

Vorkurs 12.9.2025

ii) Zwei lineare Gleichungen

Lösen von zwei linearen Gleichungen mit 2 Unbekannten:

- Wertepaar (x, y) , das beide Gleichungen erfüllt
- Punkt (x, y) , der auf beiden Geraden liegt, die durch die zwei linearen Gleichungen dargestellt werden

1. Fall:

$$-4x + 6y = -3$$

$$x = -2y + 6$$

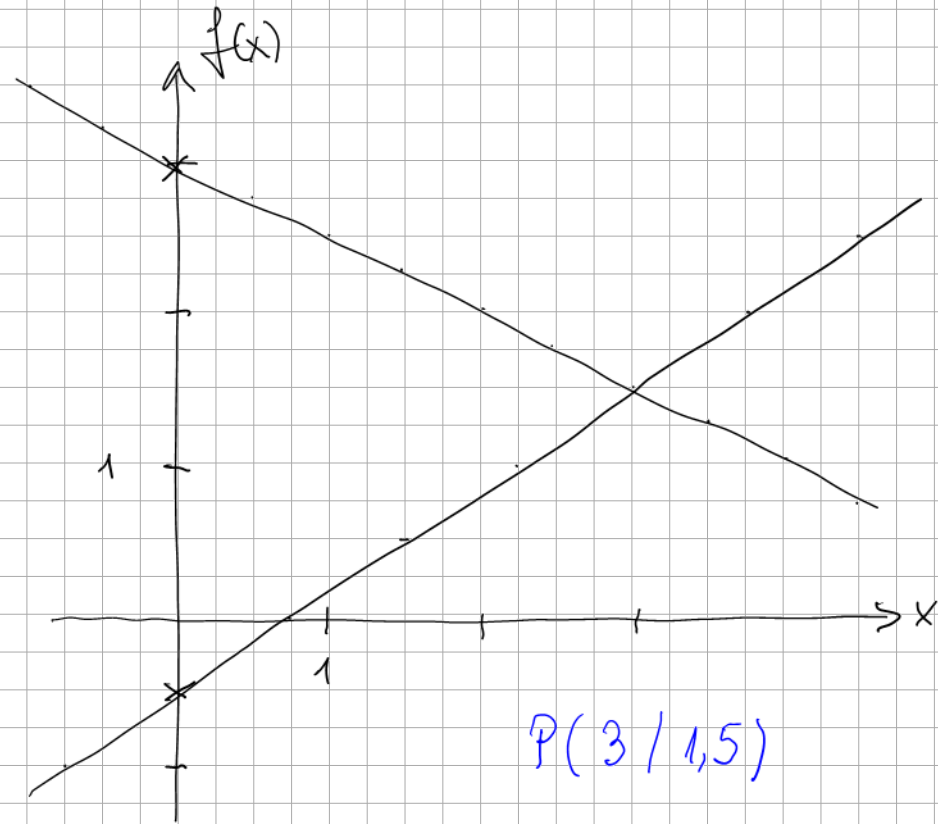
auflösen nach y liefert

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

verschiedene Steigungen,

daher ein gemeinsamer Punkt



2. Fall:

$$2y = -4 + 3x$$

$$2y = 2 + 3x$$

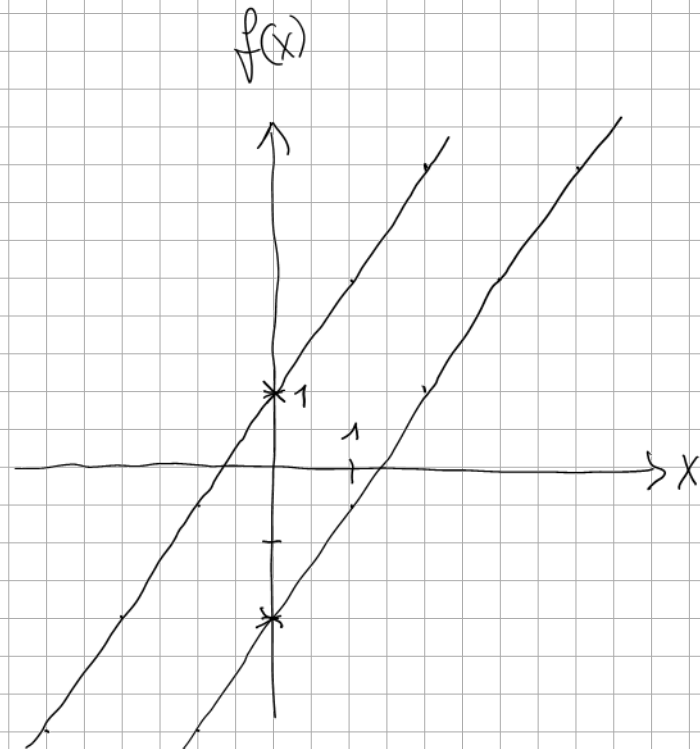
Auflösen nach y liefert

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

$$y = \frac{3}{2}x + 1$$

- gleiche Steigung,
also Geraden parallel
- verschiedene Ordinatenabschnitte,
also Geraden nicht identisch

Daher: kein gemeinsamer Punkt



$$\mathbb{L} = \{ \}$$

3. Fall:

$$4x + 2y = 3$$

$$-28x - 14y = -21$$

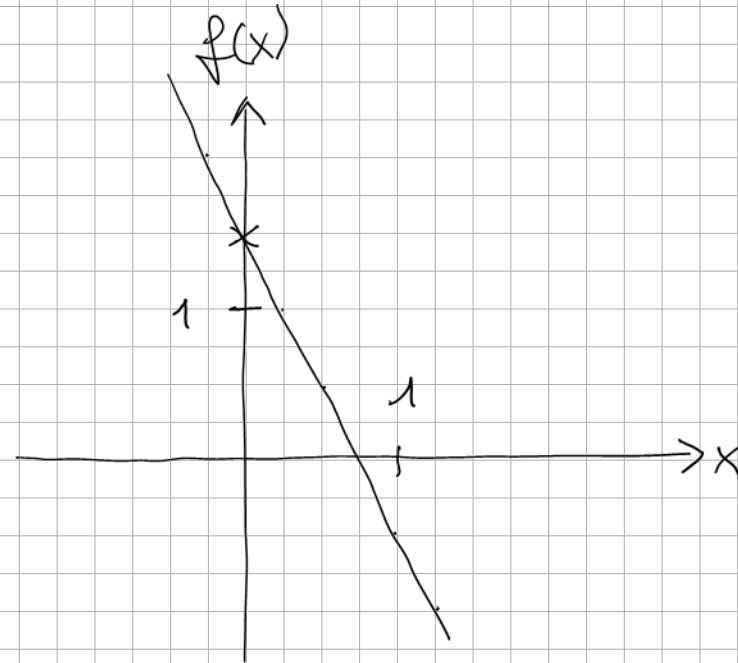
Auflösen nach y liefert

$$y = -2x + \frac{3}{2}$$

$$y = -2x + \frac{3}{2}$$

identische Geraden

daher unendlich viele
gemeinsame Punkte

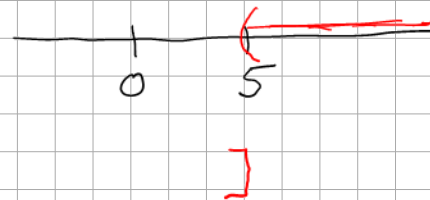
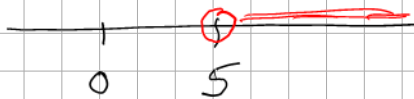


$$\mathbb{L} = \left\{ x, y \in \mathbb{R} \mid y = -2x + \frac{3}{2} \right\}$$

3.2 Lineare Ungleichungen

3.2.1 Grundlagen und Äquivalenzumformungen

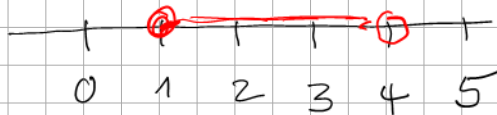
$$x > 5 \quad x \in \mathbb{R}$$



$$x \leq 1$$

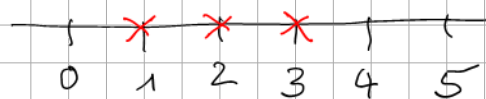


$$1 \leq x < 4 \quad x \in \mathbb{R}$$

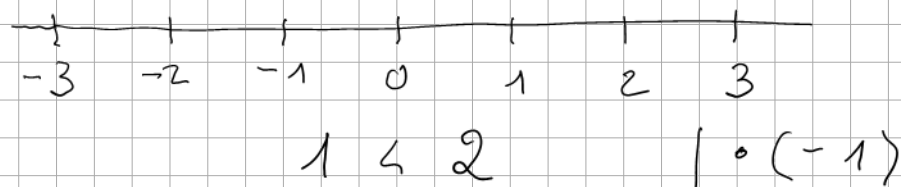


$$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 4\}$$

$$1 \leq x < 4 \quad x \in \mathbb{N}$$



$$\{1, 2, 3\}$$



$$-1 > -2$$

$$2 < 3$$

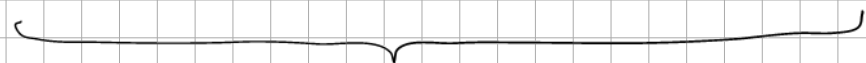
$$-2 > -3$$

$$-2 < 3$$

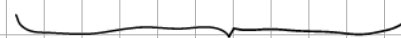
$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$$



Ungleichungszeichen umdrehen
bei Kehrwertbildung



Ungleichungszeichen
bleibt erhalten

^a Äquivalenzumformungen

$$4x - 2 < x + 7 \quad | +2$$

$$4x < x + 9 \quad | -x$$

$$3x < 9 \quad | :3$$

$$x < 3$$

Aber:

$$-4x - 2 < -x + 7 \quad | +2 + x$$

$$-3x < 9 \quad | :(-3)$$

$$x > -3$$

Multiplikation mit oder Division durch negative Zahlen fordert:
Ungleichungszeichen umdrehen

Beispiel:

Wenn man zum Drittel einer Zahl 1 addiert,
so erhält man mehr als wenn man vom Vierfachen dieser Zahl
5 subtrahiert und das Ergebnis halbiert.

$$\frac{1}{3}x + 1 > \frac{4x - 5}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{2}{3}x + 2 > 4x - 5 \quad | -2$$

$$\frac{2}{3}x > 4x - 7 \quad | -4x$$

$$-\frac{10}{3}x > -7 \quad | : \left(-\frac{10}{3}\right)$$

$$x < \frac{21}{10}$$

3.2.2 Ungleichungen mit Parameter

$y > 0$ erfüllt für positive y

$-z > 0$ erfüllt für negative z

Gesucht: $x, x \in \mathbb{R}$

$$4 + a(x+3) < 7$$

mit $a \in \mathbb{R}$, beliebig

$$4 + ax + 3a < 7 \quad | -4$$

$$ax + 3a < 3 \quad | -3a$$

$$ax < 3 - 3a$$

1. Fall

$$a = 0 \Rightarrow ax < 3 - 3a \text{ wird zu } 0 < 3$$

$$4 + a(x+3) < 7 \text{ wird zu } 4 < 7$$

$$\Rightarrow \mathbb{L}_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid a = 0\}$$

2. Fall: $a > 0$ $ax < 3 - 3a \quad | :a$
 $x < \frac{3}{a} - 3$

$$\mathbb{L}_2 = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{3}{a} - 3, a > 0, a \in \mathbb{R} \right\}$$

3. Fall: $a < 0$ $ax < 3 - 3a \quad | :a$
 $x > \frac{3}{a} - 3$

$$\mathbb{L}_3 = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{3}{a} - 3, a < 0, a \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cup \mathbb{L}_2 \cup \mathbb{L}_3$$

3.2.3 Lineare Ungleichungen mit 2 Unbekannten

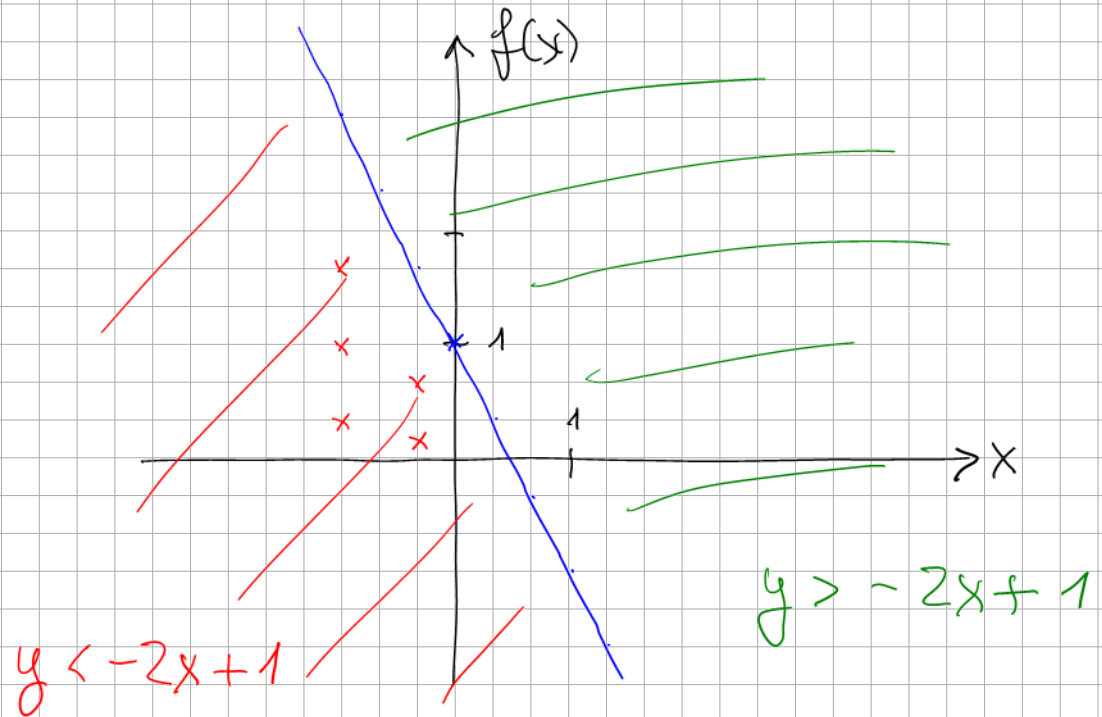
$$f(x) = -2x + 1 \text{ Gerade}$$

$$y = -2x + 1$$

Ungleichung

$$y < -2x + 1$$

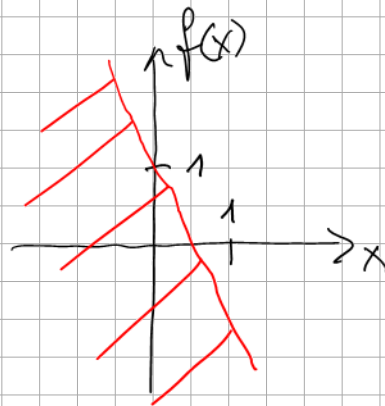
$$y > -2x + 1$$



$$y \leq -2x + 1$$

Gerade ist

Teil der Lösungsmenge



Aufgaben

Skript

Nr. 40

Bitte zuletzt bearbeiten

Zusatzdokument

Kap. 3.1 3.1.2 Nr. 6 + 7, 9 + 10

3.1.3 Nr. 3 + 4

Kap. 3.2 Teil 1: Nr. 1-6, 8a+b

Teil 2: Nr. 8c+d