

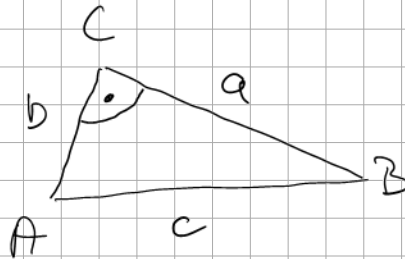
Vorlesung 18.9.2026

6. Trigonometrie

6.1 Trigonometrische Berechnungen

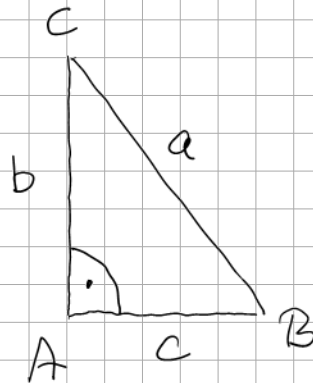
Rechtwinklige Dreiecke

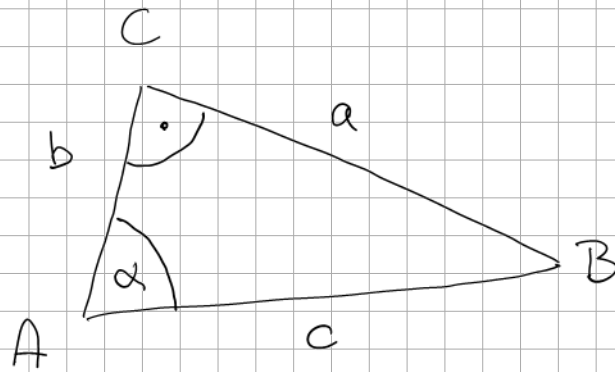
Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$



„ 1. Kathete² + 2. Kathete² = Hypotenuse² „

$$b^2 + c^2 = a^2$$





$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

Gegenkathete
Hypotenuse

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

Ankathete
Hypotenuse

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

Gegenkathete
Ankathete

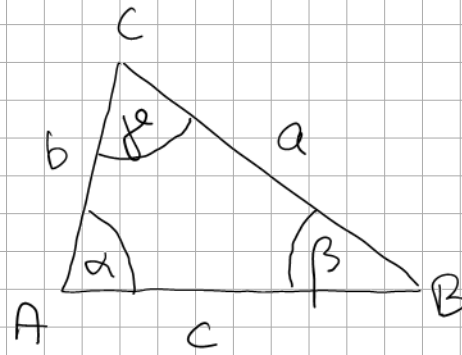
$$\cot(\alpha) = \frac{b}{a}$$

Ankathete
Gegenkathete

Allgemeines Dreieck

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$



Cosinussatz

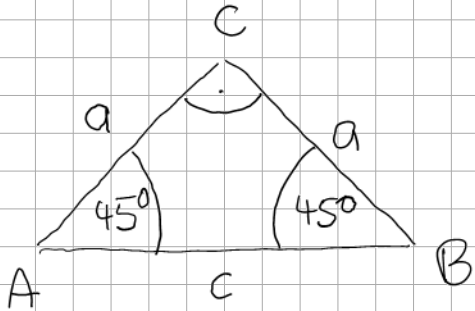
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

Beispiele

1) $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$, $\cot(\alpha)$ für $\alpha = 45^\circ$



$$c^2 = a^2 + a^2$$

$$c^2 = 2a^2$$

$$c = a\sqrt{2}$$

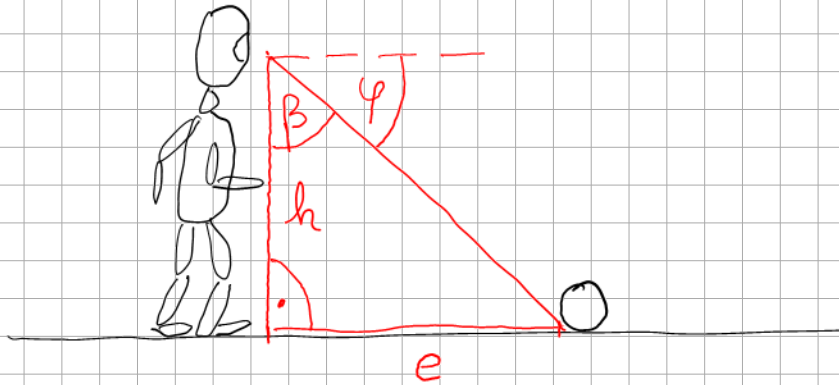
$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{a} = 1$$

$$\cot(\alpha) = \frac{a}{a} = 1$$

2) Robotersteuerung (Robo-Cup)



Augenhöhe 28cm

$$h = 28\text{cm}$$

Neigungswinkel 40°

$$\varphi = 40^\circ$$

Wie weit ist der Ball entfernt? e

$$\beta = 90^\circ - \varphi$$

$$\tan(\beta) = \frac{e}{h}$$

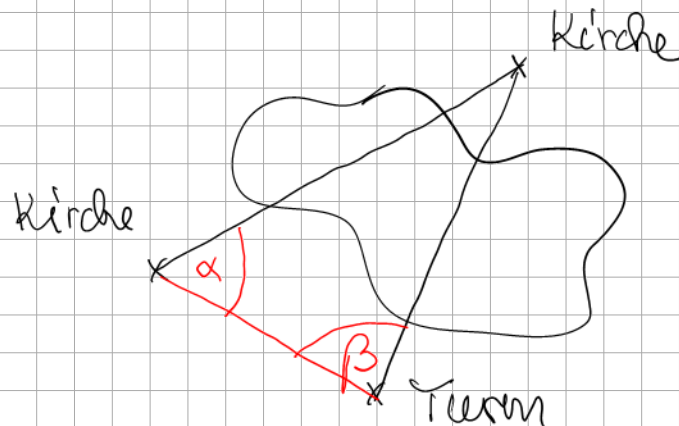
$$\beta = 50^\circ$$

$$e = h \cdot \tan(\beta)$$

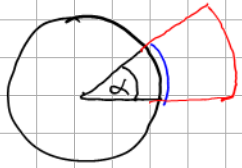
$$e = 28 \cdot \tan(50^\circ)$$

$$e \approx 33,4\text{cm}$$

3) Landvermessung



6.2 Bogenmaß



Winkel: 1) Grad 2) Bogenmaß

Bogenmaß: Bogenlänge im Verhältnis zum Radius

$\hat{=}$ Bogenlänge eines Kreises mit $r=1$

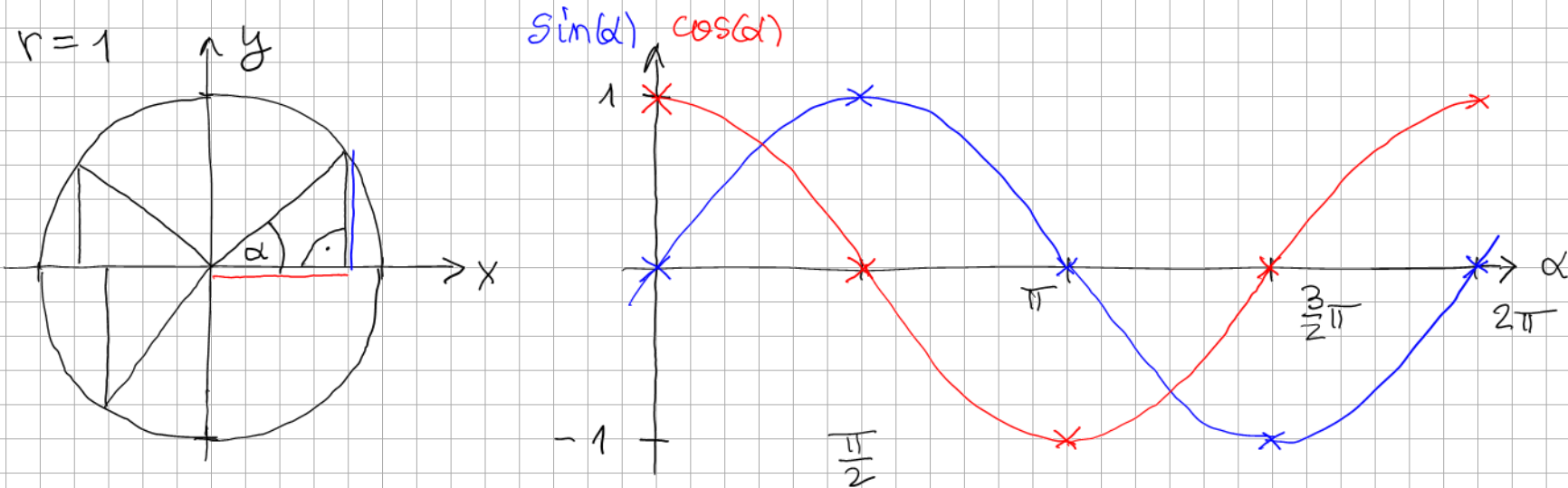
Vollwinkel $360^\circ \hat{=}$ Bogenlänge ist der Umfang des Kreises $2\pi r$

$$\text{Bogenmaß } b = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

α	360°	180°	90°	270°	45°	30°	60°	1°
b	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{180}$

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

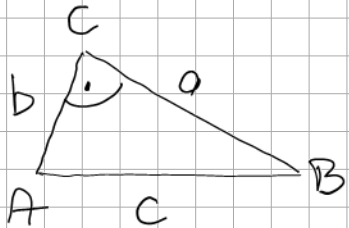
6.3 Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen



Periodische Funktionen $\sin(\alpha) = \sin(\alpha + k \cdot 2\pi), k \in \mathbb{Z}$
 $\cos(\alpha) = \cos(\alpha + k \cdot 2\pi)$

Zusammenhang $\sin(\alpha) = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad \sin^2(\alpha) = (\sin(\alpha))^2$$

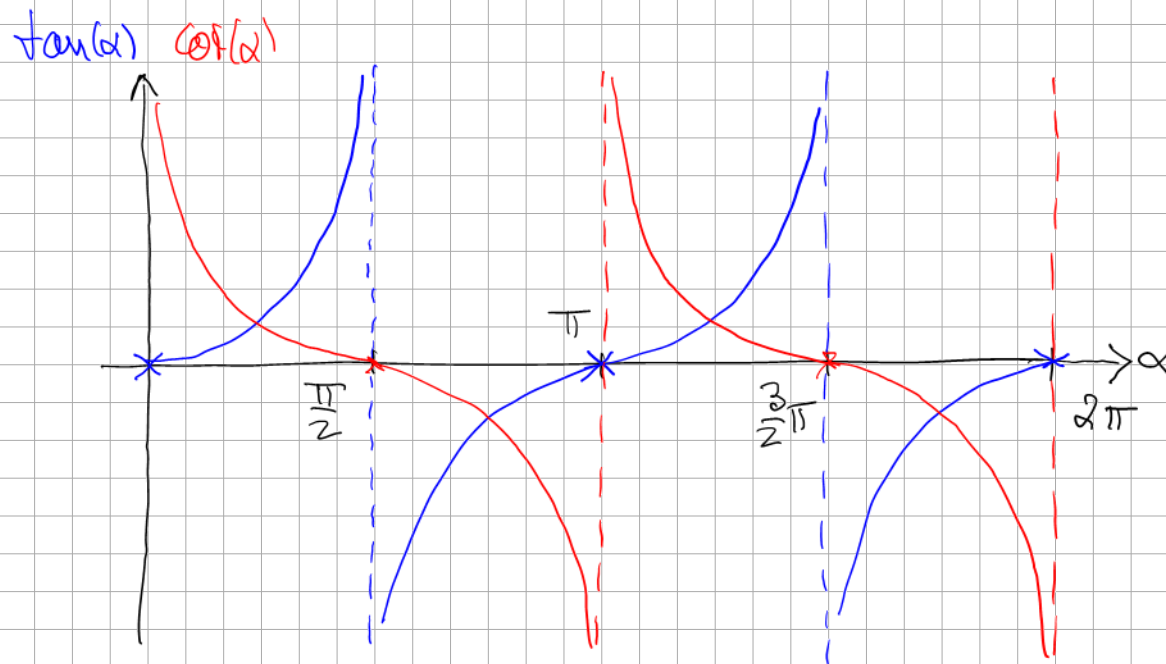
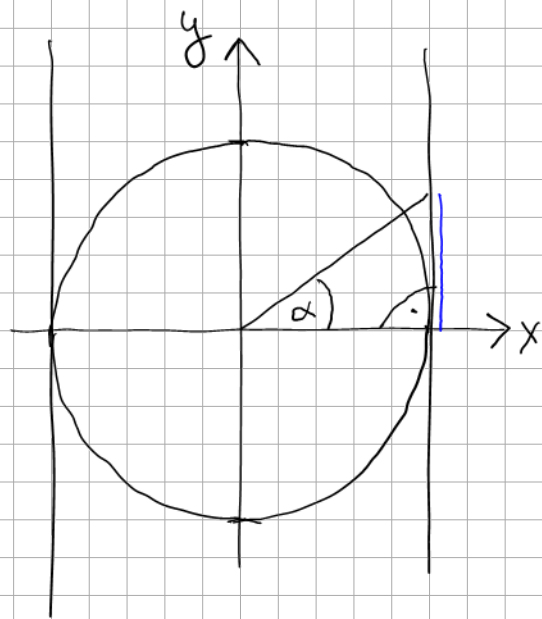


$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}, \quad \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Additionstheoreme

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \sin(\beta) \cos(\alpha)$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta)$$



Periodische Funktionen $\tan(\alpha) = \tan(\alpha + k \cdot \pi)$, $k \in \mathbb{Z}$
 $\cot(\alpha) = \cot(\alpha + k \cdot \pi)$

Definitionslücken

$\tan(\alpha)$ ist nicht definiert für $\alpha = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi = \frac{2k+1}{2} \pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$\cot(\alpha)$ ist nicht definiert für $\alpha = k \cdot \pi$

Zusammenhang zwischen Winkelfunktionen

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

Aufgaben

Skript

Nr. 41-49

Nr. 42, 43, 44

Kantenlänge a

Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Umfangsgeschwindigkeit $\frac{\text{Umfang}}{\text{Zeit}}$

Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\leftarrow$ Periodendauer