

Vorlesung 9.9.2026

2. Funktionen

Eine Funktion ist eine Zuordnung.

1. Größe $\mapsto$ 2. Größe

Menge kg Apfel $\mapsto$ Preis in €

Funktion, wenn an einem Ort

Zahl $\mapsto$ Doppeltes der Zahl

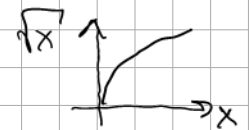
Funktion

Zahl $\mapsto$ Quadratwurzel der Zahl

Relation $\sqrt{9} = \pm 3$

RV-Nummer $\mapsto$ Person

Funktion

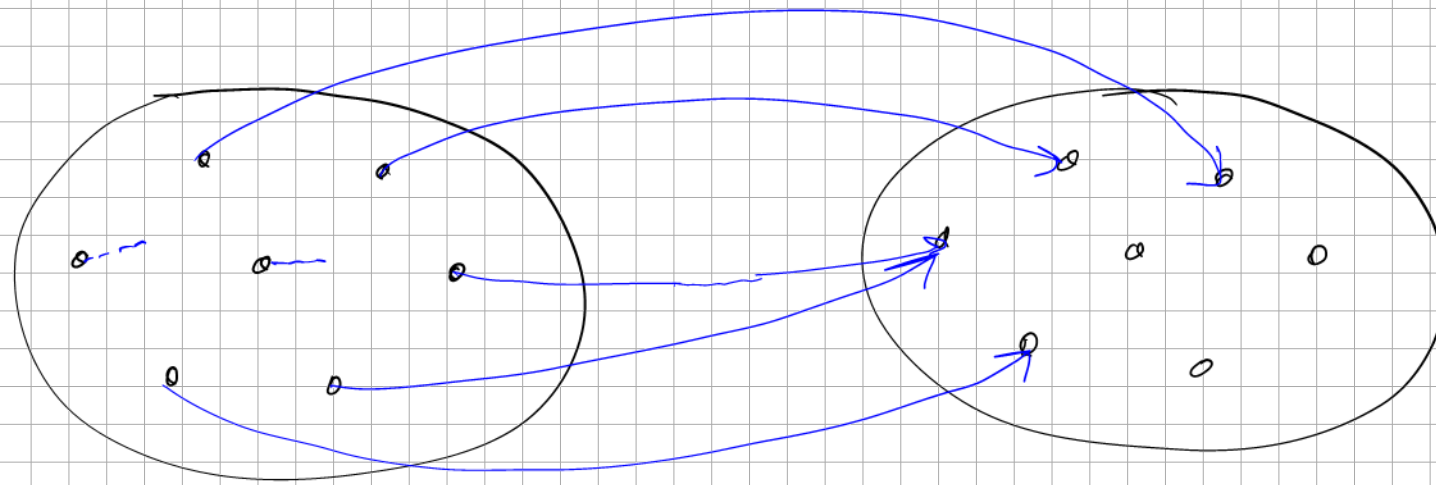


Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung.

Werden einer Größe auch mehrere Werte zugeordnet,

spricht man von einer Relation.

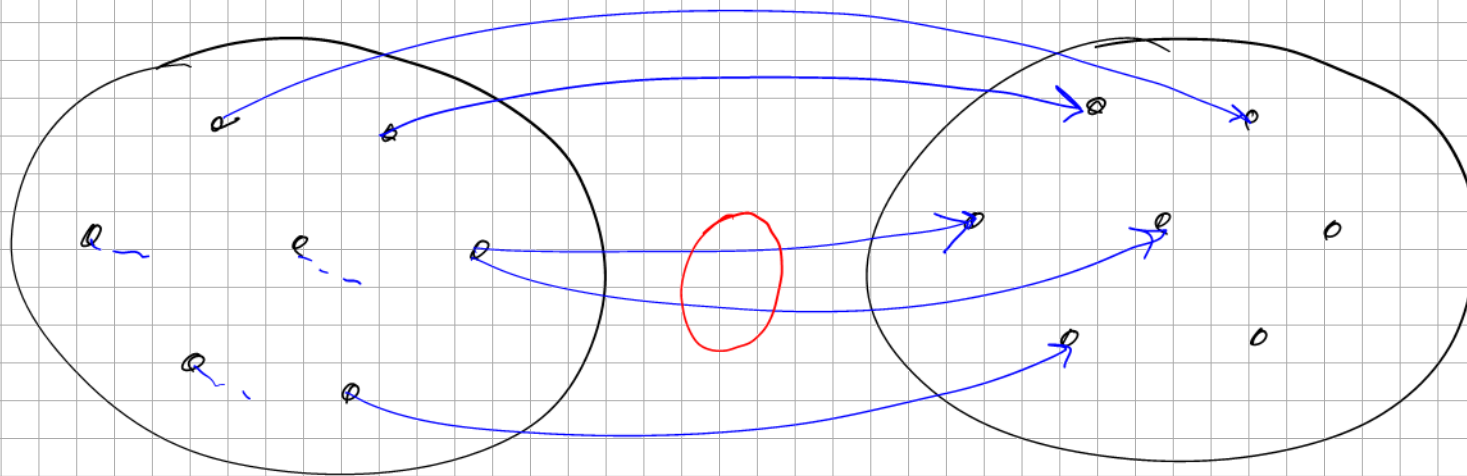
Funktion



1. Größe

2. Größe

Relation



deshalb eine Relation

Entscheidend für die Definition einer Funktion sind:

- Funktionsvorschrift, Zuordnungsvorschrift, Abbildungsvorschrift
- Mengen, aus denen die Elemente der Zuordnung gewählt werden

Vereinschaubarung von Funktionen

1) Wertetabelle

$$x \mapsto 2x$$

1. Wert	-2	-1	0	1	2
2. Wert	-4	-2	0	2	4

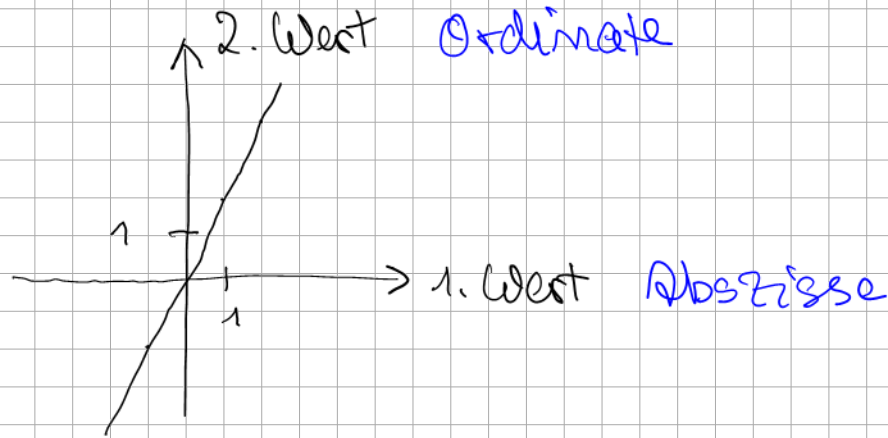
geordnete Paare

Datenbanken
Hash-Tabellen

2) Tabelle

1. Wert \ 2. Wert	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	x								
-1			x						
0					x				
1							x		
2									x

3)



Der Graph zeigt,
wie sich der 2. Wert abhängig
vom 1. Wert verändert.

Schreibweise, Fachsprache

1. Wert	unabhängige Variable	x, t, h
Funktion		f, a, p
2. Wert	abhängige Variable	$f(x), a(t), p(h)$
	Funktionswert	

$$f: x \mapsto 2x$$

$$f(x) = 2x$$

Die Funktion f ordnet dem Wert 2 den Wert 5 zu. $f(2) = 5$

Die Funktion f und die Funktion g ordnen 3 denselben Wert zu. $f(3) = g(3)$

Die Funktion f ordnet 7 den gleichen Wert zu $f(7) = g(1)$

wie die Funktion g der Zahl 1.

Die Funktion g ordnet immer positive Werte zu. $g(x) > 0$

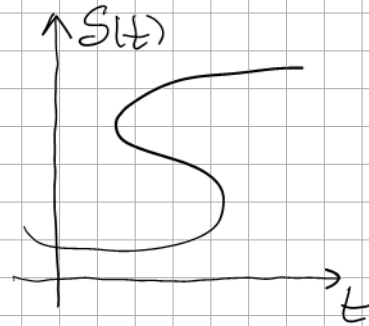
$h(x) = 3 \cdot w(x)$ Die Funktion h ordnet einer Zahl das Dreifache derjenigen Zahl zu, die die Funktion w dieser Zahl zuordnet.

$h(-5) = \sqrt{w(3)}$ Die Funktion h ordnet -5 die Quadratwurzel der Zahl zu, die die Funktion w der Zahl 3 zuordnet.

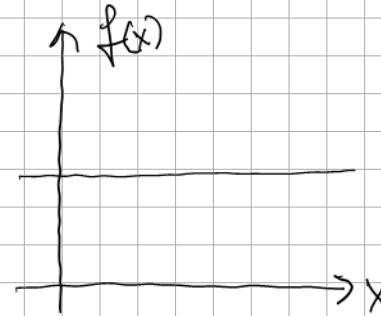
Graphen von Zuordnungen



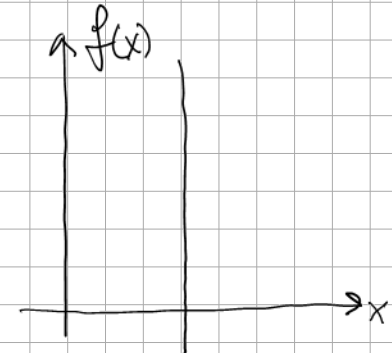
Funktion



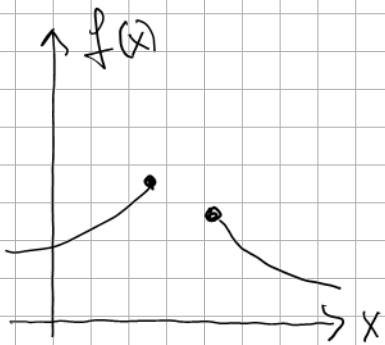
Relation



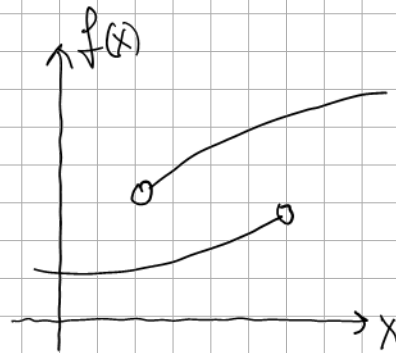
Funktion



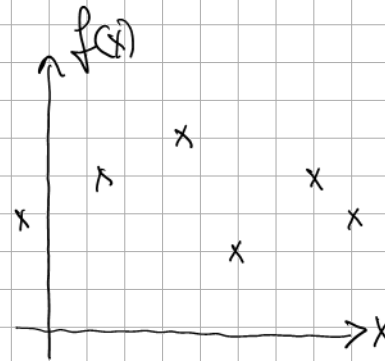
Relation



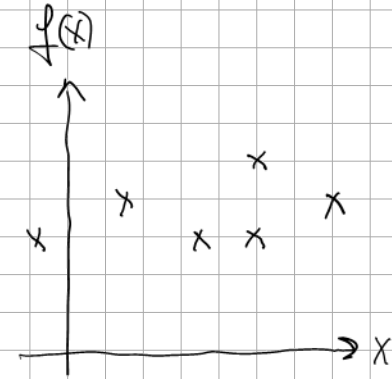
Funktion



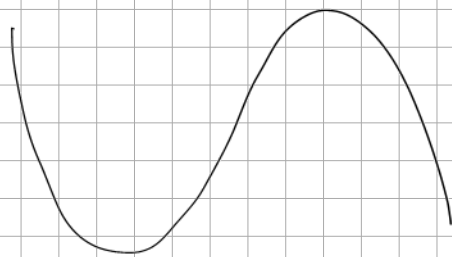
Relation



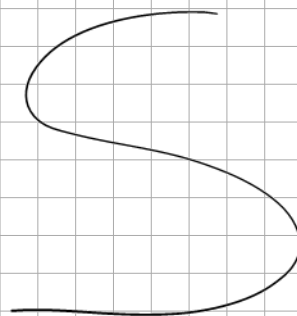
Funktion



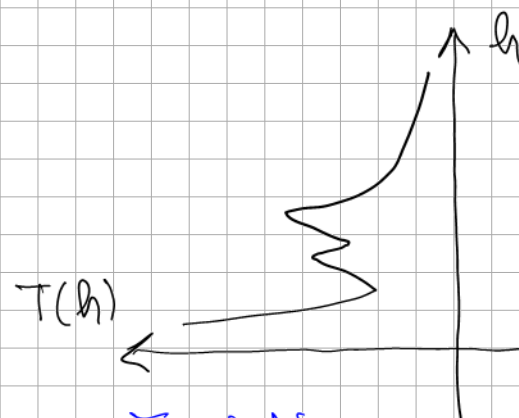
Relation



gar nichts!



gar nichts!



Funktion

Umgang mit Funktionen

Wann sind Funktionen gleich?

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$x, t \in \mathbb{R}, f(x), g(t) \in \mathbb{R}$$

$$g(t) = t^2 + 4$$

gleiche Funktion

$$f(x) = 3x + 2$$

Variable: x

$$f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

$$h(s) = 3x + 2$$

Variable: s

$$h(1) = 3x + 2$$

verschiedene Funktionen

↑ Parameter

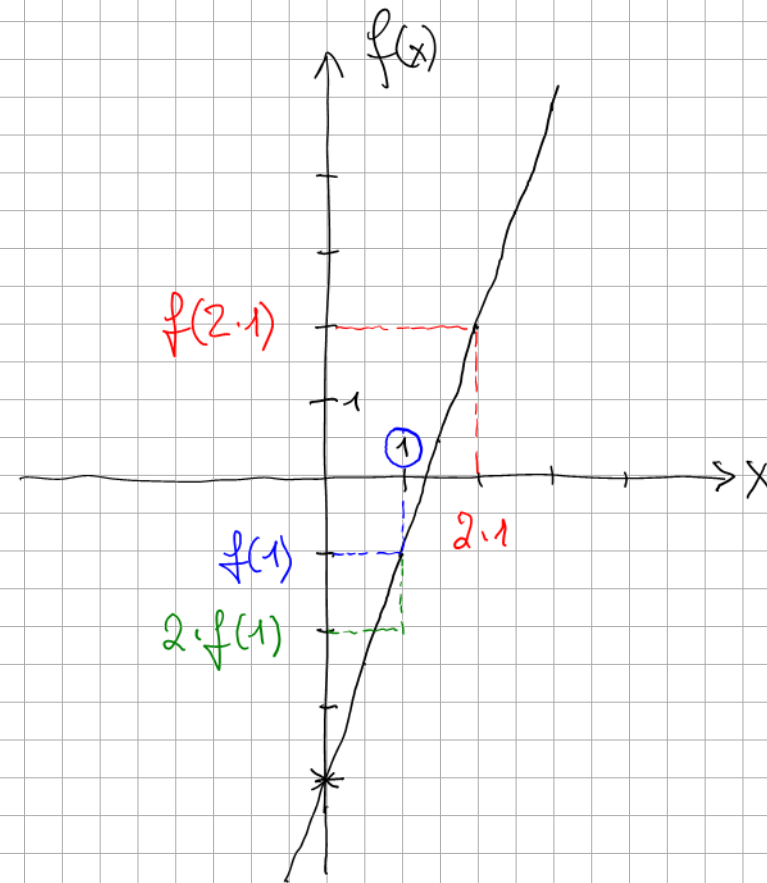
Funktion: $f(x) = 3x - 4$

$f(2x)$ Funktionswert für
den doppelt so großen
Variablenwert

$$\begin{aligned} f(2x) &= 3 \cdot 2x - 4 \\ &= 6x - 4 \end{aligned}$$

$$2 \cdot f(x)$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot f(x) &= 2(3x - 4) \\ &= 6x - 8 \end{aligned}$$



$$g(x) = 5x^2$$

$$g(3x) = 5(3x)^2 = 5 \cdot 9x^2 = 45x^2$$

$$3g(x) = 3 \cdot 5x^2 = 15x^2$$

$$(g(x))^2 = (5x^2)^2 = 25x^4$$

$$\begin{aligned} g(5x^2) &= 5(5x^2)^2 = 5 \cdot 25x^4 = 125x^4 \\ &= g(g(x)) \end{aligned}$$

Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Der Graph einer Zuordnung schneidet die Ordinate zweimal.

Indem man als Definitionsmenge $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{Z}$ wählt,
lässt sich festlegen, ob eine Funktion vorliegt.

falsch

X	f(x)
2	12
4	7
6	3
8	5
10	9

X	g ₁ (x)
2	14
4	9
6	5
8	7
10	11

X	g ₂ (x)
4	12
8	7
12	3
16	5
20	9

$$g_2(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) \quad \checkmark$$

$$g_2(2x) = f(x) \quad \checkmark$$

$$g_1(x) = f(x) + 2$$

$$f(x) = g_1(x) - 2$$

Aufgaben

Zusatzdokument

Teil 1: Nr. 1-4, 5a-f, 6a-c, 8, 9a+c, 10a-d+h, 11, 12, 14a-c

Teil 2: Nr. 5g-j, 6f-i, 7, 9b+d, 10e-g, 13, 14d-f