 2 kann im Feld rechts unten die Varianz des Portfolios abgelesen werden.

Von besonderem Interesse ist das sog. Marginal Risk (MR), d.h. das zusätzliche Portfoliorisiko, das mit einer infinitesimal kleinen Erhöhung des Anteils einer bestimmten Anlage entsteht. Es lässt sich beispielsweise für den 2-Anlagenfall als Ableitung der Standardabweichung eines Portfolios nach x_i z.B. für die Anlage 1 wie folgt bestimmen:[6]

$$\sigma_{PF} = \sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

$$=> \qquad MR_1 = \frac{\partial \sigma_{PF}}{\partial x_1} = \frac{2 \cdot x_1 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{2 \cdot \sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}}$$

6 Vgl. Roncalli (2014a), S. 79.

$$\Leftrightarrow \qquad MR_1 = \frac{\partial \sigma_{PF}}{\partial x_1} = \frac{x_1 \cdot \sigma_1^2 + x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}} = \frac{Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}} = k_{1PF} \cdot \sigma_1$$

In dem letzten Formelausdruck ergibt sich der Zähler entsprechend der rechten Spalte („Σ“) der mit den Portfolioanteilen gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix, wobei die dort stehende Summe noch durch x_n (hier: x_1) dividiert wird. Unter Berücksichtigung des Betafaktors der Anlage 1 ($ß_1$) kann MR damit auch in der folgenden Weise bestimmt werden:[7]

$$MR_1 = ß_1 \cdot \sigma_{PF}$$

$$\text{mit} \quad ß_1 = k_{1PF} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{PF}} = \frac{Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}^2}$$

Der Risikobeitrag (RB) für die Anlage 1 ergibt sich dann wie folgt:[8]

$$RB_1 = x_1 \cdot \frac{\partial \sigma_{PF}}{\partial x_1} = \frac{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}} = \frac{x_1 \cdot Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}} = x_1 \cdot k_{1PF} \cdot \sigma_1$$

In der Summe führen die Risikobeiträge der beiden Anlagen dann wiederum zur Standardabweichung des Portfolios:

$$RB_1 + RB_2 = \frac{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}} + \frac{x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + x_2 \cdot x_1 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}}$$

$$\Leftrightarrow \qquad RB_1 + RB_2 = \frac{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}} = \frac{\sigma_{PF}^2}{\sigma_{PF}} = \sigma_{PF}$$

Diese Formeln können auf den Mehranlagenfall übertragen werden. In diesem Fall lassen sich die Beiträge der einzelnen Anlagen zum Portfolio-Gesamtrisiko mit Hilfe der folgenden Formel bestimmen:[9]

$$RB_i = \frac{x_i \cdot \sum_{j=1}^{n} x_j \cdot Cov(r_i, r_j)}{\sigma_{PF}} = \frac{x_i \cdot Cov(r_i, r_{PF})}{\sigma_{PF}} \quad ; \qquad \sum_{i=1}^{n} RB_i = \sigma_{PF}$$

---

7 Das MR kann auch als „Marginal Contribution to Risk“ bezeichnet werden. Vgl. Lee (2011), S. 24.

8 Hierbei bezieht sich der Begriff „Risikobeitrag“ auf die Standardabweichung als Risikomaß.

Bezieht man den (absoluten) Risikobeitrag RB auf das Gesamtrisiko des Portfolios (σ_{PF}), so erhält man den relativen Beitrag zum Gesamtrisiko:

$$\text{Relativer Risikobeitrag} = \frac{RB}{\sigma_{PF}} = x_i \cdot \frac{Cov(r_i, r_{PF})}{\sigma_{PF}^2} = x_i \cdot ß_i$$

mit

$ß_i$ = Betafaktor der Anlage i

Auf diese Zusammenhänge wird im Rahmen der Betrachtung des Risk Parity-Ansatzes zurückgegriffen.

2.1.2 Grundlagen des Risk Parity-Ansatzes

Der Risk Parity-Ansatz wurde – obwohl schon länger existent – im Jahr 1996 durch den Hedge-Fonds-Anbieter Bridgewater und dessen All-Weather-Fonds bekannt. Aufgrund von Nachahmerprodukten erfuhr der Ansatz zwischen 2000 und 2010 eine größere Verbreitung. Im deutschsprachigen Raum stieß die Strategie insbesondere nach der Finanzmarktkrise 2008 auf zunehmendes Interesse, nachdem verschiedene Investmentfondsanbieter bzw. Investoren Risk Parity-Konzepte umgesetzt haben.[10]

Eine traditionelle, kapitalbasierte Aufteilung von z.B. 50% Aktienanteil und 50% Anleihenanteil im Portfolio kann dazu führen, dass die Rendite und das Risiko des Portfolios maßgeblich von der Aktienrendite beeinflusst werden, während die Anleihen keinen besonderen Einfluss haben. Somit liegt tatsächlich keine wirkliche Diversifizierung des Portfolios vor. Beim Risk Parity-Ansatz wird dagegen im Vergleich zur traditionellen Asset Allocation deutlich weniger in Aktien und mehr in andere Assetklassen investiert. Sollen bei einem Aktien-/Anleihenportfolio beide Assetklassen gleichermaßen zum Gesamtrisiko beitragen (Balanced Risk Portfolio), so müssten Aktien entsprechend einen geringeren Anteil zugunsten der Anleihen im Portfolio erhalten. Somit kann das Risikobudget des Portfolios breiter über andere Anlagen gestreut werden. Entsprechend können Portfoliorenditen erwartet werden, die geringere Volatilitäten aufweisen.[11]

---

9 Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 82f., wobei dort die Varianz als Risikomaß zugrunde gelegt wird.
10 Vgl. Grimm/Schuller/Wilhelmer (2014), S. 287.
11 Vgl. Hurst/Johnson/Hua Ooi (2010), S. 2f.

Anders als z.B. die Asset Allocation gemäß Portfoliotheorie benötigt der Risk Parity-Ansatz grundsätzlich keine Prognosen bezüglich der erwarteten Renditen.[12] Allerdings müssen ebenfalls Risikokennzahlen und – je nach gewähltem Ansatz – Korrelationen geschätzt werden. Letzteres gilt nicht für die Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie als erste Ausprägung des Risk Parity-Ansatzes, da die Gewichtung der einzelnen Anlagen im Portfolio in Abhängigkeit von ihrer inversen Volatilität vorgenommen wird. Dagegen sind Korrelationsschätzungen im Rahmen der zweiten Ausprägung erforderlich. Hierbei handelt es sich um die Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie.

Abzugrenzen ist der Risk Parity-Ansatz von weiteren Verfahren, die zur Asset Allocation ebenfalls auf die Ermittlung von Renditen verzichten. Dazu zählt insbesondere der Minimum-Varianz-Ansatz, mit dem die risikominimale Kombination der zur Verfügung stehenden Anlagen ermittelt werden kann. Darüber hinaus zählt auch der Most-Diversified-Ansatz zu den risikobasierten Asset Allocation-Konzepten. Im Rahmen der Analyse wird daher der Risk Parity-Ansatz auch mit diesen beiden Ansätzen verglichen, wobei zusätzlich noch die als „naiver" Ansatz zu bezeichnende Equally-Weighted-Strategie als Vergleichsmaßstab herangezogen wird.

2.2 Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie

Die Asset Allocation gemäß der Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie basiert nicht auf der Maximierung des Nutzens für einen Investor. Somit benötigt sie für die Zusammenstellung des Portfolios auch keine Renditeprognosen.[13] Das Ziel dieser Strategie ist, dass die Risikobudgets für alle Anlagen im Portfolio identisch sind. Dabei wird unterstellt, dass – unter der Annahme, dass die Standardabweichung das Risikomaß darstellt – die Risikobudgets der jeweiligen Anlagen als Produkt aus Standardabweichung und Portfolioanteil definiert werden. Anders als bei den Risikobeiträgen werden somit im Mehranlagenfall die Korrelationen zwischen den einzelnen Anlagen nicht mit einbezogen, bzw. es wird angenommen, dass sämtliche Korrelationen der Anlagen mit dem Portfolio identisch sind (wie unten noch

12 Zu einem Ansatz, der erwartete Renditen in Risk Parity-Portfolios einbezieht, vgl. Roncalli (2014b),S.1ff.

13 Zur Bestimmung der optimalen Portfoliozusammensetzung auf Basis der Nutzenfunktion vgl. Bruns/ Meyer-Bullerdiek (2013), S. 74ff.

gezeigt wird). Für den ERB-Ansatz gilt somit die folgende Zielsetzung für alle Anlagen 1 bis n in einem Portfolio:[14]

$$x_1 \cdot \sigma_1 = x_2 \cdot \sigma_2 = x_3 \cdot \sigma_3 = ... = x_n \cdot \sigma_n$$

Für ein Portfolio mit 4 Anlagen kann die Berechnung der Anteile im Portfolio beispielhaft wie folgt dargestellt werden:

$$\sigma_1 \cdot x_1 = \sigma_2 \cdot x_2 = \sigma_3 \cdot x_3 = \sigma_4 \cdot x_4 \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot x_1, \quad x_3 = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \cdot x_1, \quad x_4 = \frac{\sigma_1}{\sigma_4} \cdot x_1$$

$$=> \quad x_1 = 1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot x_1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \cdot x_1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_4} \cdot x_1 = 1 - \sigma_1 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right)$$

$$\Leftrightarrow \quad x_1 + \sigma_1 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right) = 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad 1 + \sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right) = \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_1} + \sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right) = \frac{1}{x_1} \qquad \Leftrightarrow \qquad \sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right) = \frac{1}{x_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_1 = \frac{1}{\sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4} \right)} = \frac{1/\sigma_1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_4}}$$

Für eine Anlage i ergibt sich der Anteil x_i im ERB-Portfolio in allgemeiner Form:[15]

$$x_i^{ERB} = \frac{1/\sigma_i}{\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_i}, \text{ wobei für ein ERB-Portfolio gilt: } \sum_{i=1}^{n} x_i^{ERB} = 1$$

Dieser Formel kann auch das Ergebnis für den folgenden Fall unmittelbar entnommen werden:

Falls für alle σ_i und σ_j gilt: $\sigma_i = \sigma_j$, so folgt daraus: $x_i^{ERB} = \frac{1/\sigma_i}{n/\sigma_i} = \frac{1}{n}$

In diesem speziellen Fall werden somit alle Anlagen im Portfolio gleichgewichtet.

14 Vgl. Leote de Carvalho/Lu/Moulin (2012), S. 56. Das Produkt aus Standardabweichung und Portfolioanteil kann auch als „Volatility Contribution" bezeichnet und als Risikobeitrag bei perfekter Korrelation interpretiert werden, vgl. Bruder/Roncalli (2013), S. 18.

15 Vgl. Leote de Carvalho/Lu/Moulin (2012), S. 58.

Die ERB-Strategie soll anhand eines aus den 4 Anlagen A, B, C und D bestehenden Beispielportfolios näher beleuchtet werden. Für die Standardabweichungen und die Korrelationen zwischen den Renditen der einzelnen Anlagen werden die folgenden Beispieldaten – auch für die in den nächsten Abschnitten dargestellten Strategien – zugrunde gelegt:

Tab. 3: Grundbeispiel zum Risk Parity-Ansatz: Standardabweichungen

	A	**B**	**C**	**D**
Standard-abweichungen	18%	11%	16%	24%

Tab. 4: Grundbeispiel zum Risk Parity-Ansatz: Korrelationen

Korrelationen	**A**	**B**	**C**	**D**
A	1,00	0,40	-0,10	0,30
B	0,40	1,00	0,10	0,20
C	-0,10	0,10	1,00	-0,15
D	0,30	0,20	-0,15	1,00

Hieraus lassen sich unter Berücksichtigung der o.g. Standardabweichungen die folgenden Kovarianzen ableiten:

Tab. 5: Grundbeispiel zum Risk Parity-Ansatz: Kovarianzen

Kovarianzen	**A**	**B**	**C**	**D**
A	3,240%	0,792%	-0,288%	1,296%
B	0,792%	1,210%	0,176%	0,528%
C	-0,288%	0,176%	2,560%	-0,576%
D	1,296%	0,528%	-0,576%	5,760%

Die Bestimmung der jeweiligen Anteile x_i der einzelnen Anlagen am ERB-Portfolio kann mit Hilfe der nachfolgenden Tabelle gezeigt werden.

Tab. 6: Beispiel zur ERB-Strategie: Gewichtungen

	A	B	C	D	**Summe**
σ_i	18%	11%	16%	24%	
$1/\sigma_i$	5,5556	9,0909	6,2500	4,1667	**25,0631**
x_i	22,1662%	36,2720%	24,9370%	16,6247%	**100,0000%**
$x_i \cdot \sigma_i$	3,9899%	3,9899%	3,9899%	3,9899%	**15,9597%**

Somit ergeben sich gemäß ERB-Strategie für die vier Anlagen die folgenden Gewichte im Portfolio:

$x_A^{ERB} = 22{,}1662\%$, $x_B^{ERB} = 36{,}2720\%$, $x_C^{ERB} = 24{,}9370\%$, $x_D^{ERB} = 16{,}6247\%$

Erkennbar ist an diesen Werten, dass offensichtlich Anlagen mit einem höheren (geringeren) Risiko untergewichtet (übergewichtet) werden. Insofern wird eher in risikoärmere Anlagen investiert, wobei diese Anlagen gleichzeitig dazu tendieren ein relativ geringes Beta aufzuweisen.[16]

Das Risikobudget als die mit den Portfolioanteilen gewichtete Standardabweichung beträgt somit für jede Anlage 3,9899%. Unter Berücksichtigung dieser Werte lässt sich die gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix bestimmen. Das Ergebnis zeigt die folgende Tabelle:

Tab. 7: Beispiel zur ERB-Strategie: gewichtete Kovarianzen

Gewichtete Kovarianzen	A	B	C	D	Summe
A	0,15919%	0,06368%	-0,01592%	0,04776%	**0,25471%**
B	0,06368%	0,15919%	0,01592%	0,03184%	**0,27063%**
C	-0,01592%	0,01592%	0,15919%	-0,02388%	**0,13532%**
D	0,04776%	0,03184%	-0,02388%	0,15919%	**0,21491%**
Summe	**0,25471%**	**0,27063%**	**0,13532%**	**0,21491%**	**0,87557%**

Aus der Tabelle kann die Varianz des ERB-Portfolios abgelesen werden. Sie beträgt in diesem Beispiel 0,87557%. Entsprechend beläuft sich die Standardabweichung des ERB-Portfolios auf 9,3572%:

$$\sigma_{ERB} = \sqrt{0{,}87557\%} = 9{,}35720\%$$

In der nachfolgenden Tabelle werden die absoluten Risikobeiträge (RB), die relativen Risikobeiträge, die Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen mit der Portfoliorendite, die auf das ERB-Portfolio bezogenen Betafaktoren und das Marginal Risk dargestellt:

16 Vgl. Leote de Carvalho/Lu/Moulin (2012), S. 58.

Tab. 8: Beispiel zur ERB-Strategie: Ergebnisse

	Absoluter RB	Relativer RB	$Cov(r_i,r_{PF})$	$ß_i^{ERB}$	MR
A	2,72210%	29,09091%	1,14910%	1,31240	12,28036%
B	2,89223%	30,90909%	0,74612%	0,85215	7,97371%
C	1,44611%	15,45455%	0,54263%	0,61974	5,79906%
D	2,29677%	24,54545%	1,29274%	1,47645	13,81541%
Summe	**9,35720%**	**100,00000%**			

Aus den Ergebnissen in der Tabelle ist erkennbar, dass für die einzelnen Anlagen unterschiedliche Risikobeiträge ermittelt werden können. Diese Unterschiede sind darauf zurückzuführen, dass bei der Ermittlung der Anteile der jeweiligen Anlagen am Portfolio die Korrelationen zwischen den Renditen der sich im Portfolio befindenden Anlagen nicht berücksichtigt werden. Somit spielen dabei Diversifikationseffekte offenbar keine Rolle. Dennoch kommen diese Effekte bei den Ergebnissen in Tabelle 8 aber zum Tragen.

Die jeweils gewichteten Betafaktoren ergeben in der Summe den Wert 1:

$$ß_{PF}^{ERB} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot ß_i$$

$$= 22{,}1662\% \cdot 1{,}31240 + 36{,}2720\% \cdot 0{,}85215 + 24{,}9370\% \cdot 0{,}61974 + 16{,}6247\% \cdot 1{,}47645$$

$$= 0{,}29091 + 0{,}30909 + 0{,}15455 + 0{,}24545 = 1{,}00000$$

Diese Rechnung zeigt – wie in Abschnitt 2.1.1 gezeigt –, dass die einzelnen gewichteten Betas den relativen Risikobeiträgen entsprechen.

2.3 Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie

Ziel der Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie (die auch als Equally-Weighted-Risk-Contribution-Strategie bezeichnet werden kann) ist die Gleichheit der Risikobeiträge der einzelnen Anlagen zum Gesamtrisiko des Portfolios.[17]

Wie bereits oben gezeigt, lässt sich der absolute Risikobeitrag einer Anlage i zum Gesamtrisiko wie folgt bestimmen:

17 Vgl. Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 4ff.

$$RB_i = \frac{x_i \cdot \sum_{j=1}^{n} x_j \cdot Cov(r_i, r_j)}{\sigma_{PF}} = \frac{x_i \cdot Cov(r_i, r_{PF})}{\sigma_{PF}}$$

Für den 2-Anlagenfall gilt entsprechend der ERC-Strategie die folgende Beziehung:

$$RB_1 = RB_2 = \frac{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{PF}} = \frac{x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + x_2 \cdot x_1 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{PF}}$$

Da $x_2 = (1 - x_1)$, ergibt sich:

$$\frac{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_1 \cdot (1 - x_1) \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{PF}} = \frac{(1 - x_1)^2 \cdot \sigma_2^2 + (1 - x_1) \cdot x_1 \cdot k_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{PF}}$$

$$=> \qquad x_1^2 \cdot \sigma_1^2 = (1 - x_1)^2 \cdot \sigma_2^2$$

Dabei wird hier unterstellt, dass $0 \leq x_1 \leq 1$. Somit führt dieser 2-Anlagenfall zu der folgenden Lösung:

$$=> \qquad x_1 \cdot \sigma_1 = (1 - x_1) \cdot \sigma_2 = \sigma_2 - x_1 \cdot \sigma_2$$

$$\Leftrightarrow \qquad x_1 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_2$$

$$\Leftrightarrow \qquad x_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

Nach einigen Umformungen ergibt sich auch folgender Ausdruck für diese Lösung:

$$x_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{1}{\frac{\sigma_2}{\sigma_2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = \frac{1}{\sigma_1 \cdot \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} \right)} = \frac{1/\sigma_1}{1/\sigma_1 + 1/\sigma_2}$$

Wie der 2-Anlagenfall zeigt, sind die Korrelationen zwischen den beiden Anlagen bzw. zwischen den Anlagen und dem Portfolio für die Lösung nicht erforderlich. Das Ergebnis entspricht dem Ergebnis der Equal-Risk-Budget-Strategie im 2-Anlagen-Fall:

$$x_i^{ERB} = \frac{1/\sigma_i}{\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_i} = \frac{1/\sigma_1}{1/\sigma_1 + 1/\sigma_2}$$

Allgemein kann für den ERC-Ansatz das nachfolgende Gleichungssystem in allgemeiner Form aufgestellt werden:

$$\frac{x_1 \cdot Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}} = \frac{x_2 \cdot Cov(r_2, r_{PF})}{\sigma_{PF}}$$

$$\frac{x_1 \cdot Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}} = \frac{x_3 \cdot Cov(r_3, r_{PF})}{\sigma_{PF}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{x_1 \cdot Cov(r_1, r_{PF})}{\sigma_{PF}} = \frac{x_n \cdot Cov(r_n, r_{PF})}{\sigma_{PF}}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n = 1$$

$x_1 > 0$, $x_2 > 0$, $x_3 > 0$, …. $x_n > 0$

Da hier davon ausgegangen werden soll, dass die Anteile x_i jeweils positiv sind, kann auch von einer „Long-only"-Strategie gesprochen werden.[18]

Entsprechend sind auch die relativen Risikobeiträge (= RB/σ_{PF}) der n einzelnen Anlagen im ERC-Portfolio identisch, so dass gilt:[19]

$$\text{Relativer Risikobeitrag im ERC-Portfolio} = x_i^{ERC} \cdot \frac{Cov(r_i, r_{PF})}{\sigma_{PF}^2} = x_i^{ERC} \cdot ß_i^{ERC} = \frac{1}{n}$$

mit

$ß_i^{ERC}$ = Betafaktor der Anlage i in Bezug auf das ERC-Portfolio[20]

Der Anteil x_i kann dann auch wie folgt ausgedrückt werden:

$\Leftrightarrow \quad x_i^{ERC} = \frac{1}{n \cdot ß_i^{ERC}}$, wobei für ein ERC-Portfolio gilt: $\sum_{i=1}^{n} x_i^{ERC} = 1$

Somit ist der Anteil x_i einer Anlage umgekehrt proportional zu ihrem Betafaktor. Je höher das Beta, desto geringer die Gewichtung im Portfolio und umgekehrt. Entsprechend wer-

18 Zu Lösungsmöglichkeiten ohne Long-Only-Restriktion vgl. Bai/Scheinberg/Tutuncu (2013), S. 7ff.

19 Vgl. dazu auch Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 6. sowie Clarke/de Silva/Thorley (2013), S. 49.

20 Zu beachten ist hierbei, dass sich dieses Beta nicht auf den Gesamtmarkt (wie in theoretischen Modellen, wie z.B. dem CAPM üblich), sondern nur auf das ERC-Portfolio bezieht.

den Anlagen mit einer hohen (geringen) Standardabweichung oder einer hohen (geringen) Korrelation mit dem Portfolio geringer (höher) gewichtet.

Nunmehr soll auch für die ERC-Strategie das o.g Beispiel mit den vier zur Verfügung stehenden Anlagen A, B, C und D herangezogen werden. Entsprechend werden die Standardabweichungen und Korrelationen bzw. Kovarianzen zwischen den Renditen der vier Anlagen zugrunde gelegt.

Allerdings lassen sich die Anteile x_i^{ERC} analytisch nicht mit Hilfe der o.g. Formel bestimmen, da für die Ermittlung des Betafaktors die Varianz bzw. die Standardabweichung des ERC-Portfolios erforderlich ist. Diese kann aber erst ermittelt werden, wenn die Gewichtungen der einzelnen Anlagen im Portfolio feststehen. Aus diesem Grund wird für das Beispiel auf den Solver des Tabellenkalkulationsprogramms Microsoft Excel zurückgegriffen. Als Lösung ergeben sich die folgenden Gewichte im ERC-Portfolio:

$$x_A^{ERC} = 20{,}5008\%, \quad x_B^{ERC} = 31{,}2471\%, \quad x_C^{ERC} = 31{,}0244\%, \quad x_D^{ERC} = 17{,}2277\%$$

Erkennbar ist auch hier wiederum, dass tendenziell Anlagen mit einem höheren (geringeren) Risiko eher untergewichtet (eher übergewichtet) werden (wobei aber zu beachten ist, dass dies nicht generell gilt, weil gleichzeitig auch die Korrelationen untereinander noch zu berücksichtigen sind). Insofern kann davon ausgegangen werden, dass auch bei der ERC-Strategie tendenziell meist eher in risikoärmere Anlagen investiert wird. Für dieses Beispiel ergibt sich die in der folgenden Tabelle dargestellte gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix.

Tab. 9: Beispiel zur ERC-Strategie: gewichtete Kovarianzen

Gewichtete Kovarianzen	**A**	**B**	**C**	**D**	**Summe**
A	0,13617%	0,05073%	-0,01832%	0,04577%	**0,21436%**
B	0,05073%	0,11814%	0,01706%	0,02842%	**0,21436%**
C	-0,01832%	0,01706%	0,24640%	-0,03079%	**0,21436%**
D	0,04577%	0,02842%	-0,03079%	0,17095%	**0,21436%**
Summe	**0,21436%**	**0,21436%**	**0,21436%**	**0,21436%**	**0,85745%**

Die gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix führt somit zu einer Varianz des ERC-Portfolios von 0,85745%, was einer Standardabweichung des Portfolios von 9,25984% entspricht:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{0{,}85745\%} = 9{,}25984\%$$

Wie bei der ERB-Strategie können auch für die ERC-Strategie die absoluten Risikobeiträge (RB), die relativen Risikobeiträge, die Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen mit der Portfoliorendite, die auf das ERC-Portfolio bezogenen Betafaktoren und das Marginal Risk in einer Tabelle dargestellt werden:

Tab. 10: Beispiel zur ERC-Strategie: Ergebnisse

	Absoluter RB	Relativer RB	$Cov(r_i, r_{PF})$	$ß_i^{ERC}$	MR
A	2,31496%	25,00000%	1,04562%	1,21946	11,29203%
B	2,31496%	25,00000%	0,68602%	0,80007	7,40856%
C	2,31496%	25,00000%	0,69095%	0,80582	7,46174%
D	2,31496%	25,00000%	1,24429%	1,45115	13,43747%
Summe	**9,25984%**	**100,00000%**			

Die Ergebnisse in der Tabelle zeigen, dass für die einzelnen Anlagen jeweils die gleichen Risikobeiträge ermittelt werden können, was dem Ziel der ERC-Strategie entspricht.

Die jeweils gewichteten Betafaktoren ergeben in der Summe den Wert 1:

$$ß_{PF}^{ERC} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{ERC} \cdot ß_i^{ERC}$$

$$= 20{,}5008\% \cdot 1{,}21946 + 31{,}2471\% \cdot 0{,}80007 + 31{,}0244\% \cdot 0{,}80582 + 17{,}2277\% \cdot 1{,}45115$$

$$= 0{,}25000 + 0{,}25000 + 0{,}25000 + 0{,}25000 = 1{,}00000$$

Dieses Ergebnis kann auch direkt aus der Umstellung der obigen Formel abgeleitet werden:

$$x_i^{ERC} = \frac{1}{n \cdot ß_i^{ERC}} \quad \Leftrightarrow \quad x_i^{ERC} \cdot ß_i^{ERC} = \frac{1}{n}$$

Bei dem Beispiel wird deutlich, dass sich die jeweiligen Betafaktoren der einzelnen Anlagen von den Betafaktoren des ERB-Portfolios unterscheiden. Dies ist auf die Unterschiede von ERB- und ERC-Portfolio zurückzuführen, welche sich dadurch ergeben, dass bei der Ermittlung der Gewichtungen der jeweiligen Anlagen im ERB-Portfolio die Korrelationen zwischen den Renditen der sich im Portfolio befindenden Anlagen nicht berücksichtigt werden.

Das Beispiel zeigt zudem, dass sämtlich gewichtete Betafaktoren im ERC-Portfolio gleich sind. Somit gilt:

$$x_1^{ERC} \cdot ß_1^{ERC} = x_2^{ERC} \cdot ß_2^{ERC} = x_3^{ERC} \cdot ß_3^{ERC} = ... = x_n^{ERC} \cdot ß_n^{ERC}$$

Auch hieraus folgt – analog zu der obigen, allgemeinen Bestimmung für den Anteil x_i im ERB-Portfolio – der folgende Zusammenhang:[21]

$$x_i^{ERC} = \frac{1/ß_i^{ERC}}{\sum_{i=1}^{n} 1/ß_i^{ERC}} = \frac{1}{n \cdot ß_i^{ERC}}$$

Sofern die Korrelationen der einzelnen Anlagen untereinander und damit auch zwischen den einzelnen Anlagen und dem Portfolio jeweils identisch sind, würden sich beim ERC-Ansatz die gleichen Gewichtungen wie beim ERB-Ansatz ergeben. Dies lässt sich wie folgt zeigen:

$$ß_i^{ERC} = k_{iPF} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_{PF}} \quad => \quad x_i^{ERC} = \frac{\frac{\sigma_{PF}}{\sigma_i \cdot k_{iPF}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_{PF}}{\sigma_i \cdot k_{iPF}}} = \frac{\frac{\sigma_{PF}}{k_{iPF}} \cdot \frac{1}{\sigma_i}}{\frac{\sigma_{PF}}{k_{iPF}} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i}} = \frac{\frac{1}{\sigma_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i}} = x_i^{ERB}$$

mit

k_{iPF} für alle i = konstant

Würde man beispielsweise unterstellen, dass in dem obigen Beispiel sämtliche Korrelationen zwischen den Anlagen den Wert 0,2 annehmen, würde dies zu folgenden Ergebnissen führen:

Tab. 11: Variation des Grundbeispiels zum Risk Parity-Ansatz: Korrelationen

Korrelationen	A	B	C	D
A	1,00	0,20	0,20	0,20
B	0,20	1,00	0,20	0,20
C	0,20	0,20	1,00	0,20
D	0,20	0,20	0,20	1,00

21 Vgl. Roncalli (2014a), S. 122; Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 6. Vor diesem Hintergrund kann das ERC-Portfolio auch als “Beta Parity-Portfolio” bezeichnet werden, während das ERB-Portfolio auch „Volatility Parity-Portfolio“ genannt werden kann. Vgl. Fisher/Maymin/Maymin (2013), S. 6. Zu einem alternativen Ansatz vgl. Chaves/Hsu/Li/Shakernia (2012), S. 6ff.

Tab. 12: Variation des Grundbeispiels zum Risk Parity-Ansatz: Kovarianzen

Kovarianzen	A	B	C	D
A	3,240%	0,396%	0,576%	0,864%
B	0,396%	1,210%	0,352%	0,528%
C	0,576%	0,352%	2,560%	0,768%
D	0,864%	0,528%	0,768%	5,760%

$$x_{ERC}(A) = 22{,}1662\%,\quad x_{ERC}(B) = 36{,}2720\%,\quad x_{ERC}(C) = 24{,}9370\%,\quad x_{ERC}(D) = 16{,}6247\%$$

Diese Gewichtungen entsprechen den Werten des ERB-Ansatzes. Zu beachten ist, dass die veränderten Korrelationen zu einer anderen Standardabweichung des Portfolios (10,09380%) gegenüber dem obigen ERB-Wert im Grundbeispiel führen. Sie ist aber in dem Fall der identischen Korrelationen für beide Portfolios (ERB und ERC) gleich.

Wird darüber hinaus unterstellt, dass die Volatilitäten sämtlicher Anlagen im Portfolio identisch sind, so resultieren daraus die folgenden Gewichtungen:

$$x_i^{ERC} = \frac{\dfrac{\sigma_{PF}}{\sigma_i \cdot k_{iPF}}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\sigma_{PF}}{\sigma_i \cdot k_{iPF}}} = \frac{\dfrac{\sigma_{PF}}{k_{iPF}} \cdot \dfrac{1}{\sigma_i}}{\dfrac{\sigma_{PF}}{k_{iPF}} \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{\sigma_i}} = \frac{\dfrac{1}{\sigma_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{\sigma_i}} = \frac{\dfrac{1}{\sigma_i}}{n \cdot \dfrac{1}{\sigma_i}} = \frac{1}{n}$$

mit

k_{iPF} und σ_i für alle i konstant

Sowohl am ERB- als auch am ERC-Ansatz kann kritisiert werden, dass die erwartete Rendite keinen Einfluss auf die Zusammensetzung des Portfolios nimmt. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass tendenziell risikoärmere Anlagen eher stärker gewichtet werden. Dies bedeutet gleichzeitig, dass die erwartete Rendite von Risk Parity-Portfolios geringer ausfallen wird als bei kapitalgewichteter Asset Allocation. Um dennoch eine (höhere) erwartete Rendite zu erzielen, müsste eine Leverage-Strategie beim Risk Parity-Portfolio umgesetzt werden, d.h. dass mittels Kreditaufnahme mehr als das zur Verfügung stehende Investitionsvermögen eingesetzt wird. Hierbei können aber weitere Risiken entstehen, z.B. aufgrund von Veränderungen der Finanzierungskosten und der Verfügbarkeit von Kreditfinanzierungen. Auch kann ein „Leveraged Portfolio“ mehr als 100% des eingesetzten Kapitals verlieren. Darüber hinaus hebeln nur wenige Investoren in der Praxis ihre Portfolios, so dass es für Investoren bzw. Portfoliomanager auch ein Risiko darstellen kann, eine unkonventionelle, von Wettbewerbern abweichende Strategie zu verfolgen. Aus diesen Gründen ist nicht zu erwarten, dass eine Leverage-Strategie in Zukunft von vielen Investoren beim Risk Parity-Ansatz umgesetzt wird bzw. dass Investoren ihre „Low-Risk-Portfolios“ zur Erzielung höherer Renditen hebeln werden.[22]

3 Der Risk Parity-Ansatz im Vergleich zu ausgewählten Asset Allocation-Ansätzen

3.1 Equally-Weighted- (EW-) Ansatz

Der Equally-Weighted-Ansatz kann als einfachster Asset Allocation Ansatz zur Diversifizierung eines Portfolios bezeichnet werden, weil die Gewichtung jeder der n Anlagen in einem Portfolio auf die folgende Weise bestimmt wird:

$$x_i^{EW} = \frac{1}{n}$$

mit

x_i^{EW} = Gewichtung der Anlage i und $\sum_{i=1}^{n} x_i^{EW} = 1$

Bei diesem Ansatz spielt die Art der Anlage bzw. welche Assetklassen in das Portfolio aufgenommen werden, keine Rolle. Gleiches gilt auch für die Rendite- und Risikokennzahlen der einbezogenen Anlagen. Daher ist zu empfehlen, diese Strategie allenfalls als Benchmark zur Beurteilung der Performance von Asset Allocation-Strategien heranzuziehen. Wie oben bereits gezeigt, würde z.B. der ERC-Ansatz nur in dem Extremfall identischer Korrelationen zwischen den in das Portfolio einbezogenen Anlagen sowie gleicher Standardabweichungen der Anlagen zu einer gleichgewichteten Asset Allocation führen. Sind die Risiken in einem Portfolio jedoch unterschiedlich verteilt, führt der Equally-Weighted-Ansatz letztlich zu einer Risikokonzentration, denn alle Anlagen erhalten das gleiche Gewicht, d.h. sowohl die Anlage mit dem höchsten als auch die mit dem geringsten Risiko.[23]

---

22 Vgl. Callan Associates (2010), S. 15f.; Chaves/Hsu/Li/Shakernia (2011), S. 109; Kazemi (2012), S. 26; Kunz (2011), S. 70f.; Levell (2010), S. 4; Thiagrarajan/Schachter (2011), S. 83f. Zur Bestimmung eines Levered Risk Parity Portfolios vgl. Asness/Frazzini/Pedersen (2012), S. 57.

23 Vgl. Lee (2011), S. 14.

Mit den Annahmen des Equally-Weighted-Ansatzes kann mit Hilfe des Single-Index-Modells der Diversifikationseffekt durch Aufnahme verschiedener Anlagen in ein Portfolio aufgezeigt werden. Sofern die Residualrenditen von zwei unterschiedlichen Anlagen unkorreliert sind, lässt sich die Varianz eines gleichgewichteten Portfolios wie folgt bestimmen: [24]

$$\sigma_{PF}^2 = \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot \sigma_{\varepsilon_i}^2 = \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{\varepsilon_i}^2\right) = \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2 + \frac{1}{n} \cdot \overline{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$$

mit

$\overline{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$ = Durchschnitt der Residualrisiken

Bei sehr vielen Anlagen (d.h. einem hohen Wert für n) geht der Term $(1/n) \cdot \overline{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$ gegen Null. Somit verbleibt in diesem Fall nur der das systematische Risiko repräsentierende Term $\beta_{PF}^2 \cdot \sigma_m^2$ als Gesamtrisiko.

Auch für den EW-Ansatz soll das o.g Beispiel mit den vier zur Verfügung stehenden Anlagen A, B, C und D herangezogen werden. Entsprechend werden wiederum die o.g. Standardabweichungen und Korrelationen bzw. Kovarianzen zwischen den Renditen der vier Anlagen zugrunde gelegt. Die Anteile x_i^{EW} betragen dann jeweils 25%.

Für diese Werte ergibt sich die in der folgenden Tabelle dargestellte gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix.

Tab. 13: Beispiel zum EW-Ansatz: gewichtete Kovarianzen

Gewichtete Kovarianzen	**A**	**B**	**C**	**D**	**Summe**
A	0,20250%	0,04950%	-0,01800%	0,08100%	**0,31500%**
B	0,04950%	0,07563%	0,01100%	0,03300%	**0,16913%**
C	-0,01800%	0,01100%	0,16000%	-0,03600%	**0,11700%**
D	0,08100%	0,03300%	-0,03600%	0,36000%	**0,43800%**
Summe	**0,31500%**	**0,16913%**	**0,11700%**	**0,43800%**	**1,03913%**

Die gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix führt somit zu einer Varianz des ERC-Portfolios von 1,03913%, was einer Standardabweichung des Portfolios 10,19375% entspricht:

24 Vgl. Poddig/Brinkmann/Seiler (2005), S. 414f.; Bodie/Kane/Marcus (2011), S. 252ff. sowie Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 130.

$\sigma_{PF} = \sqrt{0{,}85745\%} = 9{,}25984\%$

Die absoluten Risikobeiträge (RB), die relativen Risikobeiträge, die Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen mit der Portfoliorendite, die auf das EW-Portfolio bezogenen Betafaktoren und das Marginal Risk sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt:

Tab. 14: Beispiel zur EW-Strategie: Ergebnisse

	Absoluter RB	Relativer RB	$Cov(r_i,r_{PF})$	$ß_i^{EW}$	MR
A	3,09013%	30,31397%	1,26000%	1,21256	12,36052%
B	1,65911%	16,27571%	0,67650%	0,65103	6,63642%
C	1,14776%	11,25947%	0,46800%	0,45038	4,59105%
D	4,29675%	42,15085%	1,75200%	1,68603	17,18701%
Summe	**10,19375%**	**100,00000%**			

Somit tragen die beiden Anlagen A und B, die auch jeweils das höchste Risiko aufweisen, über 72% zum Gesamtrisiko bei. Insgesamt ergibt sich ein Portfoliorisiko, das höher ausfällt als bei den Risk Parity-Ansätzen.

3.2 Minimum-Varianz- (MV-) Ansatz

Der Minimum-Varianz-Ansatz resultiert aus portfoliotheoretischen Überlegungen, wobei dasjenige effiziente Portfolio gesucht wird, das das minimale Risiko aufweist. Entsprechend kann dieses sog. Minimum-Varianz-Portfolio durch partielle Ableitung der Funktion der Portfoliovarianz nach den Gewichten der einzelnen Anlagen i im Portfolio (x_i) und anschließende Nullsetzung ermittelt werden:[25]

$$\frac{\partial \sigma_{PF}^2}{\partial x_i} = 0 \quad \text{, wobei gilt: } \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \text{ und bei Ausschluss von Leerverkäufen: } x_i \geq 0$$

Grafisch kann das MV-Portfolio wie in Abbildung 1 dargestellt bestimmt werden. Dabei gelten die folgenden Symbole:

$E(r_{PF})$ =	erwartete Rendite des Portfolios,	$E(r_m)$ =	erwartete Marktrendite
σ_m =	Standardabweichung des Marktes,	r_f =	risikoloser Zinssatz
σ_{PF} =	Standardabweichung des Portfolios	M =	Lage des Marktportfolios

25 Vgl. Kleeberg (1995), S. 13ff.; Poddig/Brinkmann/Seiler (2005), S. 110.

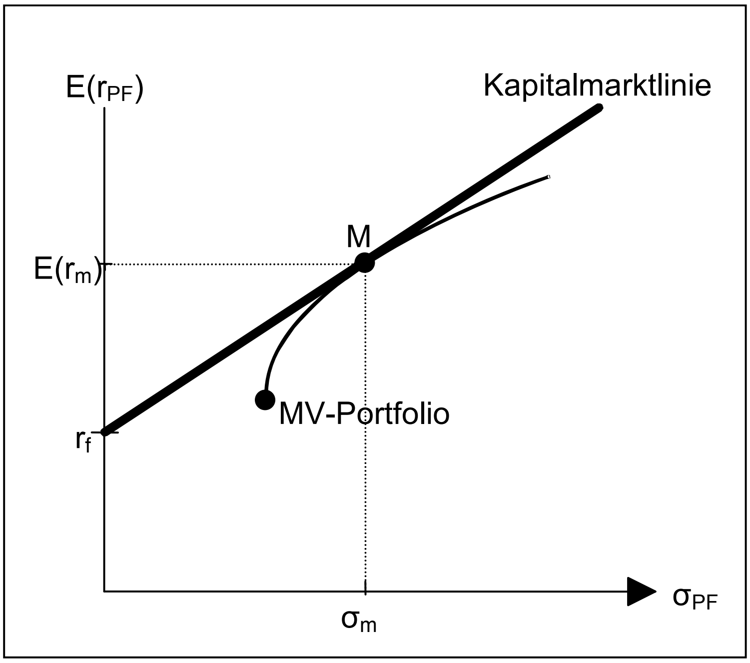

Abb. 1: Minimum-Varianz-Portfolio und Kapitalmarktlinie

Die Grafik in der Abbildung zeigt, dass unter Risiko- und Renditegesichtspunkten Portfolios auf der Kapitalmarktlinie effizienter sind als das Minimum-Varianz-Portfolio. Soll z.B. das gesamte Portfoliorisiko dem des MV-Portfolios entsprechen, so lässt sich dieses auch durch eine Kombination des Marktportfolios M mit der risikolosen Anlage erreichen, wobei aber hier die erwartete Rendite höher ausfällt.

Im 2-Anlagenfall ergeben sich für das Minimum-Varianz-Portfolio die folgenden Anteile der beiden Anlagen A und B:[26]

$$x_{MV}(A) = \frac{2 \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}{2 \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot \sigma_B^2 - 4 \cdot Cov(r_A, r_B)} = \frac{\sigma_B^2 - Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}$$

$$x_{MV}(B) = 1 - x_{MV}(A)$$

Im obigen Beispiel eines aus den Anlagen A, B, C und D bestehenden Portfolios lassen sich mit Hilfe des Solvers von Microsoft Excel die nachfolgenden Anteile ermitteln. Dabei gilt hier als Restriktion, dass Leerverkäufe ausgeschlossen sind, so dass es sich um ein sog. „Long-Only-Portfolio“ handelt.

$$x_A^{MV} = 11{,}0728\%, \quad x_B^{MV} = 48{,}6549\%, \quad x_C^{MV} = 30{,}5987\%, \quad x_D^{MV} = 9{,}6736\%$$

26 Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 133f.

In diesem Beispiel erhalten die Anlagen mit zunehmendem Risiko abnehmende Anteile im Portfolio. Somit wird – wie auch beim Risk Parity-Ansatz zu erwarten ist – tendenziell eher in risikoärmere Anlagen investiert (wobei aber auch hier zu beachten ist, dass diese Aussage auch hier nicht generell gilt, weil gleichzeitig auch die Korrelationen untereinander noch zu berücksichtigen sind). Für diese Werte ergibt sich die in der folgenden Tabelle dargestellte gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix.

Tab. 15: Beispiel zur MV-Strategie: gewichtete Kovarianzen

Gewichtete Kovarianzen	A	B	C	D	Summe
A	0,03972%	0,04267%	-0,00976%	0,01388%	**0,08652%**
B	0,04267%	0,28644%	0,02620%	0,02485%	**0,38017%**
C	-0,00976%	0,02620%	0,23969%	-0,01705%	**0,23908%**
D	0,01388%	0,02485%	-0,01705%	0,05390%	**0,07558%**
Summe	**0,08652%**	**0,38017%**	**0,23908%**	**0,07558%**	**0,78135%**

Mit Hilfe der gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix kann somit eine Varianz des MV-Portfolios von 0,78135% ermittelt werden, was einer Standardabweichung des Portfolios von 8,83941% entspricht:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{0{,}78135\%} = 8{,}83941\%$$

Wie beim Risk Parity-Ansatz können auch für das Minimum-Varianz-Portfolio die absoluten Risikobeiträge (RB), die relativen Risikobeiträge, die Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen mit der Portfoliorendite, die auf das MV-Portfolio bezogenen Betafaktoren und das Marginal Risk in einer Tabelle dargestellt werden:

Tab. 16: Beispiel zur MV-Strategie: Ergebnisse

	Absoluter RB	Relativer RB	$Cov(r_i,r_{PF})$	$ß_i^{MV}$	MR
A	0,97877%	11,07282%	0,78135%	1,00000	8,83941%
B	4,30080%	48,65486%	0,78135%	1,00000	8,83941%
C	2,70475%	30,59874%	0,78135%	1,00000	8,83940%
D	0,85509%	9,67358%	0,78135%	1,00000	8,83941%
Summe	**8,83941%**	**100,00000%**			

Auffällig ist in der Tabelle zunächst, dass die Kovarianzen der Renditen sämtlicher Anlagen des MV-Portfolios mit den Renditen des MV-Portfolios identisch sind. Dies lässt sich auch analytisch zeigen. Für eine beliebige Anlage Z ergibt sich die Varianz des aus dem MV-Portfolio und Z bestehenden Portfolios wie folgt:

$$\sigma_{PF}^2 = x_{MV}^2 \cdot \sigma_{MV}^2 + (1-x_{MV})^2 \cdot \sigma_Z^2 + 2 \cdot x_{MV} \cdot (1-x_{MV}) \cdot Cov(r_{MV}, r_Z)$$

Zur Bestimmung des sich hieraus ergebenden Portfolios mit der minimalen Varianz wird diese Gleichung nach x_{MV} abgeleitet und die Ableitung anschließend mit Null gleichgesetzt:

$$\frac{\partial \sigma_{PF}^2}{\partial x_{MV}} = 2 \cdot \sigma_{MV}^2 \cdot x_{MV} - 2 \cdot (1-x_{MV}) \cdot \sigma_Z^2 + (2-4 \cdot x_{MV}) \cdot Cov(r_{MV}, r_Z) = 0$$

Da eine Veränderung der Gewichte x_i zu einer höheren Varianz des Portfolios führen würde als die Varianz des MV-Portfolios, ergibt sich direkt, dass $x_{MV} = 100\%$ und $x_Z = 0\%$. Dies wiederum führt zu der folgenden Gleichung:[27]

$$\frac{\partial \sigma_{PF}^2}{\partial x_{MV}} = 2 \cdot \sigma_{MV}^2 - 2 \cdot Cov(r_{MV}, r_Z) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_{MV}^2 = Cov(r_{MV}, r_Z)$$

Somit entspricht die Kovarianz des MV-Portfolios mit einer beliebigen Anlage Z seiner Varianz. Sofern allerdings weitere Nebenbedingungen zur MV-Portfolio-Bestimmung gelten, wie z.B. eine maximale Gewichtung einzelner Anlagen im Portfolio oder ein Verbot von Leerverkäufen, kann es möglicherweise vorkommen, dass die Übereinstimmung der Varianz des MV-Portfolios mit der Kovarianz des MV-Portfolios mit einer beliebigen anderen Anlage Z nicht vorliegt.

Aufgrund der o.g. Übereinstimmung von Kovarianz und Varianz resultiert für alle Anlagen im Portfolio auch ein Betafaktor (in Bezug zum MV-Portfolio) von 1:

$$ß_i = \frac{Cov(r_i, r_{MV})}{\sigma_{MV}^2} = \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_{MV}^2} = 1$$

Darüber hinaus ist auch das Marginal Risk für alle Anlagen des MV-Portfolios identisch und entspricht der Standardabweichung des MV-Portfolios, wie sich auf Basis der o.g. formalen Ermittlung des Marginal Risk ergibt:

$$MR_i = \frac{\partial \sigma_{PF}}{\partial x_i} = \frac{Cov(r_i, r_{MV})}{\sigma_{MV}} = ß_i \cdot \sigma_{MV} = 1 \cdot \sigma_{MV} = \sigma_{MV}$$

27 Vgl. Kleeberg (1995), S. 17ff.

Der absolute Risikobeitrag (RB) für jede Anlage i berechnet sich allgemein wiederum in der folgenden Weise:

$$RB_i = x_i \cdot MR_i$$

Da hier gilt, dass $MR_i = \sigma_{MV}$, folgt daraus für den Minimum-Varianz-Ansatz:

$$\text{relativer Risikobeitrag} = \frac{RB_i}{\sigma_{MV}} = \frac{RB_i}{MR_i} = x_i^{MV}$$

Angemerkt werden kann, dass der Betafaktor des Minimum-Varianz-Portfolios bzgl. des Gesamtmarktes bzw. Marktportfolios ($ß_{MV}^m$) kleiner als 1 sein muss. Aufgrund der Identität der Varianz des MV-Portfolios und der Kovarianz des MV-Portfolios mit einer anderen Anlage lässt sich folgender Ausdruck ableiten, wobei unterstellt wird, dass keine Nebenbedingungen zur Ermittlung des MV-Portfolios berücksichtigt werden müssen:[28]

$$\sigma_{MV}^2 < \sigma_m^2 \quad => \quad ß_{MV}^m = \frac{Cov(r_{MV}, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_m^2} < 1$$

In mehreren bisherigen empirischen Untersuchungen zum Erfolg des MV-Portfolios konnte mehrfach ein geringeres Risiko bei einer gleichzeitig höheren Rendite als bei Verwendung der entsprechenden Marktindizes festgestellt werden.[29]

3.3 Most-Diversified- (MD-) Ansatz

Zur Maximierung des Diversifikationseffektes in einem Portfolio kann der sogenannte Most-Diversified-Ansatz herangezogen werden, der auch als „Maximum-Diversification-Ansatz" bezeichnet werden kann. Dabei wird der Diversifikationseffekt mit Hilfe der Diversification Ratio (DR) ermittelt:[30]

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sigma_i}{\sigma_{PF}}$$

Im Zähler der Diversification Ratio steht somit der gewichtete Durchschnitt der Standardabweichungen der einzelnen Anlagen im Portfolio, während im Nenner die Stan-

28 Vgl. Kleeberg (1995), S. 27f.

29 Vgl. z.B. Haugen (1990), S. 1ff., zitiert bei Kleeberg (1995), S. 49; Kleeberg (1995), S. 49ff. und S. 117ff.; Kleeberg (2002), S. 367ff.; Clarke/de Silva/Thorley (2006), S. 4ff.; Wagner/Wolpers (2008), S. 1ff.; Clarke/de Silva/Thorley (2011), S. 33.

30 Vgl. Choueifaty/Froidure/Reynier (2013), S. 50f.

dardabweichung des Portfolios angegeben wird. Wird ein Portfolio ohne Leerverkaufsmöglichkeiten („Long-Only") betrachtet und ist für mindestens 1 Anlage im Portfolio $\sigma_i > 0$,[31] so gilt: DR ≥ 1. Falls sämtliche Korrelationen zwischen den Anlagen jeweils 1 betragen, würden sich Zähler und Nenner der Diversification Ratio entsprechen. Andernfalls ergibt sich aufgrund des Diversifikationseffektes im Nenner ein geringerer Wert als im Zähler. Somit misst die Diversification Ratio den Diversifikationserfolg von Anlagen, die nicht perfekt miteinander korreliert sind. Letztlich wird damit der Abstand zwischen zwei Volatilitätsmaßen desselben Portfolios maximiert. Im Zähler wird das Portfoliorisiko für den Fall ohne Diversifikation und im Nenner das (tatsächliche) Risiko mit Diversifikation angegeben.[32]

Das Most-Diversified-Portfolio (MD) stellt dasjenige Portfolio dar, das die Diversification Ratio maximiert. Formal kann der zu ermittelnde Anteil einer Anlage i im Portfolio wie folgt dargestellt werden:[33]

$$x_i^{MD} = \arg\max DR(x)$$

Für das resultierende Portfolio lässt sich zeigen, dass sämtliche Anlagen im Portfolio mit einem Anteil von $x_i > 0$ eine identische (positive) Korrelation mit dem Most-Diversified-Portfolio aufweisen. Grundsätzlich kann in diesem Fall die Korrelation für ein Portfolio P mit dem Most-Diversified-Portfolio als Quotient der jeweiligen Diversification Ratios ausgedrückt werden:[34]

$$k_{PMD} = \frac{DR_P}{DR_{MD}}$$

mit

DR_P = Diversification Ratio des Portfolios P

DM_{MD} = Diversification Ratio des Most-Diversified-Portfolios

Besteht ein Portfolio aus nur einer Anlage i, so ergibt sich hierfür eine Diversification Ratio von 1, sodass in diesem Fall für alle Portfolios (bzw. Anlagen i) im Most-Diversified-Portfolio jeweils gilt:

31 Diese Annahmen werden im Folgenden immer unterstellt.
32 Vgl. Lee (2011), S. 15.
33 Vgl. Choueifaty/Froidure/Reynier (2013), S. 53.
34 Vgl. Choueifaty/Coignard (2008), S. 42.

$$k_{iMD} = \frac{1}{DR_{MD}} \quad , \quad \text{falls} \ \ x_i > 0$$

Sofern $x_i = 0$, gilt:[35]

$$k_{iMD} \geq \frac{1}{DR_{MD}}$$

Wie oben gezeigt wurde, kann die Korrelation zwischen einer Anlage i und einem Portfolio auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$MR_i = k_{iPF} \cdot \sigma_i \quad \Leftrightarrow \quad k_{iPF} = \frac{MR_i}{\sigma_i} = \frac{1}{\sigma_i} \cdot \frac{\partial \sigma_{PF}}{\partial x_i}$$

Somit gilt für alle Anlagen i und j im Most-Diversified-Portfolio („MD"):[36]

$$\frac{1}{\sigma_i} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma_j} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_j}$$

Für das obige Beispiel eines aus den Anlagen A, B, C und D bestehenden Portfolios lassen sich wiederum mit Hilfe des Solvers von Microsoft Excel die nachfolgenden Anteile ermitteln. Dabei gilt hier wiederum als Restriktion, dass Leerverkäufe ausgeschlossen sind, so dass es sich um ein sog. „Long-Only-Portfolio" handelt:

$$x_A^{MD} = 20{,}14062\%, \quad x_B^{MD} = 21{,}33747\%, \quad x_C^{MD} = 38{,}77584\%, \quad x_D^{MD} = 19{,}74607\%$$

Auffällig ist – im Vergleich zu den o.g. Strategien –, dass beim Most-Diversified-Ansatz in die Anlage C erheblich mehr als in Anlage B investiert wird, obwohl das Risiko von C deutlich höher ausfällt. Dies hängt mit den geringen Korrelationen zwischen C und den übrigen Anlagen zusammen.

Für diese Werte ergibt sich die in der folgenden Tabelle dargestellte gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix.

---

35 Vgl. Roncalli (2014a), S. 170.

36 Dieses Ergebnis kann auch auf andere Weise hergeleitet werden. Der Quotient aus MR_i und σ_i kann als „Relative Marginal Volatility" oder „Scaled Marginal Volatility" interpretiert werden. Vgl. Demey/Maillard/Roncalli (2010), S. 14 sowie Roncalli (2014a), S. 173.

Tab. 17: Beispiel zur MD-Strategie: gewichtete Kovarianzen

Gewichtete Kovarianzen	A	B	C	D	Summe
A	0,13143%	0,03404%	-0,02249%	0,05154%	**0,19451%**
B	0,03404%	0,05509%	0,01456%	0,02225%	**0,12593%**
C	-0,02249%	0,01456%	0,38491%	-0,04410%	**0,33288%**
D	0,05154%	0,02225%	-0,04410%	0,22459%	**0,25427%**
Summe	**0,19451%**	**0,12593%**	**0,33288%**	**0,25427%**	**0,90760%**

Mit Hilfe der gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix kann somit eine Varianz des MD-Portfolios von 0,9076% ermittelt werden, was einer Standardabweichung des Portfolios von 9,52681% entspricht:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{0{,}90760\%} = 9{,}52681\%$$

Wie beim Risk Parity-Ansatz können auch für das Most-Diversified-Portfolio die absoluten Risikobeiträge (RB), die relativen Risikobeiträge, die Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen mit der Portfoliorendite, die auf das MD-Portfolio bezogenen Betafaktoren und das Marginal Risk in einer Tabelle dargestellt werden:

Tab. 18: Beispiel zur MD-Strategie: Ergebnisse

	Absoluter RB	Relativer RB	Cov(r_i,r_{PF})	$ß_i^{MD}$	MR
A	2,04176%	21,43175%	0,96578%	1,06411	10,13753%
B	1,32189%	13,87550%	0,59020%	0,65029	6,19517%
C	3,49414%	36,67692%	0,85847%	0,94587	9,01113%
D	2,66902%	28,01583%	1,28771%	1,41881	13,51669%
Summe	**9,52681%**	**100,00000%**			

Für das MD-Portfolio ergibt sich eine Diversification Ratio von:

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sigma_i}{\sigma_{PF}} = \frac{20{,}1406\% \cdot 0{,}18 + 21{,}3375\% \cdot 0{,}11 + 38{,}7758\% \cdot 0{,}16 + 19{,}7461\% \cdot 0{,}24}{9{,}52681\%}$$

$$= \frac{16{,}91562\%}{9{,}52681\%} = 1{,}77558$$

Aus den Werten für dieses Beispiel lassen sich die Korrelationen der einzelnen Anlagen mit dem MD-Portfolio („MD“) bestimmen:

$$k_{AMD} = \frac{Cov(r_A, r_{MD})}{\sigma_A \cdot \sigma_{MD}} = \frac{0{,}96578\%}{18\% \cdot 9{,}52681\%} = 0{,}5632$$

$$k_{BMD} = \frac{Cov(r_B, r_{MD})}{\sigma_B \cdot \sigma_{MD}} = \frac{0{,}59020\%}{11\% \cdot 9{,}52681\%} = 0{,}5632$$

$$k_{CMD} = \frac{Cov(r_C, r_{MD})}{\sigma_C \cdot \sigma_{MD}} = \frac{0{,}85847\%}{16\% \cdot 9{,}52681\%} = 0{,}5632$$

$$k_{DMD} = \frac{Cov(r_D, r_{MD})}{\sigma_D \cdot \sigma_{MD}} = \frac{1{,}28771\%}{18\% \cdot 9{,}52681\%} = 0{,}5632$$

Die jeweiligen Korrelationswerte entsprechen in diesem Fall – wie oben analytisch gezeigt – dem Kehrwert der Diversification Ratio:

$$k_{iMD} = \frac{1}{DR_{MD}} = \frac{1}{1{,}77558} = 0{,}5632$$

Zur Maximierung der Diversification Ratio kann sowohl beim Zähler als auch beim Nenner angesetzt werden. Werden mehr risikoreiche Anlagen in das Portfolio aufgenommen, erhöht sich der Wert des Zählers. Werden Anlagen so mit anderen Anlagen kombiniert, dass das Gesamtrisiko möglichst gering ausfällt, verringert sich der Nenner. Entscheidend ist der Unterschied zwischen der Summe der Einzelrisiken und dem kombinierten Gesamtrisiko, der zu maximieren ist, wobei die Korrelationen der Anlagen untereinander eine wesentliche Rolle einnehmen. Allerdings kann der Name „Most-Diversified-Portfolio“ auch irreführend sein, weil sich mit den gleichen Anlagen möglicherweise auch andere Portfolios zusammenstellen lassen, die ein geringeres Gesamtrisiko aufweisen.[37]

Falls sich die Standardabweichungen sämtlicher Anlagen im MD-Portfolio entsprechen, so gilt für den Zähler der Diversification Ratio:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sigma_i = \sigma_i \quad \text{(wobei für alle Anlagen i und j im Portfolio gilt: } \sigma_i = \sigma_j\text{)}$$

In diesem Fall wird DR dann maximiert, wenn σ_{PF} minimiert wird. Aus diesem Grund entsprechen sich in diesem speziellen Fall das MD- und das MV-Portfolio.

37 Vgl. Taliaferro (2012), S. 121.

Darüber hinaus gilt für den weiteren Spezialfall, dass sämtliche Korrelationen zwischen den jeweiligen Anlagen im Portfolio identisch sind, die Übereinstimmung des MD- mit dem ERC- und mit dem ERB-Portfolio.[38]

3.4 Vergleichende Analyse der ausgewählten Ansätze

Beim Equally-Weighted-Ansatz (EW-Ansatz) erfolgt die Ermittlung der Anteile der einzelnen Anlagen im Portfolio unabhängig von erwarteten bzw. statistischen Größen. Vielmehr hängt die Portfoliostruktur lediglich von der Anzahl der Anlagen im Portfolio ab, wobei alle Anlagen das gleiche Gewicht erhalten. Werden in einem Portfolio z.B. in regelmäßigen Abständen die Gewichtungen wieder auf 1/n gesetzt, so würde ein Anlagetitel, der seit der letzten Portfolioanpassung eine vergleichsweise positive Entwicklung erfahren hat, wieder auf den Anteil 1/n heruntergefahren. Entsprechend wird der Erfolg zu diesem Zeitpunkt realisiert.

Im Hinblick auf die Gewichtungen führt der EW-Ansatz zu dem am geringsten konzentrierten Portfolio.[39] Sofern aber die Risiken der jeweiligen Anlagen sehr unterschiedlich sind, ist aufgrund der höheren Risikokonzentration im EW-Portfolio der Diversifikationserfolg entsprechend gering. Bei der rigorosen Annahme gleicher erwarteter Renditen und Standardabweichungen sowie einheitlicher Korrelationen zwischen den Anlagen ist das EW-Portfolio allerdings ein gemäß Portfoliotheorie effizientes Portfolio.[40]

Bei dem Minimum-Varianz-Ansatz (MV-Ansatz) handelt es sich grundsätzlich um das einzige, sich auf der Effizienzlinie gemäß Portfoliotheorie befindende Portfolio, dessen Zusammensetzung nicht von erwarteten Renditen abhängt. Genau wie der EW-Ansatz ist der MV-Ansatz leicht nachzuvollziehen. Ein weiterer Vorteil ist die geringe Standardabweichung – zumindest auf Ex-ante-Basis. Allerdings weist das MV-Portfolio das Problem auf, dass zwar eine Diversifikation bzgl. der Standardabweichung, nicht aber bzgl. der Gewichtungen der einzelnen Anlagen vorgenommen wird. Infolgedessen kann es häufig vorkommen, dass dieses Portfolio auf nur relativ wenige Anlagen konzentriert ist.[41]

---

38 Vgl. Roncalli (2014a), S. 174.

39 So beträgt beispielsweise das Konzentrationsmaß Gini-Koeffizient der Gewichtungen beim EW-Portfolio Null. Vgl. Demey/Maillard/Roncalli (2010), S. 11.

40 Vgl. Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 2; Demey/Maillard/Roncalli (2010), S. 12.

41 Vgl. Demey/Maillard/Roncalli (2010), S. 12; Kaya/Lee (2012), S. 11ff.

Wie gezeigt, führt der MV-Ansatz zu für alle Anlagen des Portfolios identischen Werten für das Marginal Risk. Somit würde – zumindest auf Ex ante-Basis – eine infinitesimal kleine Erhöhung des Anteils einer Anlage im MV-Portfolio bei allen Anlagen zur gleichen Erhöhung des Gesamtportfoliorisikos führen.

Im Rahmen des Most-Diversified-Ansatzes wird das Portfolio mit der maximalen Diversification Ratio (DR) ermittelt. Zur Bestimmung dieses Portfolios ist – wie auch bei den anderen, in dieser Analyse behandelten Ansätzen – die Ermittlung der erwarteten Rendite nicht erforderlich. Bei diesem Ansatz geht es darum, den Quotienten aus Portfoliorisiko ohne Diversifikation und dem (tatsächlichen) Portfoliorisiko mit Diversifikation zu maximieren. Für das in den vorherigen Abschnitten herangezogene Beispielportfolio ergeben sich für die jeweiligen Ansätze die folgenden Diversification Ratios:

$$DR_{EW} = 1{,}69221368$$

$$DR_{ERB} = 1{,}70560573$$

$$DR_{ERC} = 1{,}75228375$$

$$DR_{MV} = 1{,}64746376$$

$$DR_{MD} = 1{,}77558125$$

Im Vergleich dazu ist es das Ziel des Risk Parity-Ansatzes, das Risikobudget (ERB-Ansatz) bzw. den Risikobeitrag (ERC-Ansatz) zum Portfoliorisiko für alle Anlagen des Portfolios gleich zu gestalten. Dabei wird im Rahmen der vorliegenden Analyse auf die Standardabweichung als Risikomaß zurückgegriffen.[42] Der ERB-Ansatz berücksichtigt dabei nicht die Korrelationen zwischen den jeweiligen Anlagen bzw. es werden identische Korrelationen zwischen allen jeweiligen Anlagen im Portfolio unterstellt. Dabei kann Folgendes festgestellt werden: Je niedriger (höher) die Standardabweichung einer Anlage ist, desto höher (niedriger) fällt ihre Gewichtung im ERB-Portfolio aus. Hingegen ist der Anteil beim ERC-Ansatz umgekehrt proportional zu dem Betafaktor der Anlage in Bezug zum ERC-Portfolio. Je niedriger (höher) dieses Beta, desto höher (niedriger) der Anteil. Infolgedessen werden Anlagen mit einer relativ geringen Standardabweichung und einer relativ geringen Korrelation mit dem ERC-Portfolio tendenziell bevorzugt.

---

42 Der ERC-Ansatz kann auch auf andere Risikomaße übertragen werden. Vgl. Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 3.

Formal können die in den vorherigen Kapiteln vorgenommenen grundlegenden Überlegungen der einzelnen Ansätze wie folgt zusammengefasst werden:

EW-Ansatz: $x_i = x_j$

ERB-Ansatz: $x_i \cdot \sigma_i = x_j \cdot \sigma_j$

ERC-Ansatz: $RB_i = RB_j$ bzw. $x_i \cdot \frac{\partial \sigma_{ERC}}{\partial x_i} = x_j \cdot \frac{\partial \sigma_{ERC}}{\partial x_j}$

MV-Ansatz: $MR_i = MR_j$ bzw. $\frac{\partial \sigma_{MV}}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{MV}}{\partial x_j}$

MD-Ansatz: $\frac{MR_i}{\sigma_i} = \frac{MR_j}{\sigma_j}$ bzw. $\frac{1}{\sigma_i} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma_j} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_j}$

mit:

σ_{ERC}, σ_{MV}, σ_{MD} = Standardabweichung des ERC-, MV- bzw. MD-Portfolios

Die Gewichtungen der einzelnen Anlagen im Portfolio ergeben sich dann wie folgt, wobei jeweils gilt: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$:

EW-Ansatz: $x_i^{EW} = \frac{1}{n}$

ERB-Ansatz: $x_i^{ERB} = \frac{1/\sigma_i}{\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_i}$

MV-Ansatz: $x_i^{MV} = \frac{RB_i}{\sigma_{MV}} = \frac{RB_i}{MR_i}$

ERC-Ansatz: $x_i^{ERC} = \frac{1}{n \cdot ß_i^{ERC}}$

MD-Ansatz: $x_i^{MD} = \arg\max DR(x)$

Zu beachten ist dabei beim MV- und beim ERC-Ansatz, dass zur Ermittlung der Gewichtung x_i gemäß den hier dargestellten Formeln das zu erstellende Portfolio bereits bekannt sein muss. Aus diesem Grund wird diesbezüglich sowohl bei den Beispielen als auch bei der empirischen Analyse auf den Solver von Microsoft Excel zurückgegriffen.[43]

Es lässt sich zeigen, dass die sich ergebenden Standardabweichungen der Portfolios ex ante wie folgt zusammenhängen:[44]

$$\sigma_{MV} \leq \sigma_{ERB} \leq \sigma_{EW} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{MV} \leq \sigma_{ERC} \leq \sigma_{EW}$$

Ein Vergleich zwischen ERB- und ERC-Portfolio führt nicht zu eindeutigen Ergebnissen. So kann σ_{ERB} größer, gleich oder kleiner als σ_{ERC} sein. Für das Most-Diversified-Portfolio gilt zwar ebenfalls, dass $\sigma_{MV} \leq \sigma_{MD}$, aber ein Vergleich mit den Standardabweichungen der ERC-, und ERB-Portfolios führt nicht zu eindeutigen Ergebnissen.

Darüber hinaus kann festgestellt werden, dass beim EW-, ERB- und beim ERC-Ansatz („Long-Only") alle Anlagen im Portfolio repräsentiert sind, d.h. $x_i > 0$. Hingegen kann es sowohl beim MV-Ansatz als auch beim MD-Ansatz vorkommen, dass einzelne Anlagen nicht im Portfolio enthalten sind, d.h. x_i kann Null werden, wobei hier von einer Long-Only-Strategie ausgegangen wird, so dass negative Anteile (Leerverkäufe) ausgeschlossen sind.

Sofern die Korrelationen der einzelnen Anlagen untereinander und damit auch zwischen den einzelnen Anlagen und dem Portfolio jeweils identisch sind, würden sich beim ERC-Ansatz die gleichen Gewichtungen wie beim ERB-Ansatz und beim MD-Ansatz ergeben. Darüber hinaus stimmen das MD-Portfolio und das MV-Portfolio bei gleichen Standardabweichungen aller Anlagen i überein.[45] In diesem Fall entsprechen sich auch die Gewichtungen des EW-Portfolios und des ERB-Portfolios.

ERC- und MV-Portfolio entsprechen sich dann, wenn die Korrelationen zwischen den Anlagen gleich sind und sich zudem dem folgenden (Grenz-)Wert annähern:[46]

$$k_{ij} = \frac{-1}{n-1}$$

Würden die Korrelationen zwischen den Anlagen genau diesen Wert annehmen, dann würde die Varianz des Portfolios gemäß der gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix den

43 Für eine analytische Lösung im Rahmen des Single-Index-Modells vgl. Clarke/de Silva/Thorley (2013), S. 40ff.

44 Vgl. Roncalli (2014a), S. 174.

45 Vgl. Roncalli (2014a), S. 174 sowie Choueifaty/Coignard (2008), S. 43.

46 Vgl. Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 8 und S. 21.

geringstmöglichen Wert aufweisen (Null). Dies kann beispielhaft am 4-Anlagen-Fall gezeigt werden:

Tab. 19: Gewichtete Varianz-Kovarianz-Matrix im 4-Anlagen-Fall

	A	**B**	**C**	**D**	**Σ**
A	$x_A \cdot x_A \cdot \sigma_A^2$	$x_A \cdot x_B \cdot \sigma_{AB}$	$x_A \cdot x_C \cdot \sigma_{AC}$	$x_A \cdot x_D \cdot \sigma_{AD}$	$\mathbf{x_A \cdot \sigma_{APF}}$
B	$x_B \cdot x_A \cdot \sigma_{BA}$	$x_B \cdot x_B \cdot \sigma_B^2$	$x_B \cdot x_C \cdot \sigma_{BC}$	$x_B \cdot x_D \cdot \sigma_{BD}$	$\mathbf{x_B \cdot \sigma_{BPF}}$
C	$x_C \cdot x_A \cdot \sigma_{CA}$	$x_C \cdot x_B \cdot \sigma_{CB}$	$x_C \cdot x_C \cdot \sigma_C^2$	$x_C \cdot x_D \cdot \sigma_{CD}$	$\mathbf{x_C \cdot \sigma_{CPF}}$
D	$x_D \cdot x_A \cdot \sigma_{DA}$	$x_D \cdot x_B \cdot \sigma_{DB}$	$x_D \cdot x_C \cdot \sigma_{DC}$	$x_D \cdot x_D \cdot \sigma_D^2$	$\mathbf{x_D \cdot \sigma_{DPF}}$
Σ	$\mathbf{x_A \cdot \sigma_{APF}}$	$\mathbf{x_B \cdot \sigma_{BPF}}$	$\mathbf{x_C \cdot \sigma_{CPF}}$	$\mathbf{x_D \cdot \sigma_{DPF}}$	$\mathbf{\sigma_{PF}^2}$

Beispielweise ergibt sich dann für die Summe der ersten Zeile:

$$\Sigma = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_A \cdot x_B \cdot \left(\frac{-1}{n-1}\right) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + x_A \cdot x_C \cdot \left(\frac{-1}{n-1}\right) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_C + x_A \cdot x_D \cdot \left(\frac{-1}{n-1}\right) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_D$$

$$= x_A^2 \cdot \sigma_A^2 - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot x_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot x_C \cdot \sigma_A \cdot \sigma_C - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot x_D \cdot \sigma_A \cdot \sigma_D$$

$$= x_A \cdot \sigma_A \cdot \left(x_A \cdot \sigma_A - \frac{1}{3} \cdot x_B \cdot \sigma_B - \frac{1}{3} \cdot x_C \cdot \sigma_C - \frac{1}{3} \cdot x_D \cdot \sigma_D \right)$$

Da sich – wie oben gezeigt – bei gleichen Korrelationen der Anlagen der ERC-Ansatz und der ERB-Ansatz entsprechen, gilt somit:

$$\sigma_A \cdot x_A = \sigma_B \cdot x_B = \sigma_C \cdot x_C = \sigma_D \cdot x_D$$

Die Summe der ersten Zeile der gewichteten Varianz-Kovarianz-Matrix nimmt in diesem Fall den Wert Null an:

$$\Sigma = x_A \cdot \sigma_A \cdot \left(x_A \cdot \sigma_A - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot \sigma_A - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot \sigma_A - \frac{1}{3} \cdot x_A \cdot \sigma_A \right) = x_A \cdot \sigma_A \cdot 0 = 0$$

Dies gilt auch für die anderen Zeilen der Matrix, so dass eine Portfoliovarianz von ebenfalls Null resultiert. Dieser Wert entspricht auch dem minimal möglichen Varianzwert, d.h. dem Wert des MV-Portfolios. Daher sind die Gewichtungen des MV-Portfolios und des ERC-Portfolios bei dem o.g. speziellen Korrelationswert dieselben.

Identische Korrelationswerte, die in diesem Fall kleiner als -1/3 sind, würden zu negativen Zeilenwerten führen, so dass auch die Portfoliovarianz negativ wäre. Eine Varianz kann jedoch nicht negativ werden, da sie sich aus der Summe der quadrierten Abweichungen einzelner Werte von ihrem Mittelwert ergibt.

Im Hinblick auf das zu erwartende Rendite-Risikoverhältnis ist aus portfoliotheoretischer Sicht nur eine Kombination aus risikoloser Anlage und dem in Abbildung 1 dargestellten Marktportfolio sinnvoll, da alle anderen Portfolios eine geringere Effizienz aufweisen. Diese Kombination bedeutet gleichzeitig die (ex ante) maximale Steigung der Kapitalmarktlinie und damit die (ex ante) maximale Sharpe-Ratio. Entsprechend kann unter Berücksichtigung von Risiko und Rendite die Maximierung der Sharpe-Ratio als Ziel der Asset Allocation formuliert werden:[47]

$$\underset{x_i}{\mathrm{Max}}\ SR = \frac{E(r_{PF}) - r_f}{\sigma_{PF}} \quad , \quad \text{wobei} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

Es lässt sich zeigen, dass das ERC-Portfolio dem Portfolio mit der maximalen Sharpe-Ratio entspricht, wenn identische Korrelationen zwischen den Anlagen und identische Sharpe-Ratios für alle Anlagen im Portfolio unterstellt werden.[48] Ferner gilt für den MD-Ansatz, dass in dem Fall einer identischen Sharpe-Ratio für alle Anlagen des Portfolios die Diversification Ratio proportional zur Sharpe-Ratio ist. Dies bedeutet gleichermaßen, dass dann eine Maximierung der Diversification Ratio äquivalent mit der Maximierung der Sharpe-Ratio ist. In diesem speziellen Fall entsprechen sich somit das Maximum Sharpe-Ratio Portfolio bzw. das Marktportfolio der Kapitalmarkttheorie und das MD-Portfolio.[49] Somit weist das MD-Portfolio nur in dem speziellen Fall identischer Sharpe-Ratios aller einbezogenen Anlagen die höchste Sharpe-Ratio auf.[50]

Allerdings spielt die Sharpe-Ratio bei der Ermittlung der Gewichtungen der einzelnen Anlagen im Portfolio keine Rolle, weil das Risiko-Rendite-Profil nicht in die Betrachtung einbezogen wird. Inwieweit sich die Sharpe-Ratios der o.g. Ansätze ex post unterscheiden, lässt sich anhand einer empirischen Analyse ermitteln.

Grundsätzlich ist bei allen vorgestellten Ansätzen zu beachten, dass es sich bei den in die Ermittlung der Anlagengewichtungen eingehenden Volatilitäten und Korrelationen um

---

47 Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 87.
48 Vgl. Roncalli (2014a), S. 123ff.
49 Vgl. Choueifaty/Coignard (2008), S. 41; Roncalli (2014a), S. 171.
50 Vgl. Taliaferro (2012), S. 127; Lee (2011), S. 16; Leote de Carvalho/Lu/Moulin (2011), S. 9.

Prognosewerte für die künftigen Perioden handelt. Sofern diese Werte aus Vergangenheitsdaten abgeleitet werden, müssen sie somit nicht mit den tatsächlichen Werten in den künftigen Perioden übereinstimmen.[51]

In der Praxis wird u.a. behauptet, dass das Risk Parity-Konzept der Diversifizierung und dem Risikoausgleich dient und das Management von Risikofaktoren mit einer stabilen Performance vereint. Im Ergebnis soll dieser als „marktunabhängige Strategie" bezeichnete Ansatz ein deutlich verbessertes Risiko-Ertrags-Profil aufweisen.[52]

Zur Überprüfung dieser Behauptung ist eine empirische Analyse erforderlich. Bisherige empirische Untersuchungen zeigen für die Risk Parity-Portfolios vergleichsweise gute Ergebnisse im Hinblick auf Risiko und Rendite.[53] Ob dies auch für verschiedene Zeiträume und auch für den deutschen Markt gilt, soll in der nachfolgenden empirischen Analyse untersucht werden. Dabei soll der Erfolg der beiden Risk Parity-Strategien nicht nur in Zeiten fallender Kurse, sondern auch in Phasen steigender Kurse betrachtet werden. Somit steht im nachfolgenden Kapitel nicht nur die Finanzmarktkrise des Jahres 2008, sondern auch die Zeit danach im Vordergrund.

4 Empirische Analyse des Risk Parity-Ansatzes

4.1 Grundlagen

4.1.1 Untersuchungsdesign

Auf der Grundlage der theoretischen Erkenntnisse über den Risk Parity-Ansatz werden die ERB- und die ERC-Strategie in einer empirischen Untersuchung im Hinblick auf den Erfolg in bestimmten Börsenperioden überprüft, wobei zum Vergleich der EW-, MV- und MD-Ansatz herangezogen werden.

Die Performance der jeweiligen Strategien wird für die folgenden Zeiträume ermittelt, die den Gesamtzeitraum Freitag, 04.01.2008 bis Freitag, 26.12.2014 betreffen:

51 Vgl. Kula/Schuller (2012), S. 1.

52 Vgl. Aquila Capital Concepts (2015), S. 1f., Kula/Schuller (2012), S. 1.

53 Vgl. z.B. Anderson/Bianchi/Goldberg (2011), S. 16ff.; Asness/Frazzini/Pedersen (2012), S. 51ff.; Auspurg/von Bartenwerffer/Schumann (2015b), S. 1f.; Baltas u.a. (2014), S. 8ff.; Heuschmidt/von Bartenwerffer (2012), S. 20ff.; Lohre/Neugebauer/Zimmer (2012), S. 10f.; Omori (2013), S. 492; Partridge/Croce/Kellert (2012), S. 10ff.

04.01.2008 – 06.03.2009

06.03.2009 – 01.07.2011

01.07.2011 – 01.06.2012

01.06.2012 – 26.12.2014

Die genannten Zeiträume werden auf der Basis der Kursbewegungen auf den Aktienmärkten zusammengestellt und erfassen verschiedene Marktentwicklungen.

Im Hinblick auf die Frage der einzubeziehenden Assetklassen kann zunächst festgehalten werden, dass Investoren grundsätzlich das Ziel haben, mehrere, möglichst gering korrelierte Assetklassen in das Portfolio aufzunehmen. Typischerweise besteht das Portfolio eines institutionellen Anlegers zu 60% aus Aktien und zu 40% aus Anleihen, wobei aber auch neue Anlageklassen in den letzten Jahren hinzugekommen sind. Allerdings führte die Globalisierung auf den Finanzmärkten zu steigenden Korrelationen zwischen den verschiedenen Assetklassen.[54]

Zur Nutzung des Diversifikationseffektes für das Portfoliomanagement werden vier wichtige Assetklassen in die zu analysierenden Portfolios einbezogen. Hierdurch kann das unsystematische Risiko weitestgehend wegdiversifiziert werden. Bei den Assetklassen handelt es sich um Aktien (repräsentiert durch den Deutschen Aktienindex, DAX), Anleihen (repräsentiert durch den Deutschen Rentenindex (Performanceindex, REXP), Immobilien (repräsentiert durch den deutschen Index RX Real Estate (Performance)) und Gold.[55]

Die Gewichtungen der Assetklassen in den Portfolios werden in der vorliegenden Untersuchung jeweils im Abstand von einem halben Jahr neu berechnet und zwar auf der Basis des zurückliegenden Jahres. Durch die halbjährliche Neuzusammensetzung der Portfolios soll eine regelmäßige Reaktion auf sich verändernde Marktsituationen gewährleistet werden. Anders als bei einer für den gesamten Betrachtungszeitraum festgelegten konstanten Portfoliozusammensetzung werden somit zwischenzeitliche Veränderungen der einfließenden Parameter berücksichtigt. Hierdurch können bessere Ergebnisse erwartet werden.[56] Da eine regelmäßige Umschichtung im Hinblick auf die hier betrachteten Ansätze in

54 Vgl. hierzu und zu einem alternativen Ansatz, der von der traditionellen Sicht auf Anlageklassen absieht und auf die Faktoren als Quelle der Rendite abstellt, von Bartenwerffer/Heuschmidt/Heusser/Schumann/Shvartsman (2014), S. 1ff. sowie Auspurg/von Bartenwerffer/Schumann (2015a), S. 1ff.

55 Die entsprechenden Wertpapierkennnummern lauten: DAX: 846900, REXP: 846911, RX Real Estate (Performance): A0S3AV, Gold: 965515.

56 Vgl. Inker (2010), S. 6.

der Praxis relativ zeitaufwendig ist, wird in der vorliegenden Untersuchung auf eine häufigere Neustrukturierung verzichtet. Zudem werden auch keine Transaktionskosten mit in die Analyse einbezogen, die bei einem halbjährigen Horizont im Vergleich zu einer wöchentlichen oder gar täglichen Anpassung weniger ins Gewicht fallen.[57]

Die Erstellung der jeweiligen Portfolios erfolgt dabei auf der Grundlage der wöchentlichen, diskreten Assetklassen-Renditen der vorangegangenen einjährigen Periode. Aus diesem Grund sind insgesamt die Kursdaten der o.g. Assetklassen für den Zeitraum vom 1.1.2007 bis 31.12.2014 erforderlich.

Die für die Untersuchung erforderlichen Kursdaten der vier verwendeten Assetklassen entstammen den bei www.ariva.de im Internet zugänglichen historischen Schlusskursen und wurden Ende August 2015 erhoben. Verwendet werden jeweils die wöchentlichen Schlusskurse am Freitag. Die Goldpreise werden dabei bereits direkt in Euro angegeben. Zu beachten ist allerdings, dass die Werte für den RX Real Estate Index erst seit dem 7.11.2007 vorliegen. Infolgedessen beläuft sich der erste Zeitraum für die Berechnung der Korrelationen bzw. Kovarianzen zwischen dem RX Real Estate und den anderen Assetklassen auf die Zeit von Freitag, 9.11.2007 bis Freitag, 28.12.2007.

Sofern bei den verwendeten Daten an einem bestimmten Tag kein Kurs vorliegt, wird der Kurs des vorherigen Börsentages herangezogen, dies gilt auch für die 6-Monats-Euribor-Sätze, die für die Performanceberechnung zusätzlich benötigt werden. Herangezogen werden die Euribor-Sätze, die an den jeweiligen Umschichtungsterminen vorlagen. Sie sind der Internetquelle www.emmi-benchmarks.eu/euribor-org/euribor-rates.html entnommen worden.

Basis für die Bestimmung der Gewichtungen der einzelnen Assetklassen bzw. für die Portfoliozusammenstellungen sind die Standardabweichungen der diskreten, wöchentlichen Renditen der jeweiligen Assetklassen. Die Zusammenstellung der Portfolios erfolgt gemäß den oben aufgezeigten mathematischen Zusammenhängen, wobei für die ERC-, MV- und MD-Strategie der Solver des Tabellenkalkulationsprogramms Microsoft Excel herangezogen wird. Unterstellt werden dabei jeweils, dass einerseits die Summe der Assetklassen-Gewichtungen immer eins beträgt und dass andererseits Leerverkäufe nicht zulässig sind, so dass jeweils von einer Long-Only-Strategie ausgegangen wird.[58] Letzteres wird damit

57 Vgl. Wagner/Wolpers (2008), S. 6f.

58 Bei der Portfoliozusammenstellung kann es daher häufiger vorkommen, dass bestimmte Assetklassen eine Gewichtung von Null erhalten.

begründet, dass die meisten Investoren keine Leerverkäufe tätigen können. Gleichzeitig soll die Vergleichsbasis im Rahmen der empirischen Analyse einheitlich sein.[59]

4.1.2 Ermittlung der Assetklassen-Gewichtungen

Im Rahmen der vorliegenden Analyse wird beispielhaft von einem am 28.12.2007 vorliegenden Anfangskapital von 1 Mio GE ausgegangen. Dieses wird zunächst auf die einzelnen Assetklassen entsprechend der ermittelten Gewichtungen aufgeteilt. Beispielsweise ergibt sich für das ERC-Portfolio am 28.12.2007 die folgende Zusammensetzung:

Tab. 20: Beispiel: Zusammensetzung des Gesamtportfolios am 28.12.2007

Assetklasse	**Schlusskurs**	x_i **1)**	**Anzahl Anteile 2)**	**Anzahl Anteile · Schlusskurs**
RX Real Estate	844,94	7,05539%	83,5017	70.553,93
DAX	8.067,32	8,14262%	10,0933	81.426,15
REXP	325,016	70,91835%	2.181,9956	709.183,48
Gold	571,2633	13,88364%	243,0341	138.836,44
Summe				**1.000.000**
1) gemäß ERC-Gewichtungsberechnung, vgl. Tab. 23				
2) $\text{Anzahl Anteile} = \frac{x_i \cdot 1.000.000}{\text{Schlusskurs}}$				

Diese Zusammensetzung wird beibehalten bis zur nächsten Portfolioumschichtung („Rebalancing“) am 27.6.2008. Somit wird die Anzahl der Anteile bis zu diesem Zeitpunkt nicht geändert.[60] Für das obige Beispiel ergeben sich am 27.6.2008 die folgenden Daten vor der Umschichtung:

59 Vgl. Maillard/Roncalli/Teiletche (2009), S. 4.

60 Falls für die Periode bis zum 27.6.2008 unterstellt werden soll, dass die Gewichtungen x_i nach jeweils einer Woche immer konstant bleiben sollen, müssten jede Woche entsprechende Umschichtungen im Portfolio vorgenommen werden, weil sich die Schlusskurse der Assetklassen unterschiedlich entwickeln und der Portfoliowert sich entsprechend verändert. In diesem Fall ließe sich die wöchentliche Portfoliorendite einfach berechnen, indem die jeweiligen wöchentlichen diskreten Renditen der einzelnen Anlagen mit den (für diese Periode dann konstanten) Gewichtungen multipliziert und aufaddiert würden.

Tab. 21: Beispiel: Zusammensetzung des Gesamtportfolios am 27.06.2008 vor Umschichtung

Assetklasse	Schlusskurs	Anzahl Anteile	Anzahl Anteile · Schlusskurs
RX Real Estate	576,47	83,5017	48.136,23
DAX	6421,91	10,0933	64.818,48
REXP	329,762	2.181,9956	719.539,23
Gold	589,4717	243,0341	143.261,70
Summe			**975.755,64**

Die neue Zusammensetzung wird dann wie folgt vorgenommen:

Tab. 22: Beispiel: Zusammensetzung des Gesamtportfolios am 27.06.2008 nach Umschichtung

Assetklasse	Schlusskurs	x_i 1)	Anzahl Anteile 2)	Anzahl Anteile · Schlusskurs
RX Real Estate	576,47	5,58498%	94,5335	54.495,72
DAX	6.421,91	14,74224%	22,3996	143.848,19
REXP	329,762	67,00338%	1.982,6094	653.789,26
Gold	589,4717	12,66941%	209,7174	123.622,47
Summe				**975.755,64**
1) gemäß ERC-Gewichtungsberechnung, vgl. Tab. 23				
2) $\text{Anzahl Anteile} = \frac{x_i \cdot 975.755{,}64}{\text{Schlusskurs}}$				

Die jeweilige Anzahl an Anteilen wird anschließend wiederum beibehalten bis zur nächsten Umschichtung usw. Aus den Portfoliowerten lassen sich dann die wöchentlichen diskreten Renditen bestimmen, die wiederum Grundlage der Performanceanalyse sind.

Die Gewichtungsanpassungen erfolgen zu den folgenden Terminen:
28.12.2007, 27.6.2008, 26.12.2008, 26.6.2009, 1.1.2010, 25.6.2010, 31.12.2010, 24.6.2011, 30.12.2011, 29.6.2012, 28.12.2012, 28.6.2013, 27.12.2013 und 27.6.2014

Die Ermittlung der Gewichtungen basiert dabei jeweils auf den wöchentlichen, diskreten Renditen des unmittelbar davor liegenden Jahres.[61] Aufgrund der besseren Interpretierbarkeit von diskreten Renditen gegenüber stetigen Renditen werden erstere zur Gewichtungsermittlung herangezogen.[62] Die folgenden Tabellen zeigen die Gewichtungen für die jeweiligen Zeiträume:

61 Die Standardabweichung der diskreten Renditen wird dabei jeweils mit der Microsoft Excel-Funktion „Stabw.s“ bestimmt.

62 Die Performancemessung der Strategien soll jedoch mit Hilfe stetiger Renditen vorgenommen werden.

Tab. 23: Gewichtungen der Assetklassen in den einzelnen Perioden I

28.12.2007	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**7,1645%**	**7,0554%**	**0,0000%**	**12,1144%**
DAX	**25,0000%**	**12,5365%**	**8,1426%**	**8,9724%**	**0,0000%**
REXP	**25,0000%**	**66,6450%**	**70,9183%**	**91,0267%**	**65,9081%**
Gold	**25,0000%**	**13,6540%**	**13,8836%**	**0,0009%**	**21,9775%**
27.6.2008	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**7,3862%**	**5,5850%**	**0,7658%**	**3,8604%**
DAX	**25,0000%**	**15,5107%**	**14,7422%**	**12,5129%**	**15,8186%**
REXP	**25,0000%**	**62,1566%**	**67,0034%**	**83,3924%**	**69,4415%**
Gold	**25,0000%**	**14,9465%**	**12,6694%**	**3,3289%**	**10,8795%**
26.12.2008	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**6,3321%**	**4,8910%**	**1,5561%**	**4,2970%**
DAX	**25,0000%**	**10,8425%**	**8,5585%**	**6,6210%**	**8,1650%**
REXP	**25,0000%**	**66,2155%**	**71,0685%**	**84,9926%**	**72,6672%**
Gold	**25,0000%**	**16,6099%**	**15,4819%**	**6,8303%**	**14,8708%**
26.6.2009	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**5,3307%**	**3,9937%**	**1,6271%**	**3,6513%**
DAX	**25,0000%**	**9,7672%**	**7,3240%**	**5,2381%**	**6,7174%**
REXP	**25,0000%**	**69,5536%**	**74,6372%**	**86,5128%**	**76,0945%**
Gold	**25,0000%**	**15,3485%**	**14,0451%**	**6,6220%**	**13,5368%**
1.1.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**4,3625%**	**3,1193%**	**1,0135%**	**2,3177%**
DAX	**25,0000%**	**8,9309%**	**7,0928%**	**4,6225%**	**7,3781%**
REXP	**25,0000%**	**74,3609%**	**79,3614%**	**91,2658%**	**80,6994%**
Gold	**25,0000%**	**12,3457%**	**10,4264%**	**3,0982%**	**9,6049%**
25.6.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**5,7605%**	**4,0440%**	**1,3313%**	**2,9777%**
DAX	**25,0000%**	**8,6228%**	**6,4524%**	**5,9407%**	**6,9790%**
REXP	**25,0000%**	**74,5989%**	**83,4035%**	**92,7280%**	**87,8283%**
Gold	**25,0000%**	**11,0178%**	**6,1000%**	**0,0000%**	**2,2150%**
31.12.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**10,4347%**	**8,9102%**	**4,2926%**	**8,9277%**
DAX	**25,0000%**	**13,2940%**	**10,2827%**	**6,2096%**	**7,9523%**
REXP	**25,0000%**	**63,2420%**	**71,5531%**	**89,4978%**	**78,6291%**
Gold	**25,0000%**	**13,0293%**	**9,2540%**	**0,0000%**	**4,4909%**

Tab. 24: Gewichtungen der Assetklassen in den einzelnen Perioden II

24.6.2011	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**12,2656%**	**10,7611%**	**1,2656%**	**7,8427%**
DAX	**25,0000%**	**15,7130%**	**14,7624%**	**11,6581%**	**15,6077%**
REXP	**25,0000%**	**56,1870%**	**62,0731%**	**87,0763%**	**72,1546%**
Gold	**25,0000%**	**15,8343%**	**12,4034%**	**0,0000%**	**4,3951%**
30.12.2011	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**11,9515%**	**8,2682%**	**0,0000%**	**0,0000%**
DAX	**25,0000%**	**10,0574%**	**10,0743%**	**10,1064%**	**14,2819%**
REXP	**25,0000%**	**63,1539%**	**71,0182%**	**89,8936%**	**81,6264%**
Gold	**25,0000%**	**14,8372%**	**10,6392%**	**0,0000%**	**4,0917%**
29.6.2012	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**11,1850%**	**8,1476%**	**0,0000%**	**1,0841%**
DAX	**25,0000%**	**9,8515%**	**9,8229%**	**9,7757%**	**13,3954%**
REXP	**25,0000%**	**64,5519%**	**70,8103%**	**90,2243%**	**79,7730%**
Gold	**25,0000%**	**14,4115%**	**11,2192%**	**0,0000%**	**5,7474%**
28.12.2012	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**10,8548%**	**9,3073%**	**0,0000%**	**6,8145%**
DAX	**25,0000%**	**12,5774%**	**12,5049%**	**11,5078%**	**13,7308%**
REXP	**25,0000%**	**61,0586%**	**62,6775%**	**87,7278%**	**65,5671%**
Gold	**25,0000%**	**15,5093%**	**15,5103%**	**0,7643%**	**13,8877%**
28.6.2013	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**9,5046%**	**8,1823%**	**0,0000%**	**6,6692%**
DAX	**25,0000%**	**13,2026%**	**11,3122%**	**7,7112%**	**10,4930%**
REXP	**25,0000%**	**65,4060%**	**69,8757%**	**92,2888%**	**74,0752%**
Gold	**25,0000%**	**11,8867%**	**10,6298%**	**0,0000%**	**8,7626%**
27.12.2013	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**9,1209%**	**8,4202%**	**0,0000%**	**7,7911%**
DAX	**25,0000%**	**12,2903%**	**11,0479%**	**3,2030%**	**9,4293%**
REXP	**25,0000%**	**68,7139%**	**70,4196%**	**96,2323%**	**72,2777%**
Gold	**25,0000%**	**9,8750%**	**10,1123%**	**0,5647%**	**10,5018%**
27.6.2014	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
RX Real Estate	**25,0000%**	**11,0334%**	**9,2484%**	**0,0000%**	**6,4768%**
DAX	**25,0000%**	**11,1837%**	**11,4427%**	**4,8719%**	**12,2731%**
REXP	**25,0000%**	**66,8343%**	**66,4832%**	**91,5636%**	**67,5424%**
Gold	**25,0000%**	**10,9487%**	**12,8257%**	**3,5645%**	**13,7076%**

Auffällig ist, dass bei den Ansätzen ERB, ERC, MV und MD der REXP in allen Fällen – mit einer Ausnahme – einen Portfolioanteil von über 60% aufweist. Dies ist auf das relativ geringe Risiko des REXP im Vergleich zu den anderen Assetklassen und – beim ERC-, MV- und MD-Ansatz – auf die geringen Korrelationen des REXP zurückzuführen, die mit dem DAX und dem RX Real Estate in den untersuchten Perioden fast immer negativ sind.

Für die Portfolios, die zur Bestimmung der Gewichtungen gebildet wurden, können – unter Berücksichtigung der o.g. Gewichtungen – die folgenden Werte für die jeweiligen Standardabweichungen und Diversification Ratios ermittelt werden:

Tab. 25: Ergebnisse aufgrund der Gewichtungen in den Perioden I[63]

5.1.2007-28.12.2007	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,3821%	0,5646%	0,4975%	0,3668%	0,5293%
Diversification Ratio	1,5893	2,0237	2,1330	1,6209	2,3149
29.6.2007-27.6.2008	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,6647%	0,6947%	0,6138%	0,4846%	0,5670%
Diversification Ratio	1,6177	2,1928	2,2536	1,9449	2,2755
28.12.2007-26.12.2008	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	3,2479%	1,0156%	0,8676%	0,7166%	0,8302%
Diversification Ratio	1,4950	2,3505	2,4536	2,1246	2,4614
27.6.2008-26.6.2009	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	3,8463%	0,9929%	0,8170%	0,6778%	0,7818%
Diversification Ratio	1,4444	2,4226	2,5670	2,2330	2,5758
26.12.2008-1.1.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	2,7106%	0,6194%	0,5052%	0,3933%	0,4728%
Diversification Ratio	1,4139	2,2725	2,3826	1,9936	2,3968
26.6.2009-25.6.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,7773%	0,4848%	0,3395%	0,2502%	0,2841%
Diversification Ratio	1,4265	2,1250	2,3687	2,2272	2,4519
1.1.2010-31.12.2010	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,4254%	0,7002%	0,5803%	0,4217%	0,4980%
Diversification Ratio	1,4956	1,8480	1,9338	1,7593	1,9759
25.6.2010-24.6.2011	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,1513%	0,7208%	0,6551%	0,4677%	0,5528%
Diversification Ratio	1,4927	1,6869	1,7192	1,5566	1,7568
31.12.2010-30.12.2011	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,7456%	0,8144%	0,6823%	0,4690%	0,5347%
Diversification Ratio	1,5850	2,0410	2,1530	2,1516	2,3225

63 Hierbei handelt es sich um Daten für die Portfolios, die zur Ermittlung der jeweiligen Assetklassen-Gewichtungen entstanden sind. Systembedingt müssen daher das MV-Portfolio immer zur geringsten Standardabweichung und das MD-Portfolio immer zur höchsten Diversification Ratio führen.

Tab. 26: Ergebnisse aufgrund der Gewichtungen in den Perioden II[64]

24.6.2011-29.6.2012	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,7240%	0,7554%	0,6558%	0,4582%	0,5380%
Diversification Ratio	1,6698	2,2108	2,2924	2,1778	2,3990
30.12.2011-28.12.2012	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	0,9963%	0,5151%	0,4955%	0,3709%	0,4692%
Diversification Ratio	1,8307	2,2437	2,2617	1,8704	2,2715
29.6.2012-28.6.2013	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,3117%	0,6476%	0,5885%	0,3948%	0,5359%
Diversification Ratio	1,5104	1,7457	1,7676	1,4285	1,7752
28.12.2012-27.12.2013	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	1,2650%	0,6016%	0,5794%	0,3699%	0,5580%
Diversification Ratio	1,5708	1,7223	1,7308	1,2035	1,7348
28.6.2013-27.6.2014	**EW**	**ERB**	**ERC**	**MV**	**MD**
Standardabweichung	0,9063%	0,4658%	0,4590%	0,3203%	0,4462%
Diversification Ratio	1,8092	1,9669	2,0098	1,5237	2,0260

Analog zu dem Beispiel im theoretischen Teil sollen auch hier die Ergebnisse betrachtet werden, die sich für die jeweils abgelaufene Periode von einem Jahr in Nachhinein im Rahmen der Gewichtungsermittlung ergeben. Hierbei handelt es sich somit um Daten für die Portfolios, die zur Ermittlung der jeweiligen Assetklassen-Gewichtungen entstanden sind. Die Werte werden hier exemplarisch für den Zeitraum der Finanzkrise aufgezeigt.[65]

Tab. 27: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung für die Periode 27.6.08-26.6.09 I

EW	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{EW}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	25,000%	2,661%	69,173%	0,409%	2,767	10,643%	0,943
DAX	25,000%	1,326%	34,473%	0,204%	1,379	5,304%	0,861
REXP	25,000%	-0,092%	-2,395%	-0,014%	-0,096	-0,368%	-0,426
Gold	25,000%	-0,048%	-1,251%	-0,007%	-0,050	-0,192%	-0,049
Summe	100,000%	3,846%	100,000%				

64 Hierbei handelt es sich um Daten für die Portfolios, die zur Ermittlung der jeweiligen Assetklassen-Gewichtungen entstanden sind. Systembedingt müssen daher das MV-Portfolio immer zur geringsten Standardabweichung und das MD-Portfolio immer zur höchsten Diversification Ratio führen.

65 Die Ergebnisse für die übrigen Perioden finden sich im Anhang.

Tab. 28: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung für die Periode 27.6.08-26.6.09 II

ERB	Anteil	Absolu-ter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERB}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	5,331%	0,387%	39,016%	0,072%	7,319	7,268%	0,644
DAX	9,767%	0,387%	38,988%	0,039%	3,992	3,964%	0,644
REXP	69,554%	0,052%	5,280%	0,001%	0,076	0,075%	0,087
Gold	15,349%	0,166%	16,716%	0,011%	1,089	1,081%	0,276
Summe	**100,000%**	**0,993%**	**100,000%**				
ERC	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	$ß_i^{ERC}$	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,994%	0,204%	25,000%	0,042%	6,260	5,114%	0,453
DAX	7,324%	0,204%	25,000%	0,023%	3,413	2,789%	0,453
REXP	74,637%	0,204%	25,000%	0,002%	0,335	0,274%	0,316
Gold	14,045%	0,204%	25,000%	0,012%	1,780	1,454%	0,371
Summe	**100,000%**	**0,817%**	**100,000%**				
MV	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	$ß_i^{MV}$	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,627%	0,011%	1,627%	0,005%	1,000	0,678%	0,060
DAX	5,238%	0,036%	5,238%	0,005%	1,000	0,678%	0,110
REXP	86,513%	0,586%	86,513%	0,005%	1,000	0,678%	0,784
Gold	6,622%	0,045%	6,622%	0,005%	1,000	0,678%	0,173
Summe	**100,000%**	**0,678%**	**100,000%**				
MD	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	$ß_i^{ERC}$	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,651%	0,160%	20,454%	0,034%	5,602	4,380%	0,388
DAX	6,717%	0,161%	20,538%	0,019%	3,057	2,390%	0,388
REXP	76,095%	0,255%	32,671%	0,003%	0,429	0,336%	0,388
Gold	13,537%	0,206%	26,337%	0,012%	1,946	1,521%	0,388
Summe	**100,000%**	**0,782%**	**100,000%**				

Die Ergebnisse in der Tabelle unterstreichen noch einmal die im theoretischen Teil erarbeiteten Charakteristika der einzelnen Ansätze. So ergibt sich beim „naiven“ Equally-Weighted-Ansatz ein konstanter Portfolioanteil für alle Assetklassen. Beim ERC-Ansatz werden die identischen Risikobeiträge der einzelnen Assetkassen deutlich. Die Portfolioaufteilung gemäß Minimum-Varianz-Ansatz führt zu identischen Kovarianzen der einzelnen Assets mit dem MV-Portfolio sowie zu identischen Marginal-Risk-Werten. Beim Most-Diversified-Ansatz ergeben sich entsprechend identische Korrelationen (zwischen den

Renditen der einzelnen Assetklassen mit dem MD-Portfolio), die zudem dem Kehrwert der Diversification-Ratio dieses Portfolios entsprechen.

Zu welchem Erfolg diese so zusammengestellten Portfolios führten, wird in den folgenden Abschnitten betrachtet.

4.1.3 Auswahl der Performancemaße zur Erfolgsbeurteilung

Bevor die Performanceergebnisse der Risk Parity-Strategien im Einzelnen und im Vergleich zum Equally-Weighted-, Minimum-Varianz- und Most-Diversified-Ansatz betrachtet werden können, sind die zu verwendenden Performancemaße festzulegen. Als Renditemaß wird hier für die Performanceanalyse die stetige, wöchentliche Rendite der Portfolios herangezogen und deren Mittelwert für die jeweiligen o.g. Untersuchungsperioden ermittelt. Das Risiko wird zunächst als Standardabweichung der Renditen gemessen. Um beide Dimensionen in einer Kennzahl auszudrücken, wird die Sharpe-Ratio als in der Anlagepraxis häufig verwendetes Performancemaß herangezogen, die sich wie folgt ergibt:[66]

$$SR_{PF} = \frac{\bar{r}_{PF} - r_f}{\sigma_{PF}}$$

mit

$\bar{r}_{PF}$	=	durchschnittliche Portfoliorendite, wobei in der vorliegenden Performanceanalyse der Mittelwert (arithmetisches Mittel) der stetigen, wöchentlichen Renditen herangezogen wird
r_f	=	risikoloser Zinssatz; hier = Mittelwert (in der betrachteten Performanceperiode) der auf wöchentliche Renditen heruntergebrochenen stetigen 6-Monats-Euribor-Sätze (die zu den halbjährlichen Gewichtungszeitpunkten vorlagen und jeweils für das kommende Halbjahr zugrunde gelegt werden)
σ_{PF}	=	Standardabweichung der Renditen des Portfolios

Angemerkt werden muss an dieser Stelle, dass die Bestimmung der Gewichtungen auf der Basis der Standardabweichungen der diskreten Renditen vorgenommen wurde, weil diskrete Renditen einfacher zu interpretieren sind. Für die Analyse der Performance ist allerdings der Rückgriff auf stetige Renditen sinnvoller, weil in diesem Fall das arithmetische Mittel und die durchschnittliche Wertänderung unter Wiederanlageprämisse äquivalent sind – anders als bei Verwendung diskreter Renditen.[67]

66 Vgl. Sharpe (1966), S. 119ff.; Poddig/Brinkmann/Seiler (2005), S. 636.

67 Vgl. Poddig/Brinkmann/Seiler (2005), S. 602. Zwar ist die fehlende Portfolioeigenschaft stetiger Renditen zu beachten – sie spielt aber bei der Performancemessung in der vorliegenden Untersuchung keine

Dennoch ist auch für die Ermittlung der Sharpe-Ratio die Verwendung diskreter Renditen möglich. Nur würde in dem Fall im Zähler der Sharpe-Ratio das arithmetische Mittel der Portfoliorendite nicht der durchschnittlichen Wertänderung des Portfolios entsprechen.[68]

Als weiteres Performancemaß sollen die sog. Risk-Adjusted Performance und das M^2-Performancemaß in die Betrachtung einbezogen werden. Diese Maße ermöglichen sowohl ein Ranking als auch einen Vergleich von Portfolio- und Benchmarkrendite. Die Risk-Adjusted Performance (RAP) eines Portfolios lässt sich wie folgt berechnen:[69]

$$RAP_{PF} = r_f + \frac{\bar{r}_{PF} - r_f}{\sigma_{PF}} \cdot \sigma_{BM} = r_f + SR_{PF} \cdot \sigma_{BM}$$

mit

SR_{PF} = Sharpe-Ratio des Portfolios
σ_{BM} = Standardabweichung der Renditen der Benchmark

Zwar führt die Verwendung dieses Performancemaßes beim Vergleich verschiedener Portfolios auch jeweils zur gleichen Rangfolge wie die Sharpe-Ratio. Gleichzeitig wird aber ein Bezug zu einem gemeinsamen Risikoniveau hergestellt. Die Risk-Adjusted Performance stellt den Portfoliorenditewert für den Fall dar, dass das Portfoliorisiko dem Benchmarkrisiko entspricht.[70]

Sie kann auch als relatives Maß ermittelt werden, indem die jeweiligen Werte für die Risk-Adjusted Performance des Portfolios und der Benchmark voneinander subtrahiert werden. Das resultierende Maß wird auch als „M^2 Measure" bezeichnet, was darauf zurückgeführt werden kann, dass es von F. Modigliani und L. Modigliani vorgestellt wurde:[71]

$$M^2 = RAP_{PF} - RAP_{BM} = RAP_{PF} - \left(r_f + SR_{BM} \cdot \sigma_{BM}\right) = RAP_{PF} - \left(r_f + \frac{\bar{r}_{BM} - r_f}{\sigma_{BM}} \cdot \sigma_{BM}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad M^2 = RAP_{PF} - \bar{r}_{BM}$$

Rolle, weil für alle Portfolios die jeweiligen absoluten Vermögenswerte zu jedem Zeitpunkt zugrunde liegen. Vgl. zur fehlenden Portfolioeigenschaft stetiger Renditen Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 723ff.

68 Eine solche Vorgehensweise findet sich beispielsweise bei der beispielhaft dargestellten Sharpe-Ratio-Bestimmung bei Bodie/Kane/Marcus (2011), S. 133f. (inkl. Concept Check 5) und S. 159.

69 Vgl. Modigliani/Modigliani (1997), S. 47 und Fischer (2010), S. 461ff.

70 Vgl. Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 754.

71 Vgl. Obeid (2004), S. 112ff.; Bodie/Kane/Marcus (2011), S. 823f. und Modigliani/Modigliani (1997), S. 45ff.

Unter Berücksichtigung des obigen Ausdrucks für RAP_{PF} lässt sich M^2 auch in der folgenden Weise darstellen:

$$M^2 = RAP_{PF} - RAP_{BM} = r_f + SR_{PF} \cdot \sigma_{BM} - (r_f + SR_{BM} \cdot \sigma_{BM}) = \sigma_{BM} \cdot (SR_{PF} - SR_{BM})$$

Hieraus ist unmittelbar ersichtlich, dass das M^2-Performancemaß einen positiven Wert annimmt, sofern die Sharpe-Ratio des Portfolios höher ausfällt als die der Benchmark.

Bei den beiden o.g. Performancemaßen wird jeweils die Standardabweichung als Risikomaß zugrunde gelegt. Dabei handelt es sich um ein symmetrisches Risikomaß, d.h. negative und positive Abweichungen gehen gleichermaßen in die Betrachtung ein. Zusätzlich soll in der vorliegenden Analyse noch der Value-at-Risk als Downside-Risikomaß zur Risikobeurteilung in die Betrachtung einbezogen werden. Werden diskrete Renditen für die Risikomessung zugrunde gelegt, kann der Value-at-Risk (VaR) als absolute Barwertveränderung bei einem bestimmten Risikovolumen (Volumen) wie folgt berechnet werden:[72]

$$VaR = Volumen \cdot (\mu + z \cdot \sigma)$$

mit

z = z-Wert der Standardnormalverteilung
μ = Mittelwert der diskreten Renditen
σ = Standardabweichung der diskreten Renditen

Soll der Value-at-Risk prozentual ausgedrückt werden, kann das Volumen weggelassen werden:

$$VaR = \mu + z \cdot \sigma$$

Bei Verwendung stetiger Renditen lässt sich der VaR in dieser Weise bestimmen:[73]

$$VaR = Volumen \cdot \left(e^{(\mu + z \cdot \sigma)} - 1\right) \quad \text{mit} \quad e = \text{Euler'sche Zahl} = 2{,}718281828$$

In der empirischen Untersuchung wird – wie oftmals im Wertpapiermanagement – ein z-Wert von -1,644854 unterstellt. Somit wird in diesem Fall mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% innerhalb der betrachteten Periode der Verlust höher ausfallen als der Wert des Value-at-Risk.[74]

---

72 Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 80ff.; Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 31.

73 Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 82; Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 33.

74 In diesem Fall wird von einem Konfidenzniveanu von 95% ausgegangen. Vgl. ausführlich zum Value-at-Risk-Konzept Bruns/Meyer-Bullerdiek (2013), S. 30ff.

4.2 Performanceergebnisse der Strategien

4.2.1 Ergebnisse der einbezogenen Assetklassen

Bevor die Ergebnisse der Risk Parity-Strategien betrachtet werden, sollen zunächst die Werte für die einzelnen Assetklassen dargestellt werden. Die nachfolgenden Tabellen zeigen die durchschnittlichen (stetigen) Renditen ($\bar{r}_{PF}$) und Standardabweichungen (σ_{PF}) auf Wochenbasis. Zudem werden die Value-at-Risk-Werte für ein Konfidenzniveau von 95% dargestellt. Basis für die Berechnung des Value-at-Risk ist jeweils die Standardabweichung der stetigen Wochenrenditen.

Tab. 29: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des RX Real Estate

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	**$VaR_{95\%}$**
04.01.2008 – 26.12.2014	-0,0972%	5,4502%	-8,6635%
04.01.2008 – 06.03.2009	-2,1910%	10,2923%	-17,4035%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,5536%	4,5770%	-6,7373%
01.07.2011 – 01.06.2012	-0,0520%	3,8674%	-6,2120%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,2677%	2,4414%	-3,6788%

Tab. 30: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des DAX

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	**$VaR_{95\%}$**
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0567%	3,5286%	-5,5853%
04.01.2008 – 06.03.2009	-1,2719%	5,7019%	-10,1032%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,5826%	2,6137%	-3,6485%
01.07.2011 – 01.06.2012	-0,4250%	4,4266%	-7,4167%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,3691%	2,1954%	-3,1899%

Tab. 31: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des REXP

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	**$VaR_{95\%}$**
04.01.2008 – 26.12.2014	0,1016%	0,5558%	-0,8094%
04.01.2008 – 06.03.2009	0,1829%	0,8607%	-1,2253%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,0624%	0,4804%	-0,7251%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,2334%	0,6347%	-0,8073%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0521%	0,3767%	-0,5659%

Tab. 32: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des Goldpreises

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,1428%	2,6294%	-4,0960%
04.01.2008 – 06.03.2009	0,4216%	3,7948%	-5,6541%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,2686%	2,1905%	-3,2794%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,5183%	2,9598%	-4,2569%
01.06.2012 – 26.12.2014	-0,2345%	2,1558%	-3,7099%

Die Renditen und Risiken fallen für die einzelnen Assetklassen und in den jeweiligen Perioden unterschiedlich aus, wobei die höchsten Risiken in der Periode der Finanzkrise (04.01.2008 – 06.03.2009) vorliegen. In dieser Periode fällt auf, dass sowohl der REXP als auch Gold positive Renditen aufweisen, während diese sowohl beim RX Real Estate als auch beim DAX deutlich negativ sind.

Für die im theoretischen Teil vorgestellten Strategien können die Ergebnisse den folgenden Abschnitten entnommen werden.

4.2.2 Ergebnisse des Equally-Weighted- (EW-) Ansatzes

Zunächst sollen die Ergebnisse für den auch als naive Strategie bezeichneten EW-Ansatz dargestellt werden, weil er für die nachfolgenden Strategien als Benchmark für Vergleichszwecke herangezogen werden soll. Den in der Tabelle dargestellten Werten liegen stetige Renditen für die Berechnung der Standardabweichungen und des Value-at-Risk zugrunde. Letzterer wird mit Hilfe der Standardabweichung auf Wochenbasis berechnet.

Tab. 33: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des EW-Ansatzes

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0811%	1,7918%	-2,8255%
04.01.2008 – 06.03.2009	-0,5884%	2,8468%	-5,1344%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,3629%	1,6917%	-2,3907%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,0963%	1,7003%	-2,6643%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,1310%	1,0874%	-1,6439%

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Werte für die Sharpe-Ratio und das M^2-Performancemaß, wobei sich für letzteres nur Werte von Null ergeben können, weil bei der Standardabweichung und der Sharpe-Ratio auf das EW-Portfolio selbst als Benchmark zurückgegriffen wird. Zur Berechnung der Sharpe-Ratio wird jeweils noch der risikolose

Zinssatz benötigt. Hierzu werden in der Untersuchung die 6-Monats-Euribor-Sätze, die an den jeweiligen Umschichtungsterminen vorliegen, jeweils für das nächste Halbjahr auf stetige, wöchentliche Renditen heruntergebrochen und anschließend der Mittelwert für die jeweilige Performanceperiode bestimmt.

Tab. 34: Sharpe-Ratio (SR) und M^2-Performance des EW-Ansatzes

Zeitraum	SR_{EW}	M^2_{EW}
04.01.2008 – 26.12.2014	2,7922%	0,0000%
04.01.2008 – 06.03.2009	-23,6997%	0,0000%
06.03.2009 – 01.07.2011	19,8805%	0,0000%
01.07.2011 – 01.06.2012	3,7634%	0,0000%
01.06.2012 – 26.12.2014	11,2032%	0,0000%

Wie die Ergebnisse zeigen, führt der EW-Ansatz in allen Perioden mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise zu einer positiven Sharpe-Ratio. Der in dieser Periode deutlich niedrige Wert ist auf die negative Rendite bei einer relativ geringen Standardabweichung zurückzuführen.

4.2.3 Ergebnisse der Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie

Für die Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie können für die verschiedenen Zeiträume die in der folgenden Tabelle dargestellten Ergebnisse ermittelt werden, wobei wiederum stetige Renditen für die Berechnung der Standardabweichungen und des Value-at-Risk zugrunde gelegt sind.

Tab. 35: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des ERB-Ansatzes

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0925%	0,7250%	-1,0939%
04.01.2008 – 06.03.2009	-0,0772%	1,0271%	-1,7512%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,1691%	0,6012%	-0,8163%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,1578%	0,9071%	-1,3253%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0785%	0,5633%	-0,8444%

Neben diesen Werten werden im Folgenden wiederum die Sharpe-Ratio und die M^2-Performance betrachtet. Zur Bestimmung des M^2-Performancemaßes wird auf die Standardabweichung und die Sharpe-Ratio des Equally-Weighted-Portfolios als Benchmark zurückgegriffen. Daraus resultieren die folgenden Werte:

Tab. 36: Sharpe-Ratio (SR) und M^2-Performance des ERB-Ansatzes

Zeitraum	SR_{ERB}	M^2_{ERB}
04.01.2008 – 26.12.2014	8,4716%	0,1018%
04.01.2008 – 06.03.2009	-15,9196%	0,2215%
06.03.2009 – 01.07.2011	23,7109%	0,0648%
01.07.2011 – 01.06.2012	13,8319%	0,1712%
01.06.2012 – 26.12.2014	12,3016%	0,0119%

Die Sharpe-Ratio stellt sich für die ERB-Strategie jeweils positiv dar mit Ausnahme der Periode, die die Finanzkrise betrifft. Das M^2-Performancemaß zeigt in allen Perioden einen positiven Wert an. Damit wird deutlich, dass die Sharpe-Ratio in allen Perioden bessere Werte aufweist als bei dem EW-Portfolio bzw. dass die Risk-Adjusted-Performance des ERB-Portfolios in allen Perioden positiver ist als die Rendite des EW-Portfolios (für den Fall eines gleichen Risikos).

4.2.4 Ergebnisse der Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie

Wie für die ERB-Strategie können auch für die Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie die Ergebnisse für die verschiedenen Zeiträume bestimmt werden, wobei wiederum stetige Renditen für die Berechnung der Standardabweichungen und des Value-at-Risk zugrunde gelegt sind.

Tab. 37: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des ERC-Ansatzes

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0894%	0,6477%	-0,9712%
04.01.2008 – 06.03.2009	-0,0260%	0,9220%	-1,5308%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,1451%	0,5185%	-0,7053%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,1474%	0,7966%	-1,1562%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0718%	0,5299%	-0,7966%

Die Ergebnisse für die Sharpe-Ratio und das M^2-Performancemaß (für das wiederum auf die Standardabweichung und die Sharpe-Ratio des Equally-Weighted-Portfolios als Benchmark zurückgegriffen wird) zeigt die nachfolgende Tabelle.

Tab. 38: Sharpe-Ratio (SR) und M^2-Performance des ERC-Ansatzes

Zeitraum	SR_{ERC}	M^2_{ERC}
04.01.2008 – 26.12.2014	9,0042%	0,1113%
04.01.2008 – 06.03.2009	-12,1806%	0,3279%
06.03.2009 – 01.07.2011	22,8580%	0,0504%
01.07.2011 – 01.06.2012	14,4471%	0,1817%
01.06.2012 – 26.12.2014	11,8074%	0,0066%

Wie bei der ERB-Strategie führt die ERC-Strategie in allen Perioden mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise zu einer positiven Sharpe-Ratio. Auch das M^2-Performancemaß zeigt wiederum in allen Perioden positive Werte, so dass die Sharpe-Ratio auch der ERC-Strategie in allen Perioden positiver ausfällt als bei dem EW-Portfolio.

Somit scheinen beide Strategien des Risk Parity-Ansatzes insgesamt positive Ergebnisse – zumindest im Vergleich zum EW-Ansatz – erzielen zu können. Eine weitergehende Aussage kann jedoch erst getroffen werden, wenn ein Vergleich zu den übrigen, im Rahmen der Untersuchung analysierten Strategien vorgenommen wird.

4.2.5 Ergebnisse des Minimum-Varianz- (MV-) Ansatzes

Für den Minimum-Varianz- (MV-) Ansatz ergeben sich in den verschiedenen Zeiträumen die in der folgenden Tabelle dargestellten Werte, wobei wiederum stetige Renditen für die Berechnung der Standardabweichungen und des Value-at-Risk zugrunde gelegt sind.

Tab. 39: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des MV-Ansatzes

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0971%	0,4663%	-0,6675%
04.01.2008 – 06.03.2009	0,0642%	0,7264%	-1,1242%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,1070%	0,4087%	-0,5636%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,1558%	0,4596%	-0,5985%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0824%	0,3543%	-0,4991%

Die Werte für die Sharpe-Ratio und das M^2-Performancemaß (für das wiederum auf die Standardabweichung und die Sharpe-Ratio des Equally-Weighted-Portfolios als Benchmark zurückgegriffen wird) zeigt die nachfolgende Tabelle.

Tab. 40: Sharpe-Ratio (SR) und M^2-Performance des MV-Ansatzes

Zeitraum	SR_{MV}	M^2_{MV}
04.01.2008 – 26.12.2014	14,1605%	0,2037%
04.01.2008 – 06.03.2009	-3,0354%	0,5883%
06.03.2009 – 01.07.2011	19,6764%	-0,0035%
01.07.2011 – 01.06.2012	26,8579%	0,3927%
01.06.2012 – 26.12.2014	20,6621%	0,1029%

Wie bei der ERB- und der ERC-Strategie führt der MV-Ansatz in allen Perioden mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise zu einer positiven Sharpe-Ratio. Für das M^2-Performancemaß kann festgestellt werden, dass sich – mit Ausnahme der Periode direkt nach der Finanzkrise – in allen Perioden positive Werte ergeben.

4.2.6 Ergebnisse des Most-Diversified- (MD-) Ansatzes

In der nachfolgenden Tabelle sind die sich für den Most-Diversified- (MD-) Ansatz ergebenden Werte dargestellt, wobei wiederum stetige Renditen für die Berechnung der Standardabweichungen und des Value-at-Risk zugrunde gelegt sind.

Tab. 41: Renditen, Standardabweichungen und Value-at-Risk des MD-Ansatzes

Zeitraum	$\bar{r}_{PF}$	σ_{PF}	$VaR_{95\%}$
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0842%	0,6242%	-0,9381%
04.01.2008 – 06.03.2009	-0,0088%	0,9936%	-1,6297%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,1376%	0,4882%	-0,6632%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,1043%	0,6629%	-0,9812%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0719%	0,4862%	-0,7251%

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Werte, die sich für die Sharpe-Ratio und das M^2-Performancemaß (für das wiederum auf die Standardabweichung und die Sharpe-Ratio des Equally-Weighted-Portfolios als Benchmark zurückgegriffen wird) ergeben.

Tab. 42: Sharpe-Ratio (SR) und M^2-Performance des MD-Ansatzes

Zeitraum	SR_{MD}	M^2_{MD}
04.01.2008 – 26.12.2014	8,5119%	0,1025%
04.01.2008 – 06.03.2009	-9,5699%	0,4022%
06.03.2009 – 01.07.2011	22,7388%	0,0484%
01.07.2011 – 01.06.2012	10,8572%	0,1206%
01.06.2012 – 26.12.2014	12,8978%	0,0184%

Wie bei der ERB- und der ERC-Strategie führt der MD-Ansatz in allen Perioden mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise zu einer positiven Sharpe-Ratio. Für das M^2-Performancemaß kann festgestellt werden, dass sich in allen Perioden positive Werte ergeben. Eine vergleichende Analyse zwischen den Strategien wird im folgenden Abschnitt vorgenommen.

4.3 Vergleichende Analyse der empirischen Untersuchungsergebnisse

Der Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Strategien erfolgt auf Basis der o.g. Performancekriterien. Da bei den Risk Parity-Ansätzen insbesondere das Risiko im Fokus steht, sollen zunächst die Standardabweichungen der einbezogenen Assetklassen für sich zusammenfassend dargestellt werden, bevor anschließend die Werte für die jeweiligen Strategien näher betrachtet werden.

Tab. 43: Standardabweichungen der einbezogenen Assetklassen

Zeitraum	RX Real Estate	DAX	REXP	Gold
04.01.2008 – 26.12.2014	5,4502%	3,5286%	0,5558%	2,6294%
04.01.2008 – 06.03.2009	10,2923%	5,7019%	0,8607%	3,7948%
06.03.2009 – 01.07.2011	4,5770%	2,6137%	0,4804%	2,1905%
01.07.2011 – 01.06.2012	3,8674%	4,4266%	0,6347%	2,9598%
01.06.2012 – 26.12.2014	2,4414%	2,1954%	0,3767%	2,1558%

Nun können diese Werte mit den Standardabweichungen der einzelnen Strategien verglichen werden.

Tab. 44: Standardabweichungen der betrachteten Strategien

Zeitraum	EW	ERB	ERC	MV	MD
04.01.2008 – 26.12.2014	1,7918%	0,7250%	0,6477%	0,4663%	0,6242%
04.01.2008 – 06.03.2009	2,8468%	1,0271%	0,9220%	0,7264%	0,9936%
06.03.2009 – 01.07.2011	1,6917%	0,6012%	0,5185%	0,4087%	0,4882%
01.07.2011 – 01.06.2012	1,7003%	0,9071%	0,7966%	0,4596%	0,6629%
01.06.2012 – 26.12.2014	1,0874%	0,5633%	0,5299%	0,3543%	0,4862%

Der Risikovergleich anhand der Standardabweichung zeigt für die einzelnen Assetklassen – mit Ausnahme des REXP – z.T. deutlicher höhere Werte als die vorgestellten Risk Parity-Ansätze. Der REXP führt nur im Vergleich zum Minimum-Varianz-Ansatz zu höheren Risiken. Innerhalb der betrachteten Ansätze zeigt das gleichgewichtige Portfolio (Equally-Weighted-Ansatz) die mit Abstand höchsten Risikowerte in der jeweiligen Periode. Der ERC-Ansatz weist regelmäßig geringere Risiken auf als der ERB-Ansatz. Noch geringere Risiken als der ERC-Ansatz lassen sich – mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise – für die Most-Diversified- und die Minimum-Varianz-Strategie bestimmen.

Diese Ergebnisse werden durch das Downside-Risikomaß „Value-at-Risk“ als Risikomaß bestätigt. Für ein Konfidenzniveau von 95% werden die Werte (auf Basis der Standardabweichungen der stetigen Wochenrenditen) in den nachfolgenden beiden Tabellen präsentiert.

Tab. 45: Value-at-Risk$_{95\%}$ der einbezogenen Assetklassen

Zeitraum	RX Real Estate	DAX	REXP	Gold
04.01.2008 – 26.12.2014	-8,6635%	-5,5853%	-0,8094%	-4,0960%
04.01.2008 – 06.03.2009	-17,4035%	-10,1032%	-1,2253%	-5,6541%
06.03.2009 – 01.07.2011	-6,7373%	-3,6485%	-0,7251%	-3,2794%
01.07.2011 – 01.06.2012	-6,2120%	-7,4167%	-0,8073%	-4,2569%
01.06.2012 – 26.12.2014	-3,6788%	-3,1899%	-0,5659%	-3,7099%

Tab. 46: Value-at-Risk$_{95\%}$ der betrachteten Strategien

Zeitraum	EW	ERB	ERC	MV	MD
04.01.2008 – 26.12.2014	-2,8255%	-1,0939%	-0,9712%	-0,6675%	-0,9381%
04.01.2008 – 06.03.2009	-5,1344%	-1,7512%	-1,5308%	-1,1242%	-1,6297%
06.03.2009 – 01.07.2011	-2,3907%	-0,8163%	-0,7053%	-0,5636%	-0,6632%
01.07.2011 – 01.06.2012	-2,6643%	-1,3253%	-1,1562%	-0,5985%	-0,9812%
01.06.2012 – 26.12.2014	-1,6439%	-0,8444%	-0,7966%	-0,4991%	-0,7251%

Auch die Ergebnisse des Value-at-Risk zeigen ein deutlich höheres Risiko der Equally-Weighted-Strategie im Vergleich zu den übrigen Ansätzen. Zu den geringsten Risiken führt wiederum der Minimum-Varianz-Ansatz, bei dem die Risiken in jeder Periode auch geringer ausfallen als beim REXP.

Für die Beurteilung der Performance ist darüber hinaus auch die Einbeziehung der Rendite von Bedeutung. Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Mittelwerte der stetigen, wöchentlichen Renditen im Überblick.

Tab. 47: Mittelwerte der wöchentlichen Renditen der einbezogenen Assetklassen

Zeitraum	RX Real Estate	DAX	REXP	Gold
04.01.2008 – 26.12.2014	-0,09722%	0,05670%	0,10158%	0,14275%
04.01.2008 – 06.03.2009	-2,19097%	-1,27195%	0,18292%	0,42165%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,55358%	0,58255%	0,06241%	0,26863%
01.07.2011 – 01.06.2012	-0,05199%	-0,42499%	0,23345%	0,51832%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,26765%	0,36915%	0,05210%	-0,23448%

Tab. 48: Mittelwerte der wöchentlichen Renditen der betrachteten Strategien

Zeitraum	EW	ERB	ERC	MV	MD
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0811%	0,0925%	0,0894%	0,0971%	0,0842%
04.01.2008 – 06.03.2009	-0,5884%	-0,0772%	-0,0260%	0,0642%	-0,0088%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,3629%	0,1691%	0,1451%	0,1070%	0,1376%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,0963%	0,1578%	0,1474%	0,1558%	0,1043%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,1310%	0,0785%	0,0718%	0,0824%	0,0719%

Beim Vergleich der durchschnittlichen Wochenrenditen fällt auf, dass die Werte für die Gesamtperiode bei allen Ansätzen ähnlich hoch ausfallen. Jedoch gibt es in den jeweiligen Perioden deutliche Unterschiede. So führt das Equally-Weighted-Portfolio in dem Zeitraum, der die Finanz- und Wirtschaftskrise umfasst, zu einer deutlich negativen Rendite, während diese bei den anderen Strategien sehr moderat negativ ausfällt. Der Minimum-Varianz-Ansatz führt sogar zu einem positiven Wert in dieser durch starke Kursrückgänge am Aktienmarkt geprägten Periode. In der anschließenden Phase ansteigender Kurse zeigt das EW-Portfolio hingegen einen deutlich höheren Wert als die übrigen Ansätze. Diese höheren Schwankungen des EW-Portfolios sind auf die Gleichgewichtung der Assetklassen zurückzuführen. Bei den Risk Parity-Ansätzen sowie dem MV- und MD-Portfolio ist der Anteil des (risikoarmen) REXP erheblich höher, was sich in den vergleichsweise geringen (absoluten) Werten für die Rendite widerspiegelt. Wie oben gezeigt, fällt entsprechend das Risiko im Vergleich zum EW-Portfolio niedriger aus.

Zur Beurteilung von Renditen und Risiken gleichermaßen wird auf die beiden oben vorgestellten Maße Sharpe-Ratio und M^2-Performancemaß zurückgegriffen. Die Ergebnisse für die Sharpe-Ratio werden in den beiden nachfolgenden Tabellen zusammenfassend dargestellt.

Tab. 49: Sharpe-Ratios der einbezogenen Assetklassen

Zeitraum	RX Real Estate	DAX	REXP	Gold
04.01.2008 – 26.12.2014	-2,3548%	0,7250%	12,6783%	4,2458%
04.01.2008 – 06.03.2009	-22,1260%	-23,8210%	11,2254%	8,8371%
06.03.2009 – 01.07.2011	11,5135%	21,2702%	7,4523%	11,0489%
01.07.2011 – 01.06.2012	-2,1806%	-10,3316%	31,6845%	16,4192%
01.06.2012 – 26.12.2014	10,5855%	16,3950%	11,3821%	-11,3039%

Tab. 50: Sharpe-Ratios der betrachteten Strategien

Zeitraum	EW	ERB	ERC	MV	MD
04.01.2008 – 26.12.2014	2,7922%	8,4716%	9,0042%	14,1605%	8,5119%
04.01.2008 – 06.03.2009	-23,6997%	-15,9196%	-12,1806%	-3,0354%	-9,5699%
06.03.2009 – 01.07.2011	19,8805%	23,7109%	22,8580%	19,6764%	22,7388%
01.07.2011 – 01.06.2012	3,7634%	13,8319%	14,4471%	26,8579%	10,8572%
01.06.2012 – 26.12.2014	11,2032%	12,3016%	11,8074%	20,6621%	12,8978%

Beim Vergleich der Ergebnisse für die Sharpe-Ratio fällt auf, dass zunächst die Assetklassen RX Real Estate und DAX häufiger negative Werte aufweisen als die übrigen Assetklassen und als die betrachteten Strategien. Bei letzteren ergeben sich nur in der durch starke Kursverluste geprägten Periode der Finanzmarktkrise negative Werte. Die Risk Parity-Strategien erzielen durchweg bessere Werte als der Equally-Weighted-Ansatz. Dabei weist die ERC-Strategie in drei von fünf Perioden eine bessere Sharpe-Ratio auf als die ERB-Strategie. U.a. gilt dies auch für die Periode der Finanzmarktkrise, die durch starke Kursverluste am Aktienmarkt gekennzeichnet ist.

Auch der Most-Diversified-Ansatz zeigt in allen Perioden bessere Werte als der EW-Ansatz. Die ERC-Strategie ist in drei von fünf Perioden besser als der Most-Diversified-Ansatz, wobei die Unterschiede in den Werten nicht sehr groß sind. Am besten schneidet insgesamt der Minimum-Varianz-Ansatz ab, der in allen Perioden – mit Ausnahme der durch starke Kursgewinne an den Aktienmärkten geprägten Periode nach der Finanzmarktkrise – deutlich bessere Werte für die Sharpe-Ratio aufweist als die übrigen Strategien.

Schließlich zeigt die nachfolgende Tabelle die Werte für das M^2-Performancemaß, wobei jeweils die EW-Strategie als Benchmark dient.

Tab. 51: M^2-Performancewerte der betrachteten Strategien (EW = Benchmark)

Zeitraum	EW	ERB	ERC	MV	MD
04.01.2008 – 26.12.2014	0,0000%	0,1018%	0,1113%	0,2037%	0,1025%
04.01.2008 – 06.03.2009	0,0000%	0,2215%	0,3279%	0,5883%	0,4022%
06.03.2009 – 01.07.2011	0,0000%	0,0648%	0,0504%	-0,0035%	0,0484%
01.07.2011 – 01.06.2012	0,0000%	0,1712%	0,1817%	0,3927%	0,1206%
01.06.2012 – 26.12.2014	0,0000%	0,0119%	0,0066%	0,1029%	0,0184%

In allen Fällen – mit Ausnahme der MV-Strategie in der Periode unmittelbar nach der Finanzmarktkrise – ergeben sich positive Werte, d.h. bessere Werte als bei der Benchmark. Der negative Wert der MV-Strategie ist auch nur sehr gering negativ, während in den anderen Perioden sehr hohe positive Werte vorliegen. Somit ist es nicht sinnvoll die Assetklassen in einem Portfolio gleich zu gewichten. Dies gilt für alle Perioden, unabhängig davon, ob an den Aktienmärkten moderate oder starke Kursverluste bzw. moderate oder starke Kursgewinne vorliegen. Der Risk Parity-Ansatz führt vor allem als Equal-Risk-Contribution-Strategie zu guten Ergebnissen, wird aber insgesamt noch von dem Minimum-Varianz-Ansatz übertroffen. Zu empfehlen ist daher entsprechend den Ergebnissen der vorliegenden Analyse die Anwendung des Minimum-Varianz-Ansatzes in der Asset Allocation.

Bei diesen Ergebnissen ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Portfoliozusammensetzungen vor allem durch den vergleichsweise sehr hohen Anteil des REXP in den jeweiligen Portfolios geprägt sind. Vor diesem Hintergrund überrascht die positive Entwicklung sowohl des Risk Parity-Ansatzes als auch des MV- und MD-Ansatzes nicht; denn seit der Finanzmarktkrise ist der Anleihenmarkt durch eine sehr positive Wertentwicklung bei geringem Risiko gekennzeichnet, da viele Anleger diese sog. „Safe-Haven"-Investments für ihre Portfolios herangezogen haben. Sollten inflationäre Tendenzen und höhere Zinssätze am Markt entstehen, würde dies zu Kursrückgängen auf den Anleihemärkten führen, was dann bei einer relativ hohen Gewichtung dieser Assetklasse in den Risk Parity-Portfolios negative Auswirkungen haben kann.[75]

75 Vgl. Kula/Schuller (2012), S. 1.

5 Fazit

Der Risk Parity-Ansatz wurde als risikobasiertes Konzept im Rahmen der Asset Allocation entwickelt mit dem Ziel, das Risiko der in ein Portfolio einbezogenen Assetklassen möglichst auszugleichen. Die beiden Risk Parity-Ausprägungen Equal-Risk-Budget- (ERB-) Strategie und Equal-Risk-Contribution- (ERC-) Strategie benötigen für die Bestimmung der Assetklassen-Gewichtungen in den Portfolios keine Prognosen bezüglich der erwarteten Renditen. Allerdings unterscheiden sie sich in der Berücksichtigung der Korrelationen zwischen den Renditen der jeweiligen Anlagen. Anders als bei der ERB-Strategie werden sie bei der ERC-Strategie einbezogen. Das Ziel des Risk Parity-Ansatzes ist es, das Risikobudget (ERB-Strategie) bzw. den Risikobeitrag zum Portfoliorisiko (ERC-Strategie) für alle Anlagen des Portfolios gleich zu gestalten. Dabei wird in der vorliegenden Untersuchung auf die Standardabweichung als Risikomaß zurückgegriffen

Abzugrenzen ist der Risk Parity-Ansatz von weiteren Verfahren, die für die Asset Allocation ebenfalls auf die Ermittlung von Renditen verzichten. Dazu zählen der Minimum-Varianz- (MV-) Ansatz und der Most-Diversified- (MD-) Ansatz. Beide Ansätze zielen zwar nicht direkt auf gleiche Risikobudgets bzw. Risikobeiträge ab, können aber der risikobasierten Asset Allocation zugeordnet werden. In der vorliegenden Analyse wird der Risk Parity-Ansatz mit diesen beiden Ansätzen sowie mit dem als „naive“ Strategie zu bezeichnenden Equally-Weighted- (EW-) Ansatz als Benchmark verglichen.

Im Hinblick auf die Gewichtungen führt der EW-Ansatz zu dem am geringsten konzentrierten Portfolio. Sofern aber die Risiken der jeweiligen Anlagen sehr unterschiedlich sind, ist aufgrund der höheren Risikokonzentration im EW-Portfolio der Diversifikationserfolg entsprechend gering. Der MV-Ansatz resultiert in den ex ante geringsten Standardabweichungen des Portfolios. Allerdings weist dieser Ansatz das Problem auf, dass zwar eine Diversifikation bzgl. der Standardabweichung, nicht aber bzgl. der Gewichtungen der einzelnen Anlagen vorgenommen wird. Infolgedessen kann es häufig vorkommen, dass dieses Portfolio auf relativ wenige Anlagen konzentriert ist. Im Hinblick auf das Marginal Risk führt der MV-Ansatz zu für alle Anlagen des Portfolios identischen Werten. Somit würde – zumindest auf Ex ante-Basis – eine infinitesimal kleine Erhöhung des Anteils einer Anlage im MV-Portfolio bei allen Anlagen zur gleichen Erhöhung des Gesamtportfoliorisikos führen. Im Rahmen des MD-Ansatzes wird das Portfolio mit der maximalen Diversification Ratio ermittelt. Bei diesem Ansatz geht es darum, den Quotienten aus Portfoliorisiko ohne Diversifikation und dem (tatsächlichen) Portfoliorisiko mit Diversifikation zu maximieren.

Formal können die Zielsetzungen der jeweiligen Ansätze wie folgt zusammengefasst werden:

EW-Ansatz: $x_i = x_j$

ERB-Ansatz: $x_i \cdot \sigma_i = x_j \cdot \sigma_j$

ERC-Ansatz: $x_i \cdot \frac{\partial \sigma_{ERC}}{\partial x_i} = x_j \cdot \frac{\partial \sigma_{ERC}}{\partial x_j}$

MV-Ansatz: $\frac{\partial \sigma_{MV}}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{MV}}{\partial x_j}$

MD-Ansatz: $\frac{1}{\sigma_i} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma_j} \cdot \frac{\partial \sigma_{MD}}{\partial x_j}$

mit

x_i	=	Portfolioanteil (Gewichtung) der Anlage i
σ_i	=	Standardabweichung der Anlage i
σ_{ERC}, σ_{MV}, σ_{MD}	=	Standardabweichung des ERC-, MV- bzw. MD-Portfolios

Aus diesen Zielsetzungen lassen sich die jeweiligen Gewichtungen x_i gemäß der verschiedenen Ansätze bestimmen.

Dabei kann für den Risk Parity-Ansatz zunächst Folgendes festgestellt werden: Je niedriger (höher) die Standardabweichung einer Anlage ist, desto höher (niedriger) fällt ihre Gewichtung im ERB-Portfolio aus. Hingegen ist der Anteil bei der ERC-Strategie umgekehrt proportional zu dem Betafaktor der Anlage in Bezug zum ERC-Portfolio. Je niedriger (höher) dieses Beta, desto höher (niedriger) der Anteil. Infolgedessen werden Anlagen mit einer relativ geringen Standardabweichung und einer relativ geringen Korrelation mit dem ERC-Portfolio tendenziell bevorzugt.

Es lässt sich zeigen, dass die sich ergebenden Standardabweichungen der Portfolios ex ante wie folgt zusammenhängen:

$\sigma_{MV} \leq \sigma_{ERB} \leq \sigma_{EW}$ bzw. $\sigma_{MV} \leq \sigma_{ERC} \leq \sigma_{EW}$

Ein Vergleich zwischen ERB- und ERC-Portfolio führt nicht zu eindeutigen Ergebnissen. Gleiches trifft auf das Most-Diversified-Portfolio zu, für das aber der folgende Zusammenhang festgestellt werden kann: $\sigma_{MV} \leq \sigma_{MD}$.

Darüber hinaus sind beim EW-, ERB- und beim ERC-Ansatz (bei einer Long-Only-Strategie) alle Anlagen im Portfolio repräsentiert ($x_i > 0$). Hingegen kann es sowohl beim MV-Ansatz als auch beim MD-Ansatz vorkommen, dass einzelne Anlagen nicht im Portfolio enthalten sind, d.h. x_i kann Null werden, wobei hier von einer Long-Only-Strategie ausgegangen wird, so dass negative Anteile (Leerverkäufe) ausgeschlossen sind.

Sofern die Korrelationen der einzelnen Anlagen untereinander und damit auch zwischen den einzelnen Anlagen und dem Portfolio jeweils identisch sind, würden sich bei der ERC-Strategie die gleichen Gewichtungen wie bei der ERB-Strategie und beim MD-Ansatz ergeben. Darüber hinaus stimmen das MD-Portfolio und das MV-Portfolio bei gleichen Standardabweichungen aller Anlagen i überein. In diesem Fall entsprechen sich auch die Gewichtungen des EW-Portfolios und des ERB-Portfolios.

ERC- und MV-Portfolio entsprechen sich dann, wenn die Korrelationen zwischen den Anlagen gleich sind und sich zudem dem folgenden Wert $k_{ij} = \frac{-1}{n-1}$ annähern.

Im Hinblick auf das zu erwartende Rendite-Risikoverhältnis kann die Maximierung der Sharpe-Ratio als Ziel der Asset Allocation für das ERC-Portfolio aus theoretischer Sicht nur dann umgesetzt werden, wenn identische Korrelationen zwischen den Anlagen und identische Sharpe-Ratios für alle Anlagen im Portfolio unterstellt werden. Auch das MD-Portfolio weist in dem speziellen Fall identischer Sharpe-Ratios aller einbezogenen Anlagen die höchste Sharpe-Ratio auf. Diese sich aus theoretischen Überlegungen ergebenden Erkenntnisse haben jedoch keine Bedeutung für die Ermittlung der Gewichtungen der einzelnen Anlagen im Portfolio, weil das Risiko-Rendite-Profil dabei nicht in die Betrachtung einbezogen wird. Inwieweit sich die Sharpe-Ratios der o.g. Ansätze ex post unterscheiden, wird mithilfe der anschließenden empirischen Analyse ermittelt.

In der empirischen Analyse wird die Performance der betrachteten Ansätze für die folgenden Zeiträume ermittelt: 04.01.2008 – 26.12.2014, 04.01.2008 – 06.03.2009, 06.03.2009 – 01.07.2011, 01.07.2011 – 01.06.2012 und 01.06.2012 – 26.12.2014. Die einbezogenen Assetklassen Aktien, Immobilien und Renten werden durch die Indizes DAX, RX Real Estate und REXP repräsentiert. Zusätzlich wird noch die Assetklasse Gold mit berücksichtigt.

Basis für die Bestimmung der Gewichtungen der einzelnen Assetklassen bzw. für die halbjährlichen Portfoliozusammenstellungen sind die Standardabweichungen der diskreten, wöchentlichen Renditen der jeweiligen Assetklassen. Die Analyse hat gezeigt, dass der REXP bei den Ansätzen ERB, ERC, MV und MD in allen Halbjahresperioden – mit einer

Ausnahme – einen Portfolioanteil von über 60% aufweist. Dies ist auf das relativ geringe Risiko des REXP im Vergleich zu den anderen Assetklassen und – beim ERC-, MV- und MD-Ansatz – auf die geringen Korrelationen des REXP zurückzuführen, die mit dem DAX und dem RX Real Estate in den untersuchten Perioden fast immer negativ sind.

Zur Beurteilung des Erfolgs der einzelnen Ansätze wird auf die Sharpe-Ratio und das M^2 Measure als Performancemaße zurückgegriffen, bei denen jeweils das Risiko mit Hilfe der Standardabweichung gemessen wird. Zugrunde liegen dabei die stetigen, wöchentlichen Renditen. Zusätzlich wird als Downside-Risikomaß der Value-at-Risk für ein im Portfoliomanagement oftmals zugrunde gelegtes Konfidenzniveau von 95% berechnet.

Der Risikovergleich anhand der Standardabweichung zeigt für die einzelnen Assetklassen – mit Ausnahme des REXP – z.T. deutlicher höhere Werte als die vorgestellten Risk Parity-Strategien. Der REXP führt nur im Vergleich zum Minimum-Varianz-Ansatz zu höheren Risiken. Innerhalb der betrachteten Ansätze zeigt das EW-Portfolio die mit Abstand höchsten Risikowerte in den jeweiligen Perioden. Die ERC-Strategie weist regelmäßig geringere Risiken auf als die ERB-Strategie. Noch geringere Risiken als die ERC-Strategie lassen sich – mit Ausnahme der Periode der Finanzkrise – für die Most-Diversified- und die Minimum-Varianz-Strategie bestimmen. Diese Ergebnisse werden durch den Value-at-Risk bestätigt.

Beim Vergleich der durchschnittlichen Wochenrenditen fällt auf, dass die Werte für die Gesamtperiode bei allen Ansätzen ähnlich hoch ausfallen. Jedoch gibt es in den jeweiligen Perioden deutliche Unterschiede. So führt das EW-Portfolio in dem Zeitraum, der die Finanz- und Wirtschaftskrise umfasst, zu einer deutlich negativen Rendite, während diese bei den anderen Strategien sehr moderat negativ ausfällt. Der MV-Ansatz führt sogar zu einem positiven Wert in dieser durch starke Kursrückgänge am Aktienmarkt geprägten Periode. In der anschließenden Phase ansteigender Kurse zeigt das EW-Portfolio hingegen einen deutlich höheren Wert als die übrigen Ansätze. Diese höheren Schwankungen des EW-Portfolios sind auf die Gleichgewichtung der Assetklassen zurückzuführen. Bei den Risk Parity-Ansätzen sowie dem MV- und MD-Portfolio ist der Anteil des (risikoarmen) REXP erheblich höher, was sich in den vergleichsweise geringen (absoluten) Werten für die Rendite widerspiegelt.

Beim Vergleich der Ergebnisse für die Sharpe-Ratio fällt auf, dass die Risk Parity-Strategien durchweg bessere Werte erzielen als der EW-Ansatz. Dabei weist die ERC-Strategie in drei von fünf Perioden eine bessere Sharpe-Ratio auf als die ERB-Strategie.

U.a. gilt dies auch für die Periode der Finanzmarktkrise. Auch der MD-Ansatz zeigt in allen Perioden bessere Werte als der EW-Ansatz. Allerdings ist die ERC-Strategie wiederum in drei von fünf Perioden besser als der MD-Ansatz, wobei die Unterschiede in den Werten nicht sehr groß sind. Am besten schneidet insgesamt der MV-Ansatz ab, der in allen Perioden – mit Ausnahme der durch starke Kursgewinne an den Aktienmärkten geprägten Periode nach der Finanzmarktkrise – deutlich bessere Werte für die Sharpe-Ratio aufweist als die übrigen Strategien. Diese Ergebnisse werden durch das M^2 Performancemaß bestätigt. Somit ist es nicht sinnvoll die Assetklassen in einem Portfolio gleich zu gewichten. Dies gilt für alle Perioden, unabhängig davon, ob an den Aktienmärkten moderate oder starke Kursverluste bzw. moderate oder starke Kursgewinne vorliegen.

Der Risk Parity-Ansatz führt vor allem als ERC-Strategie zu guten Ergebnissen, wird aber insgesamt noch von dem MV-Ansatz übertroffen. Zu empfehlen ist daher entsprechend den Ergebnissen der vorliegenden Analyse die Anwendung des Minimum-Varianz-Ansatzes in der Asset Allocation.

Allerdings müssen bei diesen Ergebnissen zwei Aspekte berücksichtigt werden: Zum einen handelt es sich bei den in die Ermittlung der Anlagengewichtungen eingehenden Volatilitäten und Korrelationen um Prognosewerte für die künftigen Perioden. Da diese Werte aus Vergangenheitsdaten abgeleitet werden, müssen sie somit nicht mit den tatsächlichen Werten in den künftigen Perioden übereinstimmen, so dass es diesbezüglich zu Abweichungen von erwarteten Ergebnissen kommen kann.

Zum anderen ist bei den Ergebnissen zu berücksichtigen, dass die Portfoliozusammensetzungen vor allem durch den vergleichsweise sehr hohen Anteil des REXP in den jeweiligen Portfolios geprägt sind. Vor diesem Hintergrund überrascht die positive Entwicklung sowohl des Risk Parity-Ansatzes als auch des MV- und MD-Ansatzes nicht; denn seit der Finanzmarktkrise ist der Anleihenmarkt durch eine sehr positive Wertentwicklung bei geringem Risiko gekennzeichnet, da viele Anleger diese sog. „Safe-Haven“-Investments für ihre Portfolios herangezogen haben. Eventuelle inflationäre Tendenzen und höhere Zinssätze am Markt würden zu Kursrückgängen auf den Anleihemärkten führen, was sich bei einer relativ hohen Gewichtung dieser Assetklasse in den Risk Parity-Portfolios negativ auf die Performance auswirken würde.

Literaturverzeichnis

Anderson, R.M./Bianchi, S.W./Goldberg, L.R. (2011): Will My Risk Parity Strategy Outperform?, http://eml.berkeley.edu//~anderson/risk%20parity111111.pdf, 25.9.2015.

Aquila Capital Concepts (2015, Hrsg.): Risk Parity – Eine Einführung, http://www.riskparity.com/de#page-nav-intro, 4.9.2015.

Asness, C./Frazzini, A./Pedersen, L.H. (2012): Leverage Aversion and Risk Parity, in: Financial Analysts Journal, 68. Jg., Nr. 1, 2012, S. 47-59.

Auspurg, J./von Bartenwerffer, T./Schumann, E. (2015a): Faktorprämien – Eine Einführung, Aquila Capital, März 2015, http://www.riskparity.com/sites/51f663d44603d620f7000004/theme/pdfs/2015-03-Faktorpraemien-Einfuehrung.pdf, 18.10.2015.

Auspurg, J./von Bartenwerffer, T./Schumann, E. (2015b): A note on mean-variance and risk parity, Aquila Capital, Juni 2015, http://www.riskparity.com/sites/51f663d44603d620f7000004/theme/pdfs/2015-06-Research_MV-RP-effect-of-uncertainty.pdf, 19.10.2015.

Bai, X./Scheinberg, K./Tutuncu, R. (2013): Least-squares approach to risk parity in portfolio selection, http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2013/10/4089.pdf, 23.11.2015.

Baltas, N./Jessop, D./Jones, C./Zhang, H. (2014): Quant Keys: Risk Parity versus Mean-Variance, UBS Global Research, 2014, http://www.riskparity.com/sites/51f663d44603d620f7000004/theme/pdfs/201405_UBSonRPandMarkowitz.pdf, 29.9.2015.

von Bartenwerffer, T./Heuschmidt, H./Heusser, P./Schumann, E./Shvartsman, E. (2014): Faktorprämien, Aquila Capital, http://www.riskparity.com/sites/51f663d44603d620f7000004/theme/pdfs/2014-09_Aquila_Capital_Research_Faktorpraemien_DE.pdf, 22.11.2015.

Bodie, Z./Kane, A./Marcus, A.J. (2011): Investments, 9. Aufl., New York 2011.

Bruder, B./Roncalli, T. (2013): Managing Risk Exposure using the Risk Parity Approach, Lyxor Research, 2013, http://www.lyxor.com/fileadmin/_fileup/lyxor_wp/document/Lyxor_20Research_20-_20Managing_20Risk_20Measures_2c_20Jan_202013_03.pdf, 28.9.2015.

Bruns, C./Meyer-Bullerdiek, F. (2013): Professionelles Portfoliomanagement, 5. Aufl., Stuttgart 2013.

Callan Associates (2010, Hrsg.): The Risk Parity Approach to Asset Allocation, http://www.top1000funds.com/attachments/TheRiskParityApproachtoAssetAllocation2010.pdf, 24.11.2015.

Chaves, D./Hsu, J./Li, F./Shakernia, O. (2011): Risk Parity Portfolio vs. Other Asset Allocation Heuristic Portfolios, in: Journal of Investing, Spring 2011, S. 108-118.

Chaves, D.B./Hsu, J.C./Li, F./Shakernia, O. (2012): Efficient Algorithms for Computing Risk Parity Portfolio Weights, Juli 2012, http://www.top1000funds.com/wp-content/uploads/2012/08/Efficient-algorithms-for-computing-risk-parity-portfolio-weights.pdf, 27.11.2015.

Choueifaty Y./Coignard, Y. (2008): Toward Maximum Diversification, in: Journal of Portfolio Management, Fall 2008, S. 40-51.

Choueifaty, Y./Froidure, T./Reynier, J. (2013): Properties of the most diversified portfolio, in: Journal of Investment Strategies, 2. Jg, Nr. 2, Spring 2013, S. 49-70.

Clarke, R./de Silva, H./Thorley, S. (2006): Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market, in: Journal of Portfolio Management, Fall 2006, S. 1-14.

Clarke, R./de Silva, H./Thorley, S. (2011): Minimum-Variance Portfolio Composition, in: Journal of Portfolio Management, Winter 2011, S. 31-45.

Clarke, R./de Silva, H./Thorley, S. (2013): Risk Parity, Maximum Diversification, and Minimum Variance: An Analytic Perspective, in: Journal of Portfolio Management, Spring 2013, S. 39-53.

Demey, P./Maillard, S./Roncalli, T. (2010): Risk-Based Indexation, http://thierry-roncalli.com/download/lwp-rbi.pdf, 24.9.2015.

Fischer, B.R. (2010): Performanceanalyse in der Praxis, 3. Aufl., München 2010.

Fisher, G.S./Maymin, P.Z./Maymin, Z.G. (2013): Risk Parity Optimality, http://gersteinfisher.com/wp-content/uploads/2013/05/SSRN_Risk_Parity_Optimality.pdf, 1.12.2015.

Goldwhite, P. (2009): Diversification and Risk Management: What Volatility Tells Us, in: Journal of Investing, Fall 2009, S. 40-48.

Grimm, R./Schuller, M./Wilhelmer, R. (2014): Portfoliomanagement in Unternehmen, Wiesbaden 2014.

Haugen, R.A. (1990): Building a Better Index, in: Pensions & Investments, 1. October 1990.

Heuschmidt, H./von Bartenwerffer, T. (2012): To bond or not to bond, that is the question, http://www.aquila-capital.de/sites/51bb1bb94603d65165000005/content_entry51dc08dc4603d6340000007d/520c93dd4603d66c7800044c/files/2012-08-30_Risk_Parity_in_rising_interest_rates_Research_final.pdf, 12.11.2015.

Hurst, B./Johnson, B.W./Hua Ooi, Y. (2010): Understanding Risk Parity, hrsg. v. AQR Capital Management LLC, Greenwich, CT 2010, http://www.advisorperspectives.com/commentaries/aqr_122210.php, 8.9.2015.

Inker, B. (2010): The Hidden Risks of Risk Parity Portfolios, GMO White Paper, March 2010, http://news.morningstar.com/pdfs/gmohiddenrisks.pdf, 28.10.2015.

Kaya, H./Lee, W. (2012): Demystifying Risk Parity, March 2012, http://conferences.pionline.com/assets/M0021_demystifying_risk_parity.pdf, 2.11.2015.

Kazemi, H. (2012): An Introduction to Risk Parity, in: Alternative Investment Analyst Review, hrsg. v. Caia Association, 1. Jg., 2012, Heft 1, S. 20-31.

Kleeberg, J.M. (1995): Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios, Bad Soden 1995.

Kleeberg, J.M. (2002): Internationale Minimum-Varianz-Strategien, in: Handbuch Portfoliomanagement, hrsg. v. Kleeberg, J.M./Rehkugler, H., 2. Aufl., Bad Soden 2002, S. 361-382.

Kula, G./Schuller, M. (2012): Risk Parity – Eine Modererscheinung unterschätzt ihren blinden Fleck, hrsg. v. Myra Capital, S. 1-4; http://myracapital.com/tl_files/Doc/MYRA_Risk_Parity.pdf, 12.10.2015.

Kunz, S. (2011): At Par with Risk Parity?, in: CFA Institute Conference Proceedings Quarterly, 28. Jg., Nr. 3, September 2011, S. 67-73, http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/cp.v28.n3.6, 15.10.2015.

Lee, W. (2011): Risk-Based Asset Allocation: A New Answer to an Old Question?, in: Journal of Portfolio Management, Sommer 2011, S. 11-28.

Leote de Carvalho, R./Lu, X./Moulin, P. (2012): Demystifying Equity Risk-Based Strategies: A simple alpha plus beta description, in: Journal of Portfoliomanagement, Spring 2012, S. 56-70.

Levell, C.A. (2010): Risk Parity: In the Spotlight after 50 Years," NEPC, March, http://www.nepc.com/writable/research_articles/file/2010_03_nepc_risk_parity.pdf, 13.9.2015.

Lohre, H./Neugebauer, U./ Zimmer, C. (2012): Diversified Risk Parity Strategies for Equity Portfolio Selection, https://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/subjects/finance/fof2012/programme/drpequity_1.pdf, 20.10.2015.

Maillard, S./Roncalli, T./Teiletche, J. (2009): On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios, Mai 2009, http://www.thierry-roncalli.com/download/erc.pdf, 22.9.2015.

Meyer-Bullerdiek, F./Schulz, M. (2004): Dynamische Portfolio Insurance Strategien ohne Derivate im Rahmen der privaten Vermögensverwaltung, Reihe Bank- und Finanzwirtschaft, Bd. 3, Frankfurt a.M. et al. 2004.

Modigliani, F./Modigliani, L.: (1997): Risk Adjusted Performance: How to measure it and why, in: Journal of Portfolio Management, 23. Jg., Winter 1997, S. 45-54.

Neumann, T./Konrad, D. (2011): Risikogesteuerte Asset-Allokation bietet enormes Potenzial, in: Börsenzeitung, Nr. 229 vom 26.11.2011, http://www.boersen-zeitung.de/ index.php?li=1&artid=2011229340, 15.9.2015.

Obeid, A. (2004): Performance-Analyse von Spezialfonds, Bad Soden 2004.

Omori, K. (2013): The Risk Parity Portfolio and the Low-Risk Asset Anomaly, in: Policy Research Institute, Ministry of Finance, Japan, Public Policy Review, 9. Jg., Nr. 3, September 2013, S. 491-514.

Partridge, L./Croce, R./Kellert, K. (2012): Risk Parity and Efficient Asset Allocation, http://www.salientpartners.com/docs/white_papers/salient-risk-parity-white-paper-final.pdf, 11.11.2015.

Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005): Portfoliomanagement: Konzepte und Strategien, Bad Soden/Ts. 2005.

o.V. (2010): Volatilitätssteuerung: Absage an „Zero Risk Tolerance at Zero Cost“, institutional-money.com, Ausgabe 3/2010, http://www.institutional-money.com/magazin/produkte-strategien/artikel/volatilitaetssteuerung-absage-an-zero-risk-tolerance-at-zero-cost/, 10.9.2015.

Roncalli, T. (2014a): Introduction to Risk Parity and Budgeting, Boca Raton, FL 2014.

Roncalli, T. (2014b): Introducing Expected Returns into Risk Parity Portfolios: A New Framework for Tactical and Strategic Asset Allocation, http://www.thierry-roncalli.com/download/active-risk-parity.pdf, 25.11.2015.

Schierenbeck, H./Lister, M./Kirmße, S. (2008): Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 2, 9. Aufl., Wiesbaden 2008.

Sharpe, W.F. (1966): Mutual Fund Performance, in: Journal of Business, 39. Jg., 1966, S. 119-138.

Taliaferro, R. (2012): Understanding risk-based portfolios, in: Journal of Investment Strategies, 1. Jg., Nr. 2, Spring 2012, S. 119-131.

Thiagrarajan, S.R./Schachter, B. (2011): Risk Parity: Rewards, Risks, and Research Opportunities, in: Journal of Investing, Spring 2011, S. 79-88.

Wagner, N./Wolpers, T. (2008): Vermögensanlage im Private Banking: Globale Minimum-Varianz-Strategien 1997 bis 2006, http://www.wiwi.uni-passau.de/fileadmin/dokumente/lehrstuehle/wagner/PDF/md_minvar-0108.pdf, 27.10.2015.

Anhang

Tab. 52: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 5.1.2007-28.12.2007

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{EW}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,781%	56,478%	0,043%	2,259	3,122%	0,783
DAX	25,000%	0,536%	38,808%	0,030%	1,552	2,145%	0,942
REXP	25,000%	-0,017%	-1,225%	-0,001%	-0,049	-0,068%	-0,158
Gold	25,000%	0,082%	5,940%	0,005%	0,238	0,328%	0,157
Summe	100,000%	1,382%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERB}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	7,164%	0,147%	26,013%	0,012%	3,631	2,050%	0,514
DAX	12,537%	0,223%	39,579%	0,010%	3,157	1,782%	0,782
REXP	66,645%	0,075%	13,211%	0,001%	0,198	0,112%	0,261
Gold	13,654%	0,120%	21,196%	0,005%	1,552	0,876%	0,419
Summe	100,000%	0,565%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	7,055%	0,124%	25,000%	0,009%	3,543	1,763%	0,442
DAX	8,143%	0,124%	25,000%	0,008%	3,070	1,527%	0,670
REXP	70,918%	0,124%	25,000%	0,001%	0,353	0,175%	0,409
Gold	13,884%	0,124%	25,000%	0,004%	1,801	0,896%	0,428
Summe	100,000%	0,498%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{MV}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	8,972%	0,033%	8,973%	0,001%	1,000	0,367%	0,161
REXP	91,027%	0,334%	91,026%	0,001%	1,000	0,367%	0,856
Gold	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	1,000	0,367%	0,175
Summe	100,000%	0,367%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{MD}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	12,114%	0,209%	39,420%	0,009%	3,254	1,722%	0,432
DAX	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
REXP	65,908%	0,122%	23,055%	0,001%	0,350	0,185%	0,432
Gold	21,978%	0,199%	37,525%	0,005%	1,707	0,904%	0,432
Summe	100,000%	0,529%	100,000%				

Tab. 53: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 29.6.2007-27.6.2008

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	1,147%	68,902%	0,076%	2,756	4,588%	0,890
DAX	25,000%	0,371%	22,292%	0,025%	0,892	1,484%	0,605
REXP	25,000%	-0,031%	-1,863%	-0,002%	-0,075	-0,124%	-0,202
Gold	25,000%	0,178%	10,670%	0,012%	0,427	0,711%	0,279
Summe	100,000%	1,665%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	7,386%	0,237%	34,067%	0,022%	4,612	3,204%	0,621
DAX	15,511%	0,177%	25,432%	0,008%	1,640	1,139%	0,464
REXP	62,157%	0,097%	13,932%	0,001%	0,224	0,156%	0,254
Gold	14,947%	0,185%	26,569%	0,009%	1,778	1,235%	0,485
Summe	100,000%	0,695%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	5,585%	0,153%	25,000%	0,017%	4,476	2,748%	0,533
DAX	14,742%	0,153%	25,000%	0,006%	1,696	1,041%	0,424
REXP	67,003%	0,153%	25,000%	0,001%	0,373	0,229%	0,374
Gold	12,669%	0,153%	25,000%	0,007%	1,973	1,211%	0,475
Summe	100,000%	0,614%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,766%	0,004%	0,766%	0,002%	1,000	0,485%	0,094
DAX	12,513%	0,061%	12,513%	0,002%	1,000	0,485%	0,197
REXP	83,392%	0,404%	83,392%	0,002%	1,000	0,485%	0,791
Gold	3,329%	0,016%	3,329%	0,002%	1,000	0,485%	0,190
Summe	100,000%	0,485%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,860%	0,087%	15,428%	0,013%	3,997	2,266%	0,439
DAX	15,819%	0,171%	30,106%	0,006%	1,903	1,079%	0,439
REXP	69,442%	0,187%	32,979%	0,002%	0,475	0,269%	0,439
Gold	10,879%	0,122%	21,487%	0,006%	1,975	1,120%	0,439
Summe	100,000%	0,567%	100,000%				

Tab. 54: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 28.12.2007-26.12.2008

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	2,186%	67,311%	0,284%	2,692	8,745%	0,928
DAX	25,000%	1,163%	35,816%	0,151%	1,433	4,653%	0,845
REXP	25,000%	-0,083%	-2,544%	-0,011%	-0,102	-0,330%	-0,367
Gold	25,000%	-0,019%	-0,584%	-0,002%	-0,023	-0,076%	-0,021
Summe	100,000%	3,248%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	6,332%	0,376%	36,996%	0,060%	5,843	5,933%	0,630
DAX	10,842%	0,370%	36,470%	0,035%	3,364	3,416%	0,621
REXP	66,215%	0,088%	8,618%	0,001%	0,130	0,132%	0,147
Gold	16,610%	0,182%	17,917%	0,011%	1,079	1,095%	0,305
Summe	100,000%	1,016%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	4,891%	0,217%	25,000%	0,038%	5,111	4,435%	0,471
DAX	8,559%	0,217%	25,000%	0,022%	2,921	2,534%	0,460
REXP	71,069%	0,217%	25,000%	0,003%	0,352	0,305%	0,339
Gold	15,482%	0,217%	25,000%	0,012%	1,615	1,401%	0,390
Summe	100,000%	0,868%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,556%	0,011%	1,556%	0,005%	1,000	0,717%	0,076
DAX	6,621%	0,047%	6,621%	0,005%	1,000	0,717%	0,130
REXP	84,993%	0,609%	84,993%	0,005%	1,000	0,717%	0,795
Gold	6,830%	0,049%	6,830%	0,005%	1,000	0,717%	0,199
Summe	100,000%	0,717%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	4,297%	0,165%	19,817%	0,032%	4,612	3,829%	0,406
DAX	8,165%	0,183%	21,991%	0,019%	2,693	2,236%	0,406
REXP	72,667%	0,266%	32,048%	0,003%	0,441	0,366%	0,406
Gold	14,871%	0,217%	26,145%	0,012%	1,758	1,460%	0,406
Summe	100,000%	0,830%	100,000%				

Tab. 55: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 27.6.2008-26.6.2009

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	2,661%	69,173%	0,409%	2,767	10,643%	0,943
DAX	25,000%	1,326%	34,473%	0,204%	1,379	5,304%	0,861
REXP	25,000%	-0,092%	-2,395%	-0,014%	-0,096	-0,368%	-0,426
Gold	25,000%	-0,048%	-1,251%	-0,007%	-0,050	-0,192%	-0,049
Summe	100,000%	3,846%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	5,331%	0,387%	39,016%	0,072%	7,319	7,268%	0,644
DAX	9,767%	0,387%	38,988%	0,039%	3,992	3,964%	0,644
REXP	69,554%	0,052%	5,280%	0,001%	0,076	0,075%	0,087
Gold	15,349%	0,166%	16,716%	0,011%	1,089	1,081%	0,276
Summe	100,000%	0,993%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,994%	0,204%	25,000%	0,042%	6,260	5,114%	0,453
DAX	7,324%	0,204%	25,000%	0,023%	3,413	2,789%	0,453
REXP	74,637%	0,204%	25,000%	0,002%	0,335	0,274%	0,316
Gold	14,045%	0,204%	25,000%	0,012%	1,780	1,454%	0,371
Summe	100,000%	0,817%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,627%	0,011%	1,627%	0,005%	1,000	0,678%	0,060
DAX	5,238%	0,036%	5,238%	0,005%	1,000	0,678%	0,110
REXP	86,513%	0,586%	86,513%	0,005%	1,000	0,678%	0,784
Gold	6,622%	0,045%	6,622%	0,005%	1,000	0,678%	0,173
Summe	100,000%	0,678%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,651%	0,160%	20,454%	0,034%	5,602	4,380%	0,388
DAX	6,717%	0,161%	20,538%	0,019%	3,057	2,390%	0,388
REXP	76,095%	0,255%	32,671%	0,003%	0,429	0,336%	0,388
Gold	13,537%	0,206%	26,337%	0,012%	1,946	1,521%	0,388
Summe	100,000%	0,782%	100,000%				

Tab. 56: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 26.12.2008-1.1.2010

EW	Anteil	Absolu-ter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	1,909%	70,443%	0,207%	2,818	7,638%	0,947
DAX	25,000%	0,792%	29,205%	0,086%	1,168	3,166%	0,804
REXP	25,000%	-0,048%	-1,756%	-0,005%	-0,070	-0,190%	-0,402
Gold	25,000%	0,057%	2,108%	0,006%	0,084	0,229%	0,080
Summe	100,000%	2,711%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	4,363%	0,231%	37,376%	0,033%	8,567	5,306%	0,658
DAX	8,931%	0,209%	33,725%	0,014%	3,776	2,339%	0,594
REXP	74,361%	0,044%	7,097%	0,000%	0,095	0,059%	0,125
Gold	12,346%	0,135%	21,803%	0,007%	1,766	1,094%	0,384
Summe	100,000%	0,619%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	3,119%	0,126%	25,000%	0,020%	8,015	4,049%	0,502
DAX	7,093%	0,126%	25,000%	0,009%	3,525	1,781%	0,452
REXP	79,361%	0,126%	25,000%	0,001%	0,315	0,159%	0,336
Gold	10,426%	0,126%	25,000%	0,006%	2,398	1,211%	0,425
Summe	100,000%	0,505%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,013%	0,004%	1,013%	0,002%	1,000	0,393%	0,049
DAX	4,623%	0,018%	4,623%	0,002%	1,000	0,393%	0,100
REXP	91,266%	0,359%	91,266%	0,002%	1,000	0,393%	0,831
Gold	3,098%	0,012%	3,098%	0,002%	1,000	0,393%	0,138
Summe	100,000%	0,393%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	2,318%	0,078%	16,496%	0,016%	7,117	3,365%	0,417
DAX	7,378%	0,121%	25,651%	0,008%	3,477	1,644%	0,417
REXP	80,699%	0,159%	33,697%	0,001%	0,418	0,197%	0,417
Gold	9,605%	0,114%	24,157%	0,006%	2,515	1,189%	0,417
Summe	100,000%	0,473%	100,000%				

Tab. 57: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 26.6.2009-25.6.2010

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,980%	55,149%	0,070%	2,206	3,921%	0,877
DAX	25,000%	0,625%	35,191%	0,044%	1,408	2,502%	0,838
REXP	25,000%	-0,041%	-2,321%	-0,003%	-0,093	-0,165%	-0,478
Gold	25,000%	0,213%	11,981%	0,015%	0,479	0,852%	0,364
Summe	100,000%	1,777%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	5,761%	0,155%	32,054%	0,013%	5,564	2,698%	0,603
DAX	8,623%	0,156%	32,259%	0,009%	3,741	1,814%	0,607
REXP	74,599%	0,005%	0,958%	0,000%	0,013	0,006%	0,018
Gold	11,018%	0,168%	34,729%	0,007%	3,152	1,528%	0,654
Summe	100,000%	0,485%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	4,044%	0,085%	25,000%	0,007%	6,182	2,099%	0,469
DAX	6,452%	0,085%	25,000%	0,004%	3,875	1,315%	0,440
REXP	83,404%	0,085%	25,000%	0,000%	0,300	0,102%	0,295
Gold	6,100%	0,085%	25,000%	0,005%	4,098	1,391%	0,595
Summe	100,000%	0,339%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,331%	0,003%	1,331%	0,001%	1,000	0,250%	0,056
DAX	5,941%	0,015%	5,941%	0,001%	1,000	0,250%	0,084
REXP	92,728%	0,232%	92,728%	0,001%	1,000	0,250%	0,725
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,250%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	2,978%	0,054%	19,112%	0,005%	6,418	1,824%	0,408
DAX	6,979%	0,085%	29,925%	0,003%	4,288	1,218%	0,408
REXP	87,828%	0,124%	43,530%	0,000%	0,496	0,141%	0,408
Gold	2,215%	0,021%	7,433%	0,003%	3,356	0,953%	0,408
Summe	100,000%	0,284%	100,000%				

Tab. 58: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 1.1.2010-31.12.2010

EW	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	25,000%	0,624%	43,792%	0,036%	1,752	2,497%	0,805
DAX	25,000%	0,506%	35,507%	0,029%	1,420	2,024%	0,832
REXP	25,000%	-0,020%	-1,419%	-0,001%	-0,057	-0,081%	-0,158
Gold	25,000%	0,315%	22,120%	0,018%	0,885	1,261%	0,508
Summe	100,000%	1,425%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	10,435%	0,194%	27,706%	0,013%	2,655	1,859%	0,600
DAX	13,294%	0,217%	31,062%	0,011%	2,337	1,636%	0,672
REXP	63,242%	0,078%	11,153%	0,001%	0,176	0,123%	0,241
Gold	13,029%	0,211%	30,079%	0,011%	2,309	1,616%	0,651
Summe	100,000%	0,700%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	8,910%	0,145%	25,000%	0,009%	2,806	1,628%	0,525
DAX	10,283%	0,145%	25,000%	0,008%	2,431	1,411%	0,580
REXP	71,553%	0,145%	25,000%	0,001%	0,349	0,203%	0,396
Gold	9,254%	0,145%	25,000%	0,009%	2,702	1,568%	0,631
Summe	100,000%	0,580%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	4,293%	0,018%	4,293%	0,002%	1,000	0,422%	0,136
DAX	6,210%	0,026%	6,210%	0,002%	1,000	0,422%	0,173
REXP	89,498%	0,377%	89,498%	0,002%	1,000	0,422%	0,824
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,422%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	8,928%	0,140%	28,128%	0,008%	3,151	1,569%	0,506
DAX	7,952%	0,098%	19,666%	0,006%	2,473	1,231%	0,506
REXP	78,629%	0,204%	40,875%	0,001%	0,520	0,259%	0,506
Gold	4,491%	0,056%	11,332%	0,006%	2,523	1,256%	0,506
Summe	100,000%	0,498%	100,000%				

Tab. 59: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 25.6.2010-24.6.2011

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,496%	43,041%	0,023%	1,722	1,982%	0,800
DAX	25,000%	0,361%	31,395%	0,017%	1,256	1,446%	0,747
REXP	25,000%	0,014%	1,181%	0,001%	0,047	0,054%	0,101
Gold	25,000%	0,281%	24,382%	0,013%	0,975	1,123%	0,585
Summe	100,000%	1,151%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	12,266%	0,195%	27,001%	0,011%	2,201	1,587%	0,640
DAX	15,713%	0,183%	25,336%	0,008%	1,612	1,162%	0,601
REXP	56,187%	0,129%	17,853%	0,002%	0,318	0,229%	0,423
Gold	15,834%	0,215%	29,810%	0,010%	1,883	1,357%	0,707
Summe	100,000%	0,721%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	10,761%	0,164%	25,000%	0,010%	2,323	1,522%	0,614
DAX	14,762%	0,164%	25,000%	0,007%	1,693	1,109%	0,573
REXP	62,073%	0,164%	25,000%	0,002%	0,403	0,264%	0,488
Gold	12,403%	0,164%	25,000%	0,009%	2,016	1,320%	0,688
Summe	100,000%	0,655%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,266%	0,006%	1,266%	0,002%	1,000	0,468%	0,189
DAX	11,658%	0,055%	11,658%	0,002%	1,000	0,468%	0,242
REXP	87,076%	0,407%	87,076%	0,002%	1,000	0,468%	0,864
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,468%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	7,843%	0,111%	20,016%	0,008%	2,552	1,411%	0,569
DAX	15,608%	0,172%	31,094%	0,006%	1,992	1,101%	0,569
REXP	72,155%	0,222%	40,201%	0,002%	0,557	0,308%	0,569
Gold	4,395%	0,048%	8,689%	0,006%	1,977	1,093%	0,569
Summe	100,000%	0,553%	100,000%				

Tab. 60: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 31.12.2010-30.12.2011

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,768%	43,988%	0,054%	1,760	3,072%	0,883
DAX	25,000%	0,852%	48,799%	0,059%	1,952	3,407%	0,825
REXP	25,000%	-0,043%	-2,459%	-0,003%	-0,098	-0,172%	-0,261
Gold	25,000%	0,169%	9,672%	0,012%	0,387	0,675%	0,241
Summe	100,000%	1,746%	100,000%				

ERB	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	11,952%	0,275%	33,746%	0,019%	2,824	2,300%	0,661
DAX	10,057%	0,195%	23,932%	0,016%	2,380	1,938%	0,469
REXP	63,154%	0,106%	12,985%	0,001%	0,206	0,167%	0,254
Gold	14,837%	0,239%	29,337%	0,013%	1,977	1,610%	0,575
Summe	100,000%	0,814%	100,000%				

ERC	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	8,268%	0,171%	25,000%	0,014%	3,024	2,063%	0,593
DAX	10,074%	0,171%	25,000%	0,012%	2,482	1,693%	0,410
REXP	71,018%	0,171%	25,000%	0,002%	0,352	0,240%	0,365
Gold	10,639%	0,171%	25,000%	0,011%	2,350	1,603%	0,572
Summe	100,000%	0,682%	100,000%				

MV	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	10,106%	0,047%	10,106%	0,002%	1,000	0,469%	0,114
REXP	89,894%	0,422%	89,894%	0,002%	1,000	0,469%	0,713
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,469%	100,000%				

MD	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	14,282%	0,254%	47,520%	0,010%	3,327	1,779%	0,431
REXP	81,626%	0,231%	43,252%	0,002%	0,530	0,283%	0,431
Gold	4,092%	0,049%	9,228%	0,006%	2,255	1,206%	0,431
Summe	100,000%	0,535%	100,000%				

Tab. 61: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 24.6.2011-29.6.2012

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,797%	46,203%	0,055%	1,848	3,186%	0,854
DAX	25,000%	0,883%	51,200%	0,061%	2,048	3,531%	0,833
REXP	25,000%	-0,048%	-2,807%	-0,003%	-0,112	-0,194%	-0,299
Gold	25,000%	0,093%	5,405%	0,006%	0,216	0,373%	0,129
Summe	100,000%	1,724%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	11,185%	0,253%	33,536%	0,017%	2,998	2,265%	0,607
DAX	9,852%	0,189%	24,983%	0,014%	2,536	1,916%	0,452
REXP	64,552%	0,107%	14,178%	0,001%	0,220	0,166%	0,257
Gold	14,412%	0,206%	27,303%	0,011%	1,895	1,431%	0,494
Summe	100,000%	0,755%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	8,148%	0,164%	25,000%	0,013%	3,068	2,012%	0,539
DAX	9,823%	0,164%	25,000%	0,011%	2,545	1,669%	0,394
REXP	70,810%	0,164%	25,000%	0,002%	0,353	0,232%	0,358
Gold	11,219%	0,164%	25,000%	0,010%	2,228	1,461%	0,504
Summe	100,000%	0,656%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	9,776%	0,045%	9,776%	0,002%	1,000	0,458%	0,108
REXP	90,224%	0,413%	90,224%	0,002%	1,000	0,458%	0,708
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,458%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	1,084%	0,017%	3,136%	0,008%	2,892	1,556%	0,417
DAX	13,395%	0,237%	43,987%	0,010%	3,284	1,767%	0,417
REXP	79,773%	0,215%	39,977%	0,001%	0,501	0,270%	0,417
Gold	5,747%	0,069%	12,901%	0,006%	2,245	1,208%	0,417
Summe	100,000%	0,538%	100,000%				

Tab. 62: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 30.12.2011-28.12.2012

EW	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	25,000%	0,512%	51,426%	0,020%	2,057	2,049%	0,770
DAX	25,000%	0,444%	44,555%	0,018%	1,782	1,776%	0,773
REXP	25,000%	-0,013%	-1,338%	-0,001%	-0,054	-0,053%	-0,113
Gold	25,000%	0,053%	5,356%	0,002%	0,214	0,213%	0,115
Summe	100,000%	0,996%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	10,855%	0,163%	31,656%	0,008%	2,916	1,502%	0,564
DAX	12,577%	0,135%	26,205%	0,006%	2,084	1,073%	0,467
REXP	61,059%	0,109%	21,070%	0,001%	0,345	0,178%	0,376
Gold	15,509%	0,109%	21,069%	0,004%	1,358	0,700%	0,376
Summe	100,000%	0,515%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	9,307%	0,124%	25,000%	0,007%	2,686	1,331%	0,500
DAX	12,505%	0,124%	25,000%	0,005%	1,999	0,991%	0,431
REXP	62,678%	0,124%	25,000%	0,001%	0,399	0,198%	0,418
Gold	15,510%	0,124%	25,000%	0,004%	1,612	0,799%	0,429
Summe	100,000%	0,495%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	11,508%	0,043%	11,508%	0,001%	1,000	0,371%	0,161
REXP	87,728%	0,325%	87,728%	0,001%	1,000	0,371%	0,784
Gold	0,764%	0,003%	0,764%	0,001%	1,000	0,371%	0,199
Summe	100,000%	0,371%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	6,814%	0,080%	17,019%	0,005%	2,497	1,172%	0,440
DAX	13,731%	0,139%	29,595%	0,005%	2,155	1,011%	0,440
REXP	65,567%	0,137%	29,111%	0,001%	0,444	0,208%	0,440
Gold	13,888%	0,114%	24,275%	0,004%	1,748	0,820%	0,440
Summe	100,000%	0,469%	100,000%				

Tab. 63: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 29.6.2012-28.6.2013

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,579%	44,164%	0,030%	1,767	2,317%	0,779
DAX	25,000%	0,428%	32,597%	0,022%	1,304	1,710%	0,799
REXP	25,000%	0,006%	0,442%	0,000%	0,018	0,023%	0,054
Gold	25,000%	0,299%	22,797%	0,016%	0,912	1,196%	0,503
Summe	100,000%	1,312%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	9,505%	0,183%	28,212%	0,012%	2,968	1,922%	0,646
DAX	13,203%	0,188%	29,020%	0,009%	2,198	1,424%	0,665
REXP	65,406%	0,114%	17,673%	0,001%	0,270	0,175%	0,405
Gold	11,887%	0,163%	25,094%	0,009%	2,111	1,367%	0,575
Summe	100,000%	0,648%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	8,182%	0,147%	25,000%	0,011%	3,055	1,798%	0,605
DAX	11,312%	0,147%	25,000%	0,008%	2,210	1,301%	0,608
REXP	69,876%	0,147%	25,000%	0,001%	0,358	0,211%	0,487
Gold	10,630%	0,147%	25,000%	0,008%	2,352	1,384%	0,582
Summe	100,000%	0,588%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	7,711%	0,030%	7,711%	0,002%	1,000	0,395%	0,184
REXP	92,289%	0,364%	92,289%	0,002%	1,000	0,395%	0,914
Gold	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
Summe	100,000%	0,395%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	6,669%	0,112%	20,845%	0,009%	3,126	1,675%	0,563
DAX	10,493%	0,127%	23,611%	0,006%	2,250	1,206%	0,563
REXP	74,075%	0,180%	33,645%	0,001%	0,454	0,243%	0,563
Gold	8,763%	0,117%	21,900%	0,007%	2,499	1,339%	0,563
Summe	100,000%	0,536%	100,000%				

Tab. 64: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 28.12.2012-27.12.2013

EW	Anteil	Absoluter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,497%	39,310%	0,025%	1,572	1,989%	0,700
DAX	25,000%	0,372%	29,380%	0,019%	1,175	1,487%	0,705
REXP	25,000%	0,018%	1,400%	0,001%	0,056	0,071%	0,188
Gold	25,000%	0,378%	29,910%	0,019%	1,196	1,513%	0,577
Summe	100,000%	1,265%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	9,121%	0,163%	27,147%	0,011%	2,976	1,791%	0,630
DAX	12,290%	0,169%	28,096%	0,008%	2,286	1,375%	0,653
REXP	68,714%	0,134%	22,315%	0,001%	0,325	0,195%	0,518
Gold	9,875%	0,135%	22,443%	0,008%	2,273	1,367%	0,521
Summe	100,000%	0,602%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	8,420%	0,145%	25,000%	0,010%	2,969	1,720%	0,606
DAX	11,048%	0,145%	25,000%	0,008%	2,263	1,311%	0,622
REXP	70,420%	0,145%	25,000%	0,001%	0,355	0,206%	0,546
Gold	10,112%	0,145%	25,000%	0,008%	2,472	1,432%	0,546
Summe	100,000%	0,579%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	3,203%	0,012%	3,203%	0,001%	1,000	0,370%	0,175
REXP	96,232%	0,356%	96,232%	0,001%	1,000	0,370%	0,981
Gold	0,565%	0,002%	0,565%	0,001%	1,000	0,370%	0,141
Summe	100,000%	0,370%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absoluter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	7,791%	0,128%	22,860%	0,009%	2,934	1,637%	0,576
DAX	9,429%	0,115%	20,532%	0,007%	2,177	1,215%	0,576
REXP	72,278%	0,157%	28,149%	0,001%	0,389	0,217%	0,576
Gold	10,502%	0,159%	28,460%	0,008%	2,710	1,512%	0,576
Summe	100,000%	0,558%	100,000%				

Tab. 65: Ergebnisse der Gewichtungsermittlung – Periode 28.6.2013-27.6.2014

EW	Anteil	Absolu-ter RB	Relativer RB	Kovar. (r_i,r_{PF})	$ß_i^{ERC}$	MR	Korrel. (r_i,r_{PF})
RX Real Estate	25,000%	0,356%	39,335%	0,013%	1,573	1,426%	0,687
DAX	25,000%	0,329%	36,285%	0,012%	1,451	1,315%	0,642
REXP	25,000%	0,011%	1,205%	0,000%	0,048	0,044%	0,127
Gold	25,000%	0,210%	23,174%	0,008%	0,927	0,840%	0,402
Summe	100,000%	0,906%	100,000%				
ERB	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	11,033%	0,155%	33,322%	0,007%	3,020	1,407%	0,678
DAX	11,184%	0,117%	25,043%	0,005%	2,239	1,043%	0,509
REXP	66,834%	0,119%	25,537%	0,001%	0,382	0,178%	0,519
Gold	10,949%	0,075%	16,098%	0,003%	1,470	0,685%	0,327
Summe	100,000%	0,466%	100,000%				
ERC	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	9,248%	0,115%	25,000%	0,006%	2,703	1,241%	0,598
DAX	11,443%	0,115%	25,000%	0,005%	2,185	1,003%	0,490
REXP	66,483%	0,115%	25,000%	0,001%	0,376	0,173%	0,504
Gold	12,826%	0,115%	25,000%	0,004%	1,949	0,895%	0,428
Summe	100,000%	0,459%	100,000%				
MV	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	0,000%	0,000%	0,000%	---	---	---	---
DAX	4,872%	0,016%	4,872%	0,001%	1,000	0,320%	0,156
REXP	91,564%	0,293%	91,564%	0,001%	1,000	0,320%	0,935
Gold	3,564%	0,011%	3,564%	0,001%	1,000	0,320%	0,153
Summe	100,000%	0,320%	100,000%				
MD	**Anteil**	**Absolu-ter RB**	**Relativer RB**	**Kovar. (r_i,r_{PF})**	**$ß_i^{ERC}$**	**MR**	**Korrel. (r_i,r_{PF})**
RX Real Estate	6,477%	0,066%	14,873%	0,005%	2,296	1,025%	0,494
DAX	12,273%	0,124%	27,804%	0,005%	2,265	1,011%	0,494
REXP	67,542%	0,114%	25,604%	0,001%	0,379	0,169%	0,494
Gold	13,708%	0,142%	31,720%	0,005%	2,314	1,033%	0,494
Summe	100,000%	0,446%	100,000%				